



Modélisation numérique du comportement hydromécanique des milieux poreux fracturés : analyse des conditions de propagation des fractures

Van-Linh Nguyen

► To cite this version:

Van-Linh Nguyen. Modélisation numérique du comportement hydromécanique des milieux poreux fracturés : analyse des conditions de propagation des fractures. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Université Paris-Est, 2015. Français. NNT : 2015PESC1165 . tel-01319015

HAL Id: tel-01319015

<https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-01319015>

Submitted on 20 May 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

Pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Paris-Est

Discipline : Géotechnique

Présentée par

Van-Linh NGUYEN

Modélisation numérique du comportement hydromécanique des milieux poreux fracturés : Analyse des conditions de propagation des fractures

(Thèse soutenue le 08 Décembre 2015 à Champs-sur-Marne)

Laboratoire NAVIER – Equipe Géotechnique (CERMES)

JURY

Rapporteurs	Marc BONNET	Ecole Nationale Supérieure des Techniques Avancées
	Emmanuel DETOURNAY	University of Minnesota
Examineurs	Djimédo KONDO	Université Pierre et Marie Curie
	Hamid POURPAK	Société Total SA
	Jérémy ROHMER	Bureau de Recherches Géologiques et Minières
Directeur de thèse	Ahmad POUYA	Ecole des Ponts ParisTech
Co-encadrant de thèse	Siavash GHABEZLOO	Ecole des Ponts ParisTech

THESE

Pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Paris-Est

Discipline : Géotechnique

Présentée par

Van-Linh NGUYEN

**Modélisation numérique du comportement hydromécanique
des milieux poreux fracturés : Analyse des conditions de
propagation des fractures**

(Thèse soutenue le 08 Décembre 2015 à Champs-sur-Marne)

Laboratoire NAVIER – Equipe Géotechnique (CERMES)

A ma mère,

*“...Con dù lớn vẫn là con của mẹ
Đi hết đời lòng mẹ vẫn theo con...”*

(Chế Lan Viên - Con cò)

Remerciements

Ce travail, réalisé au sein du laboratoire Navier/CERMES de l'Ecole des Ponts ParisTech dans le cadre du projet ANR-SEED-FISIC, n'aurait pu voir le jour sans l'aide des personnes à qui je voudrais adresser toute ma gratitude.

Je tiens tout d'abord à adresser ma profonde reconnaissance et mes vifs remerciements à Ahmad POUYA, mon directeur de thèse. Je le remercie pour sa direction, sa confiance, ses disponibilités, ses précieux conseils et son suivi de ce travail tout au long de mes trois années de thèse.

Au fond de mon cœur, toute ma gratitude s'adresse à Siavash GHABEZLOO, mon encadrant de thèse. Je suis vraiment ravi d'avoir été encadré par lui pendant quatre ans à travers mon Projet d'Initiation à la Recherche, mon stage de fin d'études et puis ma thèse. Il m'a appris beaucoup de choses tant au niveau scientifique qu'au niveau humain. Je le remercie pour ses disponibilités, ses aides, ses conseils et ses encouragements. Les mots ne suffisent pas pour lui exprimer ma reconnaissance.

J'adresse tous mes remerciements à Djimédo KONDO qui m'a fait l'honneur de présider le jury de thèse, à Marc BONNET et Emmanuel DETOURNAY qui ont accepté d'être rapporteurs de ma thèse, ainsi qu'à Jérémy ROHMER et Hamid POURPAK qui ont accepté de faire partie de mon jury. Je les remercie pour la richesse de leurs commentaires et discussions.

Mes remerciements personnels s'adressent à Minh-Ngoc VU, mon prédécesseur et aussi mon grand ami. Je le remercie pour sa générosité scientifique qu'il a pu me transmettre lors de nos échanges. Qu'il soit aussi remercié pour sa gentillesse et ses encouragements à mon égard.

J'aimerais remercier tous mes amis du CERMES et ailleurs pour leur bonne humeur, leurs encouragements, leurs soutiens et tous les moments très agréables que j'ai eus avec eux.

Je ne pourrai finir ces remerciements sans penser à ma famille, et très particulièrement à ma mère. Je leur adresse toute ma profonde gratitude pour le soutien et l'encouragement permanent, ceux qui ont contribué à l'aboutissement de ce travail.

Mes derniers remerciements sont consacrés à Mai qui m'a toujours fait confiance, qui a partagé avec moi toutes mes émotions, bien que nous soyons très éloignés. Je la remercie pour sa patience, son soutien et son amour qui m'ont aidé à passer tous les moments difficiles pendant ces trois années de thèse.

Paris, Décembre 2015

Linh

Résumé

L'effet de serre lié à l'émission de CO_2 a conduit à des projets de stockage de ce gaz dans des formations réservoirs. Ces formations peuvent être traversées de failles et l'examen de la sûreté du stockage nécessite alors l'étude du risque de réactivation et de propagation de ces failles. Cette étude passe par des investigations approfondies portant sur des conditions de propagation des fractures sous sollicitations hydromécaniques. Cette thèse a pour objectif l'étude théorique et numérique de ces conditions ainsi que la simulation numérique de la propagation.

La modélisation numérique des processus thermo-hydro-mécaniques dans les milieux poreux fracturés par la méthode des éléments finis (MEF) permet de simuler des phénomènes complexes et non linéaires. Les difficultés liées à l'intégration des équations d'échanges de fluide entre la fracture et la matrice environnante avec la MEF ont été résolues dans des travaux récents et nos simulations numériques ont pu être basées sur cette méthode.

Dans un premier temps, nous avons modélisé l'écoulement transitoire dans et au voisinage d'une fracture soumise à une injection de fluide et nous avons étudié le facteur d'intensité des contraintes (FIC) à l'extrémité de la fracture dans le cadre de la théorie de la poroélasticité linéaire. Si les conditions d'injection sont maintenues constantes et la fracture n'évolue pas, l'écoulement tend vers un état stationnaire. Le FIC évolue au cours de la phase transitoire pour atteindre une valeur limite dans l'état stationnaire. La modélisation de l'écoulement transitoire est très coûteuse en temps de calcul et il est intéressant de trouver un moyen d'exploiter au mieux les résultats d'un calcul en état stationnaire. L'analyse théorique et les résultats des simulations numériques montrent en effet que le FIC calculé à l'état stationnaire peut fournir certaines bornes pour la propagation des fractures sous l'écoulement transitoire. Dans le cadre de la poroélasticité linéaire et de l'écoulement de Poiseuille dans les fractures, des expressions semi-analytiques pour le FIC à l'état d'écoulement stationnaire ont pu être dérivées. Pour des géométries simples, ces formules approximatives se révèlent efficaces pour discuter des conditions de propagation des fractures pour des cas typiques et simples de géométrie de la fracture et des conditions d'injection de fluide.

Dans un deuxième temps, un Modèle de Fracture Cohésive (MFC) a été utilisé pour modéliser la propagation de fracture sur la base de l'endommagement. Ce modèle, basé sur un critère de rupture de Mohr-Coulomb modifié, permet de simuler l'endommagement de l'interface à la fois sous sollicitations en mode I et II. Une relation d'équivalence entre les paramètres de ce modèle et du modèle de Mécanique Linéaire de la Rupture (MLR) a été établie sur la base de la longueur de propagation de fracture sous des charges similaires. Cette relation permet l'extension de l'équivalence théorique entre MLR et MFC établie pour les matériaux fragiles et sur la base de critères énergétiques, à des matériaux quasi-fragiles et

ductiles. On a d'ailleurs montré que le MFC permet de simuler certains phénomènes spécifiques tels qu'instabilités de propagation en mode I et II et le branchement de la fracture en mode II.

Enfin, la prise en compte de la pression de fluide dans la fracture a permis d'obtenir un modèle de MFC couplé avec l'hydraulique qui a été implémenté dans un code numérique aux éléments finis en vue d'étudier la propagation des fractures sous sollicitations hydromécaniques. Des simulations numériques ont été réalisées afin d'étudier le risque de réactivation et de propagation des failles dans le contexte de stockage du CO₂ en particulier dans une configuration de formation réservoir du type Bassin de Paris.

Mots-clés : écoulement de fluide, propagation de fracture, poroélasticité, facteur d'intensité de contrainte, mécanique linéaire de la rupture, modèle de fracture cohésive, instabilité de propagation, stockage de CO₂.

Abstract

Global warming effect related to CO₂ emission has led to sequestration projects of this gas in reservoir formations. These formations can be crossed by faults and safety issue of storage requires the study of fault reactivation and propagation risk. This study goes through in-depth investigations of fracture propagation conditions under hydromechanical solicitations. This thesis aims at theoretical and numerical studies of these conditions and the numerical simulation of fracture propagation.

Numerical modelling of thermo-hydro-mechanical processes in fractured porous media using Finite Element Method (FEM) allows the simulation of complex and nonlinear phenomena. Difficulties in integrating fluid mass exchange between fracture and surrounding matrix in the equations with FEM have been solved in recent works and our numerical simulations have been based on this progress.

In a first step, we modelled transient flow subjected to a fluid injection and we studied the Stress Intensity Factor (SIF) at fracture tip in the framework of linear poroelasticity theory. If injection conditions are kept constant and the fracture does not evolve, the flow tends to a steady state. The SIF develops during transient phase to reach a limit value in the steady state. Modelling of transient flow is very time consuming and it is interesting to find a method to exploit the results of a calculation in steady state. Theoretical analysis and results of numerical simulations show that the SIF calculated at steady state can provide some bounds for fracture propagation under transient flow. In the framework of linear poroelasticity and Poiseuille flow in fractures, some semi-analytical expressions of SIF at steady state could be derived. For simple geometries, these approximate formulations are efficient to discuss fracture propagation conditions for typical and simple cases of fracture geometry and fluid injection conditions.

In a second step, a Cohesive Zone/Fracture Model (CFM) was used to model fracture propagation on the basis of damage. This model, based on a modified Mohr-Coulomb failure criterion, simulates interface damage under both mode I and II loads. An equivalence relation between parameters of CFM and Linear Elastic Fracture Mechanics model (LEFM) was established on the basis of fracture propagation length under similar loads. This relationship allows the extension of theoretical equivalence between LEFM and CFM established for brittle materials and on the basis of energy criteria, for quasi-brittle and ductile materials. It has also shown that CFM can simulate specific phenomena such as propagation instabilities for mode I and II and fracture kinking under mode II.

Finally, taking into account the fluid pressure in the fracture permitted to obtain a CFM coupled with hydraulic processes which has been implemented in a numerical finite element code to study fracture propagation under hydromechanical solicitations. Numerical

simulations were performed to study the risk of fault reactivation and propagation in the context of CO₂ injection in Paris Basin reservoir formation.

Keywords: fluid flow, fracture propagation, poroelasticity, stress intensity factor, linear elastic fracture mechanics, cohesive zone model, instability, energy equivalence, CO₂ sequestration.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE 1. COMPORTEMENT DES FRACTURES (DISCONTINUITES)	3
1.1 Modèles de comportement mécanique des discontinuités	4
1.1.1 Modèles de comportement sous chargement normal	4
1.1.2 Modèles de comportement sous chargement de cisaillement	5
1.2 Ecoulement de fluide dans les milieux poreux fracturés	7
1.2.1 Equations générales	7
1.2.2 Solutions théoriques	9
1.3 Couplages hydromécaniques	10
1.3.1 Contrainte effective et équations constitutives de la poroélasticité	11
1.3.2 Modèles d'échange de la masse de fluide entre la fracture et la matrice	15
1.4 Fracturation hydraulique et problèmes liés	19
1.4.1 Méthodes numériques pour la fracturation hydraulique	20
1.4.2 Paramètres influençant la fracturation hydraulique	21
1.5 Conclusions	25
CHAPITRE 2. MODELES DE PROPAGATION DES FRACTURES	27
2.1 Introduction	28
2.2 Mécanique de la rupture	28
2.2.1 Généralités	29
2.2.2 Champs de contraintes et déplacements autour d'une fracture	30
2.2.3 Taux de restitution d'énergie & méthodes de détermination	32
2.2.4 Facteurs d'intensité de contraintes et méthodes de détermination	34
2.2.5 Intégrale de Rice (J-integral) & méthodes de détermination	37
2.2.6 Critères de propagation des fractures	39
2.2.7 Analyse élastoplastique – Modèle de Dugdale-Barenblatt	45
2.3 Modèle de Fracture Cohésive (MFC)	47
2.3.1 Généralités	47
2.3.2 Modèle de Fracture Cohésive pour la fracturation hydraulique	49
2.4 Conclusions	50
CHAPITRE 3. COMPORTEMENT POROMECHANIQUE D'UN MILIEU POREUX FRACTURE	51
3.1 Introduction	52

3.2	Comportement mécanique	53
3.2.1	Modèles aux éléments finis	54
3.2.2	Charges appliquées et conditions aux limites	55
3.2.3	Résultats numériques	58
3.3	Modélisation du comportement hydromécanique d'un milieu poreux fracturé	64
3.3.1	Modèle constitutif poromécanique	64
3.3.2	Equations constitutives hydrauliques du problème	67
3.3.3	Problème d'injection de fluide dans une fracture	69
3.3.4	Simulations numériques	71
3.3.5	Solutions semi-analytiques pour le calcul des facteurs d'intensité de contraintes en régime stationnaire	80
3.4	Conclusion	96
CHAPITRE 4. MODELE DE FRACTURE COHESIVE ET PROPAGATION		
HYDRO-MECANIQUE DES FRACTURES		99
4.1	Introduction	100
4.2	Description du modèle	101
4.2.1	Définition de la variable d'endommagement	102
4.2.2	Modèle de fracture cohésive avec élasticité non linéaire	103
4.2.3	Critère d'endommagement	106
4.2.4	Evolution de la variable d'endommagement:	108
4.2.5	Comportement en présence d'une pression interstitielle	113
4.3	Simulations numériques avec chargements mécaniques purs	114
4.3.1	Propagation et instabilité en mode I (mode de traction)	114
4.3.2	Propagation et instabilité en mode II (mode de cisaillement)	120
4.3.3	Problème de branchement de fracture	123
4.3.4	Equivalence de propagation entre la MLR et le MFC en mode I	125
4.4	Simulations numériques avec chargements hydromécaniques	135
4.4.1	Injection dans une fracture sous contrainte normale	135
4.4.2	Injection dans des fractures inclinées sous contraintes de cisaillement	140
4.5	Conclusion	144
CHAPITRE 5. APPLICATION AU CONTEXTE DE STOCKAGE GEOLOGIQUE		
DE CO₂		147
5.1	Introduction	148
5.2	Modèle géologique du bassin de Paris et scénario d'injection	149
5.2.1	Description géologique du bassin et de la faille	149

5.2.2	Modèle aux éléments finis et conditions aux limites	152
5.2.3	Définition d'un scénario d'injection	153
5.3	Comportement de la zone de faille	154
5.3.1	Etat initial avant injection	154
5.3.2	Au cours de la procédure d'injection	155
5.4	Conclusions	160
	CONSLUSIONS GENERALES ET PERSPECTIVES	158
	ANNEXES	161
	REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	177

INTRODUCTION GENERALE

La révolution industrielle a entraîné le développement économique et la prospérité pour nos sociétés, mais elle a généré également des menaces pour notre vie telles que la pollution de l'air, de l'eau et le réchauffement climatique. Cette dernière est principalement due à l'émission du CO_2 par les activités humaines. La réduction de ces effets est l'objectif principal des projets de captage, transport et stockage de CO_2 . Parmi des solutions envisagées pour le stockage de CO_2 on peut mentionner le stockage dans des réservoirs de pétrole et de gaz abandonnés ou épuisés et dans les aquifères salins. Ces formations peuvent être traversées par des failles et par conséquent l'examen de la sûreté des sites de stockage de CO_2 nécessite l'étude du risque de réactivation et de propagation de ces failles. Une telle étude requiert de la connaissance des conditions de propagation des fractures sous sollicitations hydromécaniques. Outre son intérêt grandissant pour le stockage géologique, la propagation des fractures est également étudiée pour ses applications dans l'industrie pétrolière et la géothermie. La modélisation de la propagation hydromécanique d'une fracture présente encore des difficultés théoriques et numériques car de nombreux phénomènes sont impliqués dans ce processus: diffusion du fluide dans la fracture et dans la matrice, échanges de masse entre la fracture et la matrice, plasticité et endommagement à l'extrémité de la fracture en raison de concentration des contraintes élevées dans cette zone et, enfin, propagation de la fracture elle-même.

Cette thèse s'inscrit dans le cadre du projet ANR-SEED FISIC (<http://www.anr-fisic.fr>), un projet de recherche national français financé dans le programme "Systèmes Energétiques Efficaces et Décarbonatés (SEED)" par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR). L'objectif principal de ce projet est de fournir des modèles théoriques et numériques appropriées pour une meilleure compréhension du comportement hydro-chimio-mécanique des zones de faille et de la sismicité induite dans le contexte de stockage géologique de CO_2 . Le projet FISIC comprend quatre tâches principales qui sont (i) T1 : développer une approche géostatistique fournissant un modèle statistique pour la zone de faille, (ii) T2 : concevoir et réaliser des expériences spécifiques de laboratoire innovant pour évaluer les effets chimiques sur le comportement des matériaux de faille lors du stockage de CO_2 , (iii) T3 : développer des modèles de comportement décrivant la propagation hydromécanique de la zone de faille, (iv) T4 : développer des modèles numériques tenant compte de la nature hétérogène de la zone de faille sur son comportement. Les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse se focalisent sur la tâche T3 de ce projet.

Ce mémoire de thèse est organisé en cinq chapitres et des annexes.

Le premier chapitre porte sur une étude bibliographique du comportement des fractures (ou discontinuités). Dans un premier temps, des modèles de comportement mécanique des discontinuités sont présentés et suivi de descriptions des équations générales et des solutions théoriques de l'écoulement de fluide dans les milieux poreux fracturés. Le problème de couplage hydromécanique est ensuite abordé avec deux questions importantes consistant en

modèles de contrainte effective utilisés dans le cadre de la poroélasticité et les modèles d'échange de la masse de fluide entre la matrice environnante et la fracture. En plus, le phénomène de fracturation hydraulique et les principaux paramètres qui la gouvernent sont exposés.

Le deuxième chapitre est consacré à l'état de l'art des modèles de propagation des fractures. La première approche basée sur la Mécanique Linéaire de la Rupture (MLR) est d'abord présentée. Après avoir établi une synthèse bibliographique sur les concepts du taux de restitution d'énergie, des facteurs d'intensité de contraintes et de l'intégrale de Rice, des critères de propagation de fractures sont détaillés. Puis, la deuxième approche souvent utilisée pour modéliser la propagation des fractures, intitulée le Modèle de Zone/Fracture Cohésive (MFC), est présentée.

Le troisième chapitre est dédié à une description du comportement poromécanique d'un milieu poreux fracturé. Une analyse purement mécanique est d'abord réalisée avec plusieurs configurations de fractures et chargements en se basant sur le concept des facteurs d'intensité de contraintes à l'extrémité de la fracture. Dans un deuxième temps, le comportement hydromécanique d'un milieu poreux fracturé est étudié et les conditions de propagation des fractures sont analysées. Ensuite, des solutions semi-analytiques des facteurs d'intensité de contraintes à l'état d'écoulement stationnaire lors de l'injection d'un fluide dans un milieu poreux avec des géométries simples de fracture sont établies. Enfin, deux exemples d'application lors de l'injection de fluide utilisant des solutions semi-analytiques sont présentés afin de discuter des conditions de propagation de fracture.

Le quatrième chapitre présente le cadre théorique d'un Modèle de Zone/Fracture Cohésive (MFC) pour modéliser la propagation de la fracture sur la base de l'endommagement. Des simulations numériques sous chargements mécaniques purs sont présentées en utilisant ce modèle afin de reproduire les phénomènes d'instabilité et de branchement de fracture rencontrés en mode I (traction) et mode II (cisaillement). En plus, une relation d'équivalence est établie entre les paramètres du MFC et ceux du modèle de la MLR sur la base de la longueur de propagation de fracture sous chargements similaires. Des simulations numériques sous chargements hydromécaniques pour une géométrie de fracture et des conditions aux limites simples sont également présentées.

Le cinquième chapitre est dédié à la présentation des résultats de l'étude du stockage de CO₂ dans une formation réservoir de configuration proche du Bassin de Paris en utilisant le MFC. La longueur endommagée de la faille ainsi que le phénomène d'instabilité de propagation durant la procédure d'injection de CO₂ sont déterminés afin d'analyser les risques de réactivation et de propagation des failles et la sismicité induite correspondante.

Ce manuscrit se termine par les conclusions générales qui récapitulent des résultats principaux de ce travail de thèse accompagnés de quelques perspectives pour des recherches futures.

CHAPITRE 1. COMPORTEMENT DES FRACTURES (DISCONTINUITES)

Sommaire

CHAPITRE 1. COMPORTEMENT DES FRACTURES (DISCONTINUITES).....	3
1.1 Modèles de comportement mécanique des discontinuités.....	4
1.1.1 Modèles de comportement sous chargement normal	4
1.1.2 Modèles de comportement sous chargement de cisaillement	5
1.2 Ecoulement de fluide dans les milieux poreux fracturés.....	7
1.2.1 Equations générales	7
1.2.2 Solutions théoriques	9
1.3 Couplages hydromécaniques	10
1.3.1 Contrainte effective et équations constitutives de la poroélasticité	11
1.3.2 Modèles d'échange de la masse de fluide entre la fracture et la matrice	15
1.4 Fracturation hydraulique et problèmes liés.....	19
1.4.1 Méthodes numériques pour la fracturation hydraulique	20
1.4.2 Paramètres influençant la fracturation hydraulique.....	21
1.5 Conclusions.....	25

1.1 Modèles de comportement mécanique des discontinuités

Le terme « discontinuités » désigne toute interruption ou bien dégradation des propriétés mécanique ou physique sur des zones de très faible épaisseur dans un massif rocheux. Cette section a pour objectif de récapituler brièvement des modèles de comportement des discontinuités vis-à-vis de deux types de chargement : normale et tangentiel.

1.1.1 Modèles de comportement sous chargement normal

Les discontinuités peuvent être vides, comme les fractures (i.e. discontinuités ouvertes), ou remplies par un matériau dit de remplissage ou de colmatage comme pour les joints rocheux (i.e. discontinuités colmatées). Ci-dessous, ces deux types de discontinuités sont présentés.

- a. Discontinuités colmatées

Pour les discontinuités colmatées, [Shehata \(1972\)](#) a proposé une relation semi-logarithmique pour ajuster des résultats expérimentaux sous chargement normal. Ce modèle est en bon accord pour de faibles et de fortes contraintes mais non pas dans la zone des contraintes moyennes (cité par [Chalhoub, 2006](#)). D'après [Goodman \(1976\)](#) et [Bandis et al. \(1983\)](#), les résultats expérimentaux montrent que le comportement des discontinuités sous un chargement normal et répétitif est fortement non-linéaire avec une forme hyperbolique (voir la [Figure 1-1a](#)). Le premier modèle empirique pour ce comportement des discontinuités a été proposé par [Goodman \(1976\)](#) :

$$\frac{\sigma_n - \sigma_{n0}}{\sigma_{n0}} = C \left(\frac{u_n}{e - u_n} \right)^t \quad (1.1)$$

où σ_{n0} est la contrainte normale de référence, C et t sont des constantes du matériau, e est la fermeture maximale de la discontinuité.

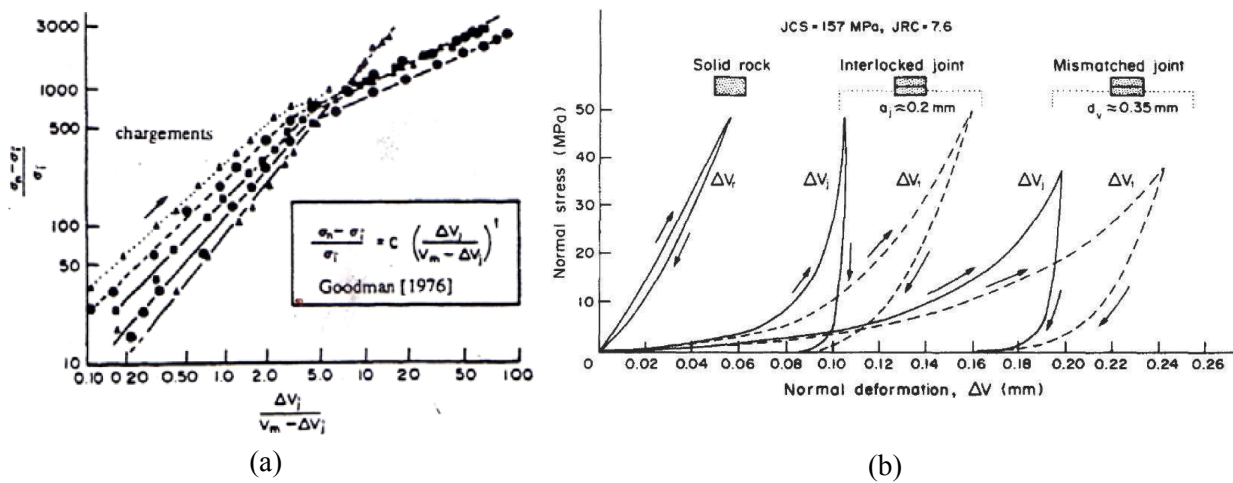


Figure 1-1 – Comportement mécanique en compression normale des discontinuités : (a) [Goodman \(1976\)](#), (b) [Bandis et al. \(1983\)](#).

Bandis et al. (1983) ont proposé une autre loi hyperbolique suivante (voir la Figure 1-1b) :

$$\sigma_n = k_{nn0} \left(\frac{u_n}{1 - u_n/e} \right) \quad (1.2)$$

avec k_{nn0} la raideur normale initiale. La raideur normale tangente k_{nn} est reliée à la raideur normale initiale k_{nn0} via la relation suivante : $k_{nn} = \partial\sigma_n / \partial u_n = k_{nn0} (1 - u_n/e)^{-2}$.

- b. Discontinuités ouvertes

Pour des discontinuités ouvertes dont les deux surfaces résistent par des ponts rocheux, Bandis et al. (1983) ont proposé une relation semi-logarithmique ajustant des résultats expérimentaux contrainte-déformation de différentes discontinuités. Cette relation s'exprime comme :

$$\log_{10} \sigma_n = p + q u_n \quad (1.3)$$

où p et q sont des constantes dépendant du matériau de remplissage. La raideur normale est déduite de (1.3) par $k_{nn} = \partial\sigma_n / \partial u_n = q \sigma_n / (\log_{10} e) = 2.3025 q \sigma_n$.

1.1.2 Modèles de comportement sous chargement de cisaillement

Les modèles de résistance au cisaillement des discontinuités rocheuses ont beaucoup été utilisés pour déterminer la stabilité des massifs rocheux fracturés. Plusieurs auteurs (Coulomb, 1776 ; Mohr, 1900 ; Patton, 1966 ; Ladanyi et Archambault, 1969 ; Barton, 1973 ; Amadei et Saeb, 1990, parmi d'autres) ont étudié ce problème et plusieurs critères de rupture ont été proposés.

1.1.2.1 Modèle de Mohr-Coulomb

Le modèle de résistance au cisaillement des discontinuités de Mohr-Coulomb s'écrit :

$$\tau_p = \sigma_n \tan \varphi + C_{coh} \quad (1.4)$$

où τ_p , φ et C_{coh} sont respectivement la résistance au cisaillement au pic, l'angle de frottement interne, la cohésion. Il est à noter que ce critère est en bon accord avec des résultats expérimentaux pour des essais de cisaillement sous des contraintes normales moyennes.

1.1.2.2 Modèle de Patton

Patton (1966) a étudié l'effet de la rugosité des discontinuités sur la résistance au cisaillement en réalisant des essais sur des échantillons ayant des discontinuités en forme des dents de scie avec différents angles d'inclinaison. En fonction de la contrainte normale appliquée, il a proposé deux modèles empiriques ci-dessous pour des discontinuités :

- Pour des valeurs faibles de la contrainte normale, les aspérités se glissent l'une sur l'autre et le modèle de la résistance au cisaillement s'écrit :

$$\tau_p = \sigma_n \tan(\varphi_b + i) \quad \text{avec} \quad \sigma_n < \sigma_T \quad (1.5)$$

où φ_b est l'angle de frottement de base pour des surfaces lisses des matériau rocheux, i est l'angle de dilataance.

- Pour des valeurs plus élevées de la contrainte normale, les aspérités ne peuvent plus se glisser l'une sur l'autre. Le critère de résistance s'écrit :

$$\tau_p = \sigma_n \tan \varphi_r + C_a \quad \text{avec} \quad \sigma_n \geq \sigma_T \quad (1.6)$$

avec φ_r et C_a respectivement l'angle de frottement résiduel et la cohésion apparente.

Dans les Eqs. (1.5) et (1.6) σ_T est la contrainte normale de transition entre le mode de glissement sur des aspérités et le mode de rupture en cisaillement. Les modèles de Patton prennent en compte le glissement et la rupture des aspérités de manière séparée.

1.1.2.3 Modèle de Ladanyi et Archambault

Ladanyi et Archambault (1969) ont proposé une extension du modèle de Patton en combinant le frottement, la dilataance et la résistance des aspérités. Les discontinuités des aspérités sont supposées en forme des triangles réguliers avec l'inclinaison de $\pm i$. Sur la base de l'approche énergétique, le modèle de Ladanyi et Archambault s'obtient :

$$\tau_p = \frac{\sigma_n (1 - a_s) (\nu + \tan \varphi_b) + a_s \tau_{ca}}{1 - (1 - a_s) \nu \tan \varphi_f} \quad (1.7)$$

où a_s et $(1 - a_s)$ sont respectivement des facteurs multiplicateurs du cisaillement et du frottement des aspérités. $a_s = A_s / A$ avec A_s et A respectivement la surface projetée des aspérités cisailées et la surface totale d'une éponte. ν est le taux de dilataance à la rupture, φ_f et φ_b sont respectivement l'angle de frottement à la rupture totale des épontes et l'angle de frottement de base. τ_{ca} est la résistance au cisaillement des aspérités. Lors du cisaillement sous des contraintes normales faibles, a_s tend vers 0, ν tend vers 1 et seul le frottement intervient. Sous des contraintes normales élevées, a_s tend vers 1, ν tend vers 0 et seul le terme de rupture des aspérités intervient. Ladanyi et Archambault ont proposé les relations empiriques pour a_s et ν avec la contrainte normale en se basant sur des résultats expérimentaux :

$$a_s = 1 - (1 - \sigma_n / \sigma_T)^{k_1} \quad \text{et} \quad \nu = (1 - \sigma_n / \sigma_T)^{k_2} \tan i_0 \quad (1.8)$$

avec k_1 et k_2 deux constantes du matériau, i_0 la dilataance sous contrainte normale nulle (i.e. angle d'inclinaison moyen des facettes des aspérités), σ_T la contrainte normale de transition du mode de glissement au mode de la rupture des aspérités. Pour des surfaces en dents de scie, des résultats expérimentaux donnent $k_1 \approx 1.5$ et $k_2 \approx 4.0$.

1.1.2.4 Modèle de Barton

Barton (1973) a proposé un critère de résistance au cisaillement faisant intervenir la rugosité et la résistance à la compression des discontinuités de la manière suivante :

$$\tau_p = \sigma_n \tan \left[\text{JRC} \log_{10} (\text{JCS} / \sigma_n) + \varphi_r \right] \quad (1.9)$$

où JRC (Joint Roughness Coefficient) et JCS (Joint wall Compressive Strength) sont respectivement le coefficient de rugosité et la résistance à la compression des parois des discontinuités. Barton et Bandis (1982) ont proposé des relations empiriques pour corriger des paramètres JRC et JCS déterminés au laboratoire pour l'effet d'échelle.

1.1.2.5 Modèle d'Amadei et Saeb

Amadei et Saeb (1990) ont modifié le critère de Ladanyi et Archambault (1969) afin d'obtenir une formulation plus simple donnant de mêmes résultats :

$$\tau_p = \sigma_n (1 - a_s) \tan(\varphi_b + i) + a_s \tau_{ca} \quad (1.10)$$

où $i = \arctan(v)$ et v est donné dans l'Eq. (1.8).

1.2 Ecoulement de fluide dans les milieux poreux fracturés

La modélisation de l'écoulement de fluide dans les milieux poreux fracturés est très importante dans différentes applications telles que l'exploitation de l'huile et du gaz, l'énergie géothermique et le stockage de CO₂. Cette section vise à fournir une bibliographie sur les équations d'écoulement de fluide dans la matrice et dans le réseau des fractures ainsi que des solutions théoriques de ce problème.

1.2.1 Equations générales

Un corps poreux fracturé Ω avec sa frontière $\partial\Omega$ est considéré (Figure 1-2).

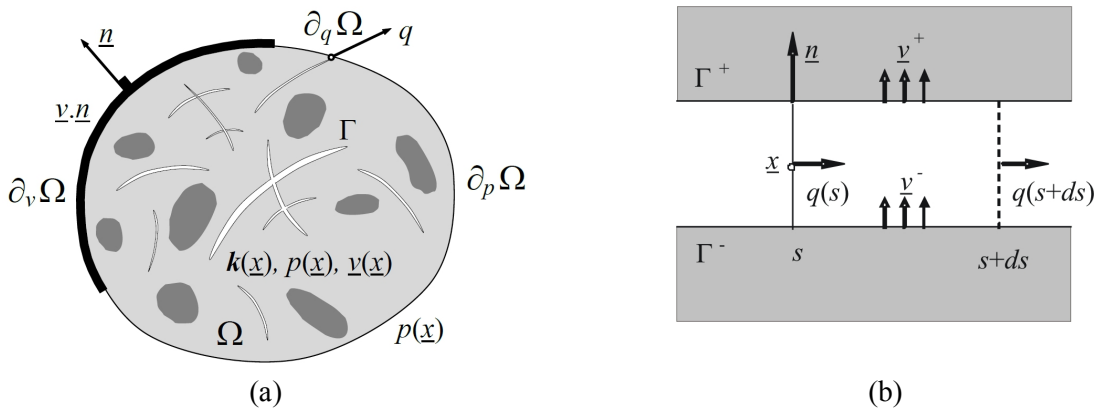


Figure 1-2 – (a) Problème hydraulique pour un corps poreux fracturé, (b) Echange de la masse de fluide entre la fracture et la matrice en un point régulier d'une fracture (Pouya et Ghabezloo, 2010).

Il est à noter que des fractures et cette frontière peuvent être intersectées. Γ et S désignent respectivement l'ensemble des points appartenant aux fractures et l'ensemble des points singuliers constitués par les intersections et les extrémités des fractures. La pression imposée sur la partie $\partial_p \Omega$ de la frontière est notée par p^d , la vitesse du fluide imposée sur la partie $\partial_v \Omega$ est notée par $\underline{v} \cdot \underline{n}$ et le débit injecté dans des fractures intersectées avec la frontière sur la partie $\partial_q \Omega$ est noté par q^d .

En 2D, l'écoulement transitoire dans la matrice poreuse est régi par la loi de Darcy :

$$\forall \underline{x} \in \Omega - \Gamma; \quad \underline{v}(\underline{x}, t) = -\underline{k}(\underline{x}) \cdot \nabla p(\underline{x}, t) \quad (1.11)$$

avec $\underline{v}(\underline{x}, t)$ et $p(\underline{x}, t)$ respectivement le vecteur de vitesse et la pression au point \underline{x} et au temps t , $\underline{k}(\underline{x})$ le tenseur de perméabilité dépendant de la perméabilité intrinsèque $\underline{k}_{\text{int}}(\underline{x})$ et de la viscosité dynamique du fluide μ via la relation $\underline{k}(\underline{x}) = \underline{k}_{\text{int}}(\underline{x})/\mu$. En l'absence de sources, la conservation de la masse de fluide s'écrit :

$$\forall \underline{x} \in \Omega - \Gamma; \quad \partial m_f / \partial t + \nabla \cdot [\rho_f \underline{v}(\underline{x}, t)] = 0 \quad (1.12)$$

où m_f est la masse de fluide dans l'unité de volume du milieu. $m_f = \rho_f \phi S_r$ avec ρ_f , ϕ et S_r respectivement la densité volumique du fluide, la porosité Lagrangienne et le degré de saturation du milieu. L'écoulement transitoire de fluide dans une fracture est très souvent supposé être gouverné par la loi cubique de Poiseuille ([Pouya, 2015](#)) :

$$\forall \underline{z}(s) \in \Gamma; \quad q(\underline{z}(s), t) = -\underline{c}_f(s) \partial_s p(\underline{z}(s), t) \quad (1.13)$$

où q est le débit d'écoulement et \underline{c}_f est le tenseur de conductivité dans le plan de la fracture. Dans les cas les plus fréquents, \underline{c}_f est supposée isotrope dans le plan tangentiel et représenté par le scalaire c_f , qui est relié à l'ouverture hydraulique e par la loi cubique :

$$c_f = e^3 / 12\mu \quad (1.14)$$

L'équation de conservation de la masse pour la fracture, avec la prise en compte de l'échange de la masse de fluide avec la matrice, est une équation clef pour le problème d'écoulement et s'écrit dans le cas le plus général ([Pouya, 2012](#) ; [Pouya et Vu, 2012](#) ; [Pouya et al., 2011](#)) :

$$\forall \underline{z}(\underline{s}) \in \Gamma - S; \quad \nabla_s \cdot [\rho_f \underline{q}(\underline{z}, t)] + \llbracket \rho_f \underline{v}(\underline{z}, t) \rrbracket \cdot \underline{n}(\underline{s}) + \frac{\partial}{\partial t} [\rho_f e(\underline{z}, t)] = 0 \quad (1.15)$$

Dans cette équation, $\nabla_s \cdot ()$ désigne la divergence dans la surface de la fracture, $\llbracket \underline{v} \rrbracket = [\underline{v}^+ - \underline{v}^-]$ représente la discontinuité de la vitesse de fluide ou bien le saut de la vitesse entre les deux côtés de la fracture, et \underline{n} est le vecteur d'unité normal à la surface de la fracture,

l'ouverture hydraulique e peut varier avec la contrainte mécanique ou bien avec la pression hydraulique appliquée à la fracture. L'équation de la conservation de la masse dans la fracture doit inclure le saut de la vitesse entre les deux côtés de la fracture, celle qui représente l'échange de la masse avec la matrice. Ce problème est connu depuis, au moins, des travaux pionniers de [Barenblatt et al. \(1960\)](#). Depuis, plusieurs modèles d'échange de la masse de fluide ont été proposés. Quelques modèles remarquables sont décrits dans la [Section 1.3.2](#). Aux points singuliers S , l'équation d'échange de la masse de fluide est réduite à $\sum_j q_j^0 = 0$ où

q_j^0 désigne le débit sortant du point d'intersection \underline{z} dans la branche j des fractures intersectées ([Pouya et Vu, 2012](#)).

Dans le cas d'un milieu 3D infini, l'équation d'écoulement de fluide dans la matrice rocheuse reste identique à celle dans (1.11). En revanche, l'équation d'écoulement dans les fractures ainsi que l'équation d'échange de la masse deviennent plus compliquées car l'intersection entre surfaces des fractures peut être des surfaces courbes ([Pouya, 2012](#)).

1.2.2 Solutions théoriques

Le problème 2D de fracture sous forme de disques elliptiques, de lentille ou bien d'inclusions ellipsoïdales noyées dans un domaine infini et soumis à un champ lointain a été largement étudié dans la bibliographie. Des solutions théoriques supposent que le fluide dans tout le domaine est gouverné par la loi de Darcy. Les solutions théoriques de l'écoulement dans un milieu poreux plan, en utilisant des potentiels avec des variables complexes ont été premièrement dérivées par [Liolios et Exadaktylos \(2006\)](#). Ces solutions sont établies pour un milieu poreux contenant une ou bien plusieurs fractures non-intersectées. Pour le cas des fractures intersectées dans un domaine infini homogène isotrope soumis à un champ de pression $p_\infty(\underline{x})$ à l'infini, en utilisant le théorème du potentiel pour le domaine infini, [Pouya et Ghabezloo \(2010\)](#) ont proposé une solution générale:

$$p(\underline{x}) = p_\infty(\underline{x}) - \frac{c_f}{2\pi k} \sum_j \partial_s p(s) \frac{\underline{x} - \underline{z}^j(s)}{\|\underline{x} - \underline{z}^j(s)\|^2} \cdot \underline{t}^j(s) ds \quad (1.16)$$

En l'absence du terme $p_\infty(\underline{x})$, la solution de [Liolios et Exadaktylos \(2006\)](#) et celle de [Pouya et Ghabezloo \(2010\)](#) sont identiques. D'ailleurs, en utilisant des transformations linéaires, [Pouya et Ghabezloo \(2010\)](#) ont également étendu la solution de l'écoulement dans un milieu poreux fracturé isotrope à la solution de la matrice anisotrope comme suit :

$$p(\underline{x}) = p_\infty(\underline{x}) - \frac{c_f}{2\pi\sqrt{|\mathbf{k}|}} \sum_j \int_{\Gamma_j} q^j(s) \frac{\underline{x} - \underline{z}^j(s)}{\left\| \sqrt{|\mathbf{k}^{-1}|} \cdot [\underline{x} - \underline{z}^j(s)] \right\|^2} \cdot \mathbf{k}^{-1} \cdot \underline{t}^j(s) ds \quad (1.17)$$

où \mathbf{k} est le tenseur de perméabilité du milieu. En plus, [Vu et al. \(2014, 2015\)](#) ont développé des solutions théoriques pour le cas des milieux poreux fracturés finis en utilisant l'approche de sous-structuration et la méthode de collocation.

Dans le cas d'un milieu 3D infini, [Pouya \(2012\)](#) a dérivé une solution générale du potentiel ainsi que la solution pour le cas anisotrope sous des formes suivantes :

$$p(\underline{x}) = p_{\infty}(\underline{x}) + \frac{1}{4\pi k} \sum_j \int_{\Gamma_j} \frac{q^j(\underline{s}) (\underline{x} - \underline{z}^j(s))}{\|\underline{x} - \underline{z}^j(s)\|^3} ds \quad (1.18)$$

$$p(\underline{x}) = p_{\infty}(\underline{x}) - \frac{1}{4\pi\sqrt{|\mathbf{k}|}} \sum_j \int_{\Gamma_j} \frac{\nabla_s^j p(\underline{s}) \cdot [\mathbf{c}^j(\underline{s}) \mathbf{k}^{-1}] \cdot (\underline{x} - \underline{z}^j(s))}{\|(\underline{x} - \underline{z}^j(s)) \cdot \mathbf{k} \cdot (\underline{x} - \underline{z}^j(s))\|^{3/2}} ds \quad (1.19)$$

Il est à noter que des solutions théoriques sont souvent résolues en supposant une fracture : (i) ayant une conductivité infinie dans la direction de la fracture (i.e. super-conductrice) qui entraîne que la pression est constante le long de la fracture, (ii) ayant une conductivité infinie dans la direction transversale celle qui impose une continuité de pression entre les deux lèvres de la fracture. Les cas d'une fracture conductrice et d'une fracture non-saturée dans un milieu infini a été traité numériquement par [Vu et al. \(2013, 2015\)](#) et [Pouya et al. \(2013\)](#).

1.3 Couplages hydromécaniques

Les couplages hydromécaniques sont en général des interactions physiques entre les processus hydraulique et mécanique dans des géomatériaux. Ces interactions physiques, d'après [Rutqvist et Stephansson \(2003\)](#), peuvent être divisées en deux types : directes et indirectes (voir la [Figure 1-3](#)).

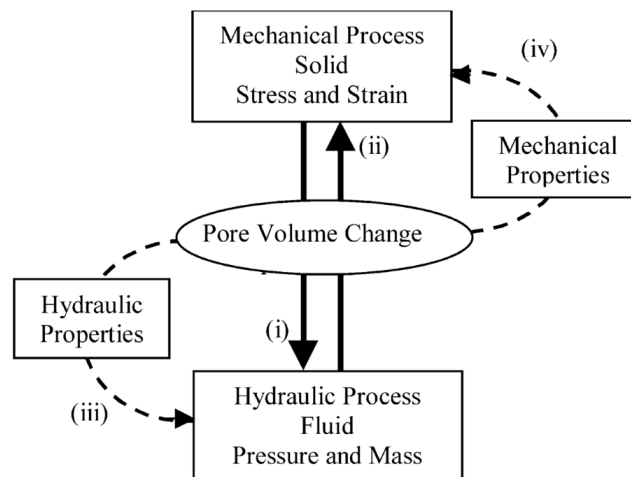


Figure 1-3 – Couplage hydromécanique dans des géomatériaux : couplages directs à travers des interactions de volume des pores (i et ii), couplages indirects à travers la modification des propriétés des matériaux (iii et iv) ([Rutqvist et Stephansson, 2003](#)).

Basées sur des observations et résultats expérimentaux, [Terzaghi \(1923, 1936\)](#) a proposé le premier modèle couplé hydromécanique pour le problème de consolidation. Ce modèle a été puis étendu par [Biot \(1941\)](#), pour les milieux poreux élastiques linéaires isotropes, afin de formuler une théorie générale de consolidation tridimensionnelle. Ceux deux concepts sont développés plus tard par plusieurs auteurs pour différents matériaux et comportements (non-linéaire, viscoplasticité, etc.). Pourtant, les travaux pionniers de Terzaghi et Biot ont formé le cadre basique pour l'analyse couplée hydromécanique dans divers problèmes. Pour le problème de couplage hydromécanique, deux questions clefs à étudier sont le concept de la contrainte effective et le modèle d'échange de la masse de fluide entre la matrice et la fracture. Dans la suite, après un bref rappel des équations constitutives de la théorie poroélastique, les deux questions mentionnées ci-dessus sont présentées.

1.3.1 Contrainte effective et équations constitutives de la poroélasticité

Dans un milieu poreux avec la présence d'un fluide, la coexistence des phases fluide et solide rend complexe le comportement du matériau en raison des différences entre ces deux phases : (i) différence de la compressibilité, (ii) absence de rigidité en cisaillement de la phase fluide et son écoulement dans les pores, (iii) la résistance en cisaillement est contribué seulement par le squelette solide, (iv) la rigidité et la résistance du squelette dépendent cependant des forces appliquées ([Santamarina et al., 2001](#)). D'ailleurs, la présence d'un fluide peut affecter et/ou modifier le comportement du milieu à travers des interactions physiques et chimiques (en fonction de ses impuretés et composantes). La modification du comportement d'un milieu poreux vis-à-vis de la présence du fluide a été constatée et étudié par plusieurs auteurs depuis plus d'un siècle, celle qui fait apparaître le concept de la contrainte effective. La notion de contrainte effective est couramment utilisée en mécanique des sols et des roches sous la forme de la contrainte effective de Terzaghi (dans le cas de constituants solides incompressibles) ou de Biot (dans le cas de constituants solides compressibles). Cette contrainte effective contrôle les variations de volume total d'un matériau poreux. Pour autres propriétés physiques des matériaux poreux, cette notion de contrainte effective peut être généralisée.

- a. Contrainte effective de Terzaghi

Dans le cadre de travaux sur la consolidation des couches d'argile, [Terzaghi \(1923\)](#) a constaté, pour un sol saturé ($S_r = 1$), que la contrainte totale et la pression interstitielle avaient provoqué des effets semblables mais opposés en termes de déformation de manière suivante:

$$\sigma' = \sigma - p \quad (1.20)$$

où σ est la contrainte totale appliquée dans une direction donnée en tout point dans le sol, p est la pression d'eau dans les pores, σ' est la contrainte effective qui contrôle la variation de volume du sol. Si la contrainte totale et la pression interstitielle changent de manière que la contrainte effective reste constante, aucune variation de la propriété correspondante n'est

attendue. Or, [Terzaghi \(1936\)](#) a théoriquement trouvé une autre expression pour la contrainte effective dans laquelle intervient la porosité du milieu. Cette dérivation se base sur des hypothèses restrictives : (i) milieu poreux avec un seul fluide, (ii) écoulement laminaire du fluide, (iii) grains et fluide incompressibles et (iv) contacts inter-granulaires ponctuels.

La contrainte effective de Terzaghi peut être utilisée pour la plupart des problèmes en mécanique des sols. Pour autant, cette contrainte ne peut pas être vérifiée pour les déformations des bétons et des roches car elle ne tient pas compte de propriétés intrinsèques du milieu. Cependant, plusieurs essais ont été effectués sur une large variété de roches telles que le grès, le calcaire, la dolomite, le schiste et la siltite pour la rupture en cisaillement ([Byerlee, 1975](#)). Les résultats ont montré que la contrainte effective de Terzaghi est celle qui gouverne la rupture en cisaillement.

- b. Equations constitutives de la poroélasticité et contrainte effective de Biot

Dans un milieu poreux compressible, en présence d'une pression interstitielle p , les équations constitutives de la poroélasticité, établie par [Biot \(1941\)](#) pour le cas général d'une consolidation tridimensionnelle, s'écrivent (avec traction comptée positivement) :

$$\begin{cases} \sigma_{ij} = 2G^* \varepsilon_{ij} + (K_d - 2G^*/3) \varepsilon_v \delta_{ij} - bp \delta_{ij} \\ d\phi = bd\varepsilon_v + dp/N \end{cases} \quad (1.21)$$

où σ_{ij} , ε_{ij} , et $\varepsilon_v = \varepsilon_{kk}$ sont la contrainte totale, la déformation et la déformation volumique du milieu. δ_{ij} est l'opérateur de Kronecker. $G^* = E/[2(1+\nu)]$ et $K_d = E/[3(1-2\nu)]$ sont respectivement le module de cisaillement et le module de compression drainé, avec E et ν respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson. $b = 1 - K_d/K_s$ est le coefficient de la contrainte effective de Biot avec K_s le module de compression des grains solides ([Biot et Willis, 1957](#); [Geertsma, 1957](#)). ϕ est la porosité Lagrangienne du milieu. Le module N est relié au module de Biot M du squelette de la manière suivante :

$$1/M = 1/N + \phi_0/K_f \quad (1.22)$$

où ϕ_0 est la porosité initiale du milieu et K_f est le module de compression du fluide ([Coussy, 2004](#)). Les paramètres N , b , ϕ_0 , K_s sont liés par la relation suivante:

$$1/N = (b - \phi_0)/K_s \quad (1.23)$$

La contrainte effective de Biot, notée σ'_{ij} , s'exprime alors :

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} + bp\delta_{ij} = \sigma_{ij} + (1 - K_d/K_s) p\delta_{ij} \quad (1.24)$$

Sur le plan expérimental, de nombreux essais ont été réalisés sur divers types de matériaux pour confirmer la validité des coefficients de la contrainte effective. Les résultats de [Nur et](#)

Byerlee (1971), Rice et Cleary (1976), Zimmerman et al. (1986) ont permis de confirmer la validité du coefficient de la contrainte effective de Biot défini par $b = 1 - K_d/K_s$ pour la réponse contrainte-déformation des matériaux rocheux.

- c. Contrainte effective pour différentes propriétés physiques

Étant donné qu'une expression unique de la contrainte effective pour différents matériaux ainsi que leurs propriétés n'existe pas, plusieurs recherches ont été faites afin de proposer un concept général applicable à une propriété Q du matériau étudié. Ce type de concept a été premièrement présenté par Todd et Simmons (1972) et puis développé et complété par divers auteurs : Bernabé (1986), Berryman (1992), Ghabezloo et al. (2008), parmi d'autres.

Notons Q une propriété d'un milieu poreux saturé qui est fonction de la contrainte et la pression interstitielle $Q = f(\sigma, p)$. La variation de la propriété Q peut être écrite dans la forme suivante en fonction des variations de la contrainte et de la pression interstitielle:

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial Q}{\partial p} dp = \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \left[d\sigma - \left(-\frac{\partial Q / \partial p}{\partial Q / \partial \sigma} \right) dp \right] = \frac{\partial Q}{\partial \sigma} d\sigma' \quad (1.25)$$

On peut donc définir une variable $d\sigma'$ comme une combinaison linéaire des variations de la contrainte et de la pression interstitielle pour décrire les variations de la propriété Q .

$$d\sigma' = d\sigma - n_Q dp_f \quad \text{avec} \quad n_Q(\sigma, p) = -\frac{\partial Q / \partial p}{\partial Q / \partial \sigma} \quad (1.26)$$

où n_Q est le coefficient de la contrainte effective. Avec l'hypothèse de n_Q constant (Bernabé, 1986), l'expression de la contrainte effective s'écrit, en intégrant l'Eq. (1.26):

$$\sigma' = \sigma - n_Q p \quad (1.27)$$

Berryman (1992) a dérivé le coefficient n_Q selon les deux variables σ_a et p pour quelques propriétés du milieu. Le Tableau 1-1 récapitule quelques valeurs du coefficient de la contrainte effective pour quelques propriétés du milieu.

Nur et Byerlee (1971) ont dérivé le coefficient de contrainte effective pour un milieu isotrope, élastique linéaire contenant des pores interconnectés ayant des formes et de concentration arbitraires. Ils ont strictement obtenu le même coefficient de la contrainte effective que celui de Biot et Geertsma. Les résultats expérimentaux réalisés sur le grès de Weber ont permis Nur et Byerlee (1971) de confirmer la validité de leur coefficient. D'après Garg et Nur (1973), en présence de fractures, il est nécessaire d'avoir deux notions de la contrainte effective, l'une pour la réponse contrainte-déformation, et l'autre pour décrire la rupture.

Khalili et al. (2005) ont traité des milieux poreux saturés contenant plusieurs fluides. Ils ont défini pour chaque fluide un coefficient qui tient compte de son influence sur le comportement global du milieu. L'expression de la contrainte effective s'écrit donc :

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \sum_{k=1}^n \alpha_k p_k \delta_{ij} \quad (1.28)$$

avec α_k et p_k respectivement le coefficient et la pression interstitielle pour le fluide k .

Tableau 1-1: Récapitulatif des valeurs du coefficient de la contrainte effective pour quelques propriétés du matériau

Auteurs		Valeurs de n_Q	Commentaires
Approche théorique	Berryman (1992)	$1 - K_d/K_s$	Déformation volumique ε_v
		$1 - \frac{\phi}{K_\phi(1/K_d - 1/K_s)}$	Variation du volume poreux V_ϕ
		$1 - \frac{\phi(1/K_s - 1/K_\phi)}{(1-\phi)/K_d - 1/K_s}$	Variation de la porosité ϕ
		$\phi K_s/K_d$	Variation du volume de la phase solide V_s
		$1 - \frac{\partial(1/K_s)/\partial\sigma}{\partial(1/K_d)/\partial\sigma}$	Compressibilité drainée C_d
		$1 - \frac{\phi(1/K_f - 1/K_s)}{(1/K_d - 1/K_s)}$	Variation de la quantité du fluide.
Approche empirique	Hoffman (1929)	ϕ	Matériaux cimentés saturés
	De Witte et Warren (1957)	$1 - (1-\phi)K_d/K_s$	Matériaux granulaires
	Hubbert et Rubey (1959)	1	Voie théorique
	Terzaghi (1936)	1	Résistance en cisaillement
	Skempton (1960a)	$1 - a$	Résistance en cisaillement où a : taux de l'aire de contact intergranulaire
	Skempton et Bishop (1954)	$1 - \frac{a\mu}{\tan \varphi}$	Résistance en cisaillement : μ et φ sont le coefficient et l'angle de frottement interne
	Skempton (1960b)	1	Critère de rupture dans un milieu poreux

Dans le [Tableau 1-1](#), K_ϕ est le module de compression de volume poreux.

Pour les sols partiellement saturés, [Bishop \(1955\)](#) a suggéré une expression plus générale de la contrainte effective pour ce type de milieu:

$$\sigma' = \sigma - [p_a - \chi(p_a - p)] \quad (1.29)$$

où p_a est la pression d'air dans les pores et χ est un paramètre lié au degré de saturation S_r . Dans la mécanique des sols, on suppose souvent que $\chi = S_r$. Pour le cas d'un sol saturé, $\chi = 1$ et la formulation de Bishop devient identique que celle de Terzaghi. Pour le cas limite où il n'y a pas d'eau dans les pores : $S_r = 0$, $\chi = 0$ et $\sigma' = \sigma - p_a$. Les essais expérimentaux sur les sols, bétons et roches ont permis [Skempton \(1960b\)](#) de supporter le concept général de

la contrainte effective de [Bishop \(1955\)](#). D'autres modèles de la contrainte effective pour des milieux poreux non saturés peuvent être également trouvés dans [Hassanizadeh et Gray \(1980\)](#), [Dangla et Coussy \(1998\)](#), parmi d'autres.

- d. Contrainte effective de contrainte-déformation pour un milieu poreux fracturé

Pour un milieu poreux fracturé soumis à une pression interstitielle, la contrainte effective de contrainte-déformation pour la matrice poreuse est gouvernée par la relation (1.21). En plus, la fracture est considérée comme un joint rocheux ayant des rigidités normale k_{nn} et tangentielle k_{tt} . Dans ce cas, la contrainte totale distribuée sur les lèvres de la fracture dépend des contacts entre ces deux lèvres en raison de leurs aspérités d'une part, et de la pression du fluide dans la fracture d'autre part. Le modèle de joints poroélastique s'écrit alors ([Seyedi et al., 2015](#)):

$$\begin{pmatrix} \sigma_n + b_f p \\ \tau \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_{nn} & \\ & k_{tt} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_n \\ u_t \end{pmatrix} \quad (1.30)$$

où u_n , u_t , τ sont respectivement le déplacement normal, tangentiel et la contrainte tangentielle du joint. b_f est le coefficient de la contrainte effective du joint. Dans le travail qui sera présenté dans les chapitres suivants un modèle de milieu saturé sera considéré pour une première approche de modélisation des effets mécaniques de la diffusion du CO_2 .

1.3.2 Modèles d'échange de la masse de fluide entre la fracture et la matrice

Dans le cadre des milieux poreux saturés perméables, la différence entre la pression de fluide dans la fracture (pression d'injection) et la pression interstitielle (pression dans les pores) de la formation géologique peut générer un écoulement. Cet écoulement se compose de deux processus consécutifs ([Chang, 2004](#)) : (i) la diffusion du fluide dans la fracture, et (ii) la pénétration de fluide dans le milieu entouré. D'après [Adachi et al. \(2007\)](#), dans les réservoirs très perméables, 90% du fluide injecté peut être infiltré dans la formation géologique pendant le processus d'injection. Le mécanisme de diffusion du fluide joue un rôle important car il est à l'origine de la chute de la pression du fluide le long de la fracture lorsque la fracture se propage. De plus, cette pénétration du fluide provoque l'expansion volumique du milieu entouré, celle qui tend à fermer la fracture ([Kovalyshen, 2010](#)). Le phénomène de diffusion du fluide vers la formation géologique est intéressant pour l'exploitation du pétrole par la méthode de réinjection d'eau de production (PWRI : Produced Water Re-Injection), tandis qu'il ne l'est pas pour la fracturation hydraulique. D'où l'effet de diffusion du fluide doit être soigneusement considéré dans la modélisation de la fracturation hydraulique.

D'après [Haimson et Fairhurst \(1969\)](#), les premiers travaux sur la fracturation hydraulique n'ont pas pris en considération le mécanisme d'infiltration du fluide injecté vers la formation. [Geertsma \(1966\)](#) a montré que cette pénétration influence significativement la pression

nécessaire pour fracturer la roche. [Haimson et Fairhurst \(1969\)](#) ont réalisé des essais sur des pâtes de ciment en injectant une pression de fluide dans les échantillons au niveau de leurs fractures. Les résultats ont confirmé l'influence non négligeable de la diffusion de fluide vers le milieu poreux. Pourtant, dans leurs travaux, aucune formulation explicite n'a été établie pour décrire le mécanisme de diffusion de fluide. Ci-dessous sont présentés quelques modèles d'échange de la masse de fluide entre la fracture et la matrice.

1.3.2.1 Modèle de Carter (1957)

Le modèle de Carter (cité dans [Howard et Fast, 1957](#)) a été proposé à partir des travaux dans le domaine pétrolier. Lors de l'injection d'un fluide dans un milieu poreux, Carter a constaté que la quantité de fluide diffusé vers ce milieu avait pu être graphiquement déterminée en traçant le volume cumulé du fluide pénétré (expérimentalement déterminé) par rapport à la racine carrée de temps. Le modèle 1D de Carter a pour expression :

$$q_L(x, t) = 2C_L / \sqrt{t - t_0}(x) \quad (1.31)$$

où q_L est le débit de fluide pénétré et C_L est le coefficient caractérisant la fuite de fluide vers le milieu, x est l'abscisse du point considéré sur la fracture, t est le moment considéré, et t_0 est le « temps zéro » défini pour un point donné, c'est le temps auquel la fracture et le fluide injecté touchent ce point et commence à s'infiltrer dans la matrice. Le facteur 2 signifie que le fluide pénètre dans la formation via les 2 lèvres de la fracture.

Le modèle de Carter se base sur plusieurs hypothèses telles que :

- Milieu poreux homogène infini avec épaisseur constante en espace et en temps
- Ecoulement 1D du fluide depuis la fracture vers la formation géologique suivant la direction perpendiculaire à l'axe de la fracture. Or, il est évident qu'autour de l'extrémité de la fracture l'écoulement n'est pas perpendiculaire à la fracture. [Hagoort et al. \(1980\)](#) ont montré l'existence de l'écoulement parallèle à la fracture dans un réservoir homogène.
- Dépendance du temps de la vitesse d'écoulement vers la formation à un point sur la surface de la fracture lorsque ce point est exposé à l'écoulement. Le débit du fluide infiltré à une position donnée de la fracture dépend de l'histoire de la pression du fluide injecté à cette position mais ne dépend pas de celle dans les régions adjacentes.
- Même fonction de vitesse pour tout point dans la formation
- Pression constante dans la fracture et égale à la pression d'injection

Lorsque le débit du fluide injecté est maintenu constant, le modèle de Carter permet d'estimer à la fois la quantité du fluide pénétré et l'extension de la fracture dans le milieu poreux qui dépendent du coefficient C_L . Le coefficient C_L dépend d'une part des caractéristiques du fluide injecté et d'autre part du fluide du milieu environnant et d'autres caractéristiques de ce milieu. Lors de l'injection d'un fluide de grande viscosité, Carter a proposé l'expression suivante:

$$C_L = \sqrt{k\Delta P\phi/2\mu} \quad (1.32)$$

où Δp est la différence de pression de fluide dans la fracture et dans la formation, ϕ est la porosité du milieu poreux. Autres expressions de C_L peuvent être trouvées dans [Settari \(1985\)](#); [Patzek et Silin \(2001\)](#), parmi d'autres. Grâce à sa simplicité, le modèle de Carter a été largement utilisé dans la modélisation de la fracturation hydraulique tant sur le plan analytique que sur le plan numérique ([Boone et Ingraffea, 1990](#); [Patzek et Silin, 2001](#); [Bunger et al., 2005](#); [Adachi et Detournay, 2008](#)).

1.3.2.2 Modèle de Nordgren (1972)

[Nordgren \(1972\)](#) a développé le modèle géométrique de la fracture de [Perkins et Kern \(1961\)](#) en incluant les effets de diffusion du fluide ainsi que la variation volumique de la fracture pour l'analyse numérique de la propagation de fracture. Le modèle de Nordgren a pour but de compléter le modèle de Carter qui néglige la variation de la largeur de la fracture. Nordgren a également postulé des formules analytiques pour l'évolution temporelle de la largeur et de la longueur de la fracture en cas de forte diffusion du fluide et à court terme :

$$l(t) = \frac{q_{inj}\sqrt{t}}{\pi C_L e} \quad \text{et} \quad W(0, t) = 4 \left[\frac{2(1-\nu)\mu q_{inj}^2}{\pi^3 G^* C_L e} \right] \quad (1.33)$$

avec W l'ouverture maximale de la fracture à l'intersection avec le puits d'injection, G^* le module de cisaillement de la roche de la formation, $l(t)$ la longueur de la fracture.

1.3.2.3 Modèle de Settari (1985)

[Settari \(1985\)](#) a proposé un modèle 1D plus général que celui de Carter dans lequel quelques hypothèses restrictives de Carter avaient été enlevées. Ce modèle accepte la variation des paramètres au cours de la filtration du fluide (pression, viscosité du fluide et des caractéristiques de la filtration) et peut donc simuler les effets non-linéaires. De plus, le modèle de Settari est développé en considérant l'écoulement dans trois zones différentes à partir de la pointe de la fracture comme une fonction de quelques variables additionnelles. Il est à noter que l'équation principale du modèle de Settari et celle de Carter sont similaires et que Settari a proposé trois expressions de C_L pour les trois zones mentionnées.

1.3.2.4 Modèle de Gordeyev et Entov (1997)

[Gordeyev et Entov \(1997\)](#) ont dérivé une solution théorique pour l'équation de diffusion bidimensionnelle (2D). Cette équation est assez similaire à l'équation de conduction thermique. Pour un cas particulier, en supposant que : (i) la frontière de la fracture se propage selon une loi de racine carrée du temps sous la forme $L(t) = E\sqrt{t}$ où $E = cte$, (ii) la pression du fluide dans la fracture est constante et (iii) le fluide du réservoir est compressible et ayant de mêmes propriétés physiques que celles du fluide injecté, ils ont trouvé la même forme de la

vitesse de diffusion que celle dérivée par Carter sous la forme $v = -(k/\mu)\nabla p$ dans la direction normale par rapport à la fracture. Or, les hypothèses de [Gordeyev et Entov \(1997\)](#) sont rarement le cas des scénarios de fracturation hydraulique.

[Patzek et Silin \(2001\)](#) ont étendu les travaux de [Gordeyev et Entov \(1997\)](#) pour la diffusion 2D du fluide vers la formation lors de l'extension de la fracture. Ils ont généralisé la solution de Gordeyev et Entov pour le cas d'une pression d'injection variable. Puis, ils ont restreint leurs analyses pour l'écoulement linéaire 1D caractérisant la fuite du fluide en introduisant une pression d'injection variable dans leur modèle (via la conservation de la masse), celle qui est liée au débit d'injection variable avec la relation suivante:

$$q_{inj}(t) = 2 \frac{kk_{rw}}{\mu \sqrt{\pi \alpha_w} \sqrt{t}} (p_{inj} - p_0) A_0 + q_0 \quad (1.34)$$

où A_0 et q_0 sont respectivement l'aire initiale de la fracture et le débit d'injection initial. k et k_{rw} sont la perméabilité intrinsèque de la formation et la perméabilité relative du fluide injecté (par rapport à l'eau). α_w est la diffusivité du fluide. p_{inj} et p_0 sont la pression du fluide injecté et la pression initiale dans la formation (à l'extérieur de la fracture)

1.3.2.5 Modèle de Mathias et Reeuwijk (2009)

[Mathias et Reeuwijk \(2009\)](#) ont étudié la fuite 3D du fluide depuis la fracture vers le milieu poreux pour un cas exceptionnel dit « stationnaire ». Ils ont supposé que le processus de propagation de la fracture hydraulique était lent pour que la pression interstitielle aux alentours de la fracture soit toujours en équilibre. Le modèle étudié est une fracture hydraulique plane et circulaire de rayon a située dans un milieu poreux infini. En négligeant le coefficient d'emménagement, [Mathias et Reeuwijk \(2009\)](#) ont postulé l'expression générale du débit de fluide diffusé sous la forme :

$$q_L = 8\bar{k}pa/\mu \quad (1.35)$$

où $\bar{k} = \sqrt{k_z k_r}$, k_r est la perméabilité du milieu dans la direction radiale r , k_z et la perméabilité dans la direction z du milieu. Mathias et Reeuwijk ont introduit l'expression du débit de fluide diffusé (1.35) dans le modèle de propagation de [Perkins et Kern \(1961\)](#) pour obtenir un modèle couplé complet.

1.3.2.6 Autres modèles

Le modèle d'écoulement de Darcy est assez souvent utilisé pour modéliser l'échange de fluide depuis la fracture vers la formation entourée. En utilisant ce modèle, [Murdoch et Germanovich \(2006\)](#) ont analysé le problème d'une fracture déformable située dans un milieu perméable. [Ghassemi et al. \(2013\)](#) ont étudié la rupture de roche aux alentours d'une fracture hydraulique via l'analyse poroélastique tridimensionnelle. [Mohammadnejad et Khoei \(2013\)](#) ont analysé l'influence de la perméabilité du milieu entouré, le débit d'injection ainsi que la

viscosité du fluide sur la propagation d'une fracture hydraulique. D'après ces auteurs, le gradient (normal) de la pression du fluide doit être discontinu à travers la fracture.

D'autres modèles de diffusion du fluide (y compris des modèles de Carter modifiés) peuvent être trouvés dans [Harrington et Hannah \(1975\)](#), [Detournay et Garagash \(2003\)](#), [Wrobel et Mishuris \(2013\)](#). [Carrier et Granet \(2012\)](#) ont décrit la fuite bidimensionnelle de fluide depuis la fracture vers le milieu poreux élastique en considérant la continuité de la pression de fluide à travers la fracture.

1.4 Fracturation hydraulique et problèmes liés

La fracturation hydraulique peut être définie comme un processus dans lequel une fracture s'initie et se propage sous l'effet de l'injection d'un fluide dans cette fracture. L'idée de la fracturation hydraulique consiste à exploiter du pétrole ou bien du gaz dans les formations géologiques très peu perméables en créant des fractures ou en connectant les fractures existantes afin d'augmenter la perméabilité. En plus de cette application, la fracturation hydraulique peut être appliquée dans plusieurs domaines ([Sarris et Papanastasiou, 2012a](#)) :

- Dans l'ingénierie minière : préconditionner des massifs rocheux pour l'excavation.
- Dans l'ingénierie environnementale : former des barrières afin de bloquer le transport des contaminants.
- Dans les réservoirs géothermiques : exploiter la chaleur géothermique.
- Dans l'ingénierie géotechnique : injecter le coulis de ciment dans le sol afin de réduire les effets de tassement sous les ouvrages.

De nombreux auteurs ont étudié la fracturation hydraulique soit par voie analytique ([Kristianovitch et Zheltov, 1955](#); [Perkins et Kern, 1961](#); [Geertsma et De Klerk, 1969](#); [Nordgren, 1972](#); [Adachi et Detournay, 2008](#)), soit par voie numérique ([Hagoort et al., 1980](#); [Boone et Ingraffea, 1990](#); [Carrier et Granet, 2012](#)), soit par voie expérimentale ([Haimson et Fairhurst, 1969](#); [Shin et Santamarina, 2010](#)). En général, le processus de fracturation hydraulique fait intervenir le couplage d'au moins de quatre mécanismes physiques :

- Ecoulement du fluide dans la fracture (en fonction de son ouverture)
- Déformation du milieu généré par la pression du fluide injecté dans la fracture combinée avec la pression in situ
- Diffusion du fluide dans la fracture vers le milieu poreux entouré
- Initiation et propagation de fracture (problème de frontière évolutive)

Trois types de modèles ont été proposés pour étudier le problème de fracturation hydraulique ([Figure 1-4](#)):

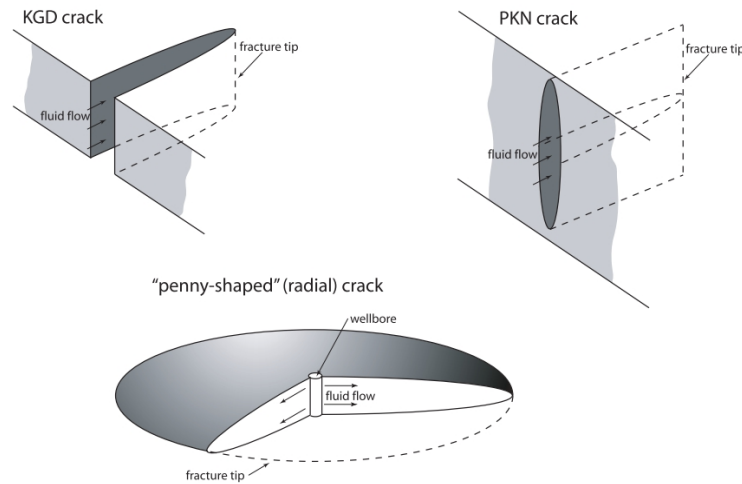


Figure 1-4 – Différents modèles utilisés pour la fracturation hydraulique (Kovalyshen, 2010)

- Modèle KGD proposé et développé par Kristianovitch et Zheltov (1955), Geertsma et De Klerk (1969) : pour ce modèle, la section de la fracture est une ellipse horizontale avec des conditions en déformations planes.
- Modèle PKN développé par Perkins et Kern (1961), Nordgren (1972) : la fracture a une section elliptique avec des conditions en déformations planes. En plus, la relation entre l'évolution de la fracture et la pression du fluide doit être proportionnelle.
- Modèle axisymétrique (penny-shaped crack) : Ce modèle a été premièrement utilisé par Abe et al. (1976) pour la fracturation hydraulique des roches dans lesquelles la fracture est supposée d'avoir une section sous forme d'un disque. En raison de la symétrie géométrique, dans le cas d'injection d'un fluide dans le puits perpendiculaire à la fracture, la fracture se propagera symétriquement par rapport au puits.

Parmi ces trois modèles, le modèle KGD est celui le plus utilisé pour étudier le problème de fracturation hydraulique car il est le plus proche de l'état naturel des fractures.

1.4.1 Méthodes numériques pour la fracturation hydraulique

En général, l'approche analytique pour le problème d'une fracture hydraulique est complexe à cause du couplage ainsi que de la non-linéarité de plusieurs mécanismes physiques. Plusieurs études numériques ont été donc réalisées pour surmonter ces difficultés.

La méthode la plus utilisée consiste en la méthode des éléments finis (méthode MEF) pour modéliser divers problèmes. Hagoort et al. (1980) ont travaillé sur la diffusion 3D en établissant l'équation de diffusion gouvernant l'évolution temporelle de la pression interstitielle. Gordeyev et Entov (1997) ont étudié les fractures de forme de disque et en déformations planes. Quelques auteurs ont cependant simulé la fracturation hydraulique dans les matériaux non-poreux tels qu'Adachi et al. (2007), parmi d'autres.

En combinant la méthode MEF et la méthode des différences finies (méthode MDF), Mathias et Reeuwijk (2009) ont utilisé le schéma de résolution de type Euler implicite pour étudier le problème de diffusion 3D de fluide depuis la fracture vers la matrice en supposant

une propagation très lente des fractures de manière que la pression de pores aux alentours des fractures est toujours en équilibre.

Segura et Carol (2008), Sarris et Papanastasiou (2012a,b) et Carrier et Granet (2012) ont employé la méthode MEF avec des éléments cohésifs sans épaisseur pour la modélisation de la propagation des fractures dans un milieu poroélastique. Divers types d'éléments cohésifs ont été développés : éléments à 2 nœuds (Segura et Carol, 2008), à 3 nœuds (Guiducci et al., 2002), à 6 nœuds (Sarris et Papanastasiou, 2012a,b), à 8 nœuds (Carrier et Granet, 2012). Ces auteurs ont négligé les effets mécaniques liés au fait que les fractures sont souvent remplies d'autres matériaux et peuvent avoir une certaine rigidité.

Adachi et al. (2001) combinent la méthode des discontinuités du déplacement (méthode DD) pour résoudre les équations élastiques et la méthode des différences finies explicite afin de résoudre les équations de l'écoulement en supposant que le fluide totalement remplit la fracture. En plus, aucun échange de fluide entre la fracture et la formation n'est prise en considération. En utilisant la même approche, Lecampion et Detournay (2007) ont étendu les travaux d'Adachi et al. (2001) pour le problème de propagation d'une fracture hydraulique en supposant l'existence d'une petite zone non remplie de fluide entre le fluide injecté et la pointe de la fracture.

La combinaison de la méthode des éléments frontières et la méthode des différences finies peut être employée pour étudier le problème couplé de l'écoulement dans un milieu fracturé. La méthode des éléments frontières est utilisée pour résoudre le système d'équations dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture, tandis que la méthode des différences finies est employée pour résoudre les équations de l'écoulement (Philip et al., 2005).

Boutt et al. (2009) ont étudié l'influence de la perméabilité du milieu et l'emménagement d'une fracture en couplant le modèle Lattice-Boltzmann pour l'écoulement du fluide et le modèle des éléments discrets pour le comportement mécanique du milieu.

La méthode des éléments finis étendus a été récemment utilisée pour le problème de la fracturation hydraulique. Réthoré et al. (2008) ont utilisé cette méthode pour modéliser l'écoulement de fluide dans un milieu poreux fracturé et puis dans un milieu poreux non-saturé contenant des fractures cohésives. Weber et al. (2013) ont simulé la propagation des fractures hydrauliques dans un milieu élastique en configuration de déformations planes en négligeant l'échange de fluide entre la fracture et la formation (milieu imperméable).

1.4.2 Paramètres influençant la fracturation hydraulique

Outre l'influence de la fuite (diffusion) du fluide depuis la fracture vers le milieu poreux environnant déjà présentée dans la Section 1.3.2, l'influence de quelques paramètres principaux sera présentée dans cette partie.

1.4.2.1 Influence de la perméabilité et de l'emménagement du milieu poreux

Carrier et Granet (2012) ont étudié numériquement l'influence de la perméabilité du milieu poreux sur l'évolution d'une fracture hydraulique. Deux cas de perméabilité ont été simulés :

(i) cas de perméabilité isotrope pour la modélisation d'une diffusion 2D, et (ii) cas de perméabilité anisotrope où $k_{yy} \gg k_{xx}$ pour simuler la diffusion 1D. Le cas (ii) correspond au modèle 1D d'échange de fluide de Carter. La Figure 1-5a présente l'évolution temporelle de la longueur de la fracture tandis que la Figure 1-5b montre le profil de déplacement d'ouverture des lèvres de la fracture pour deux perméabilités différentes.

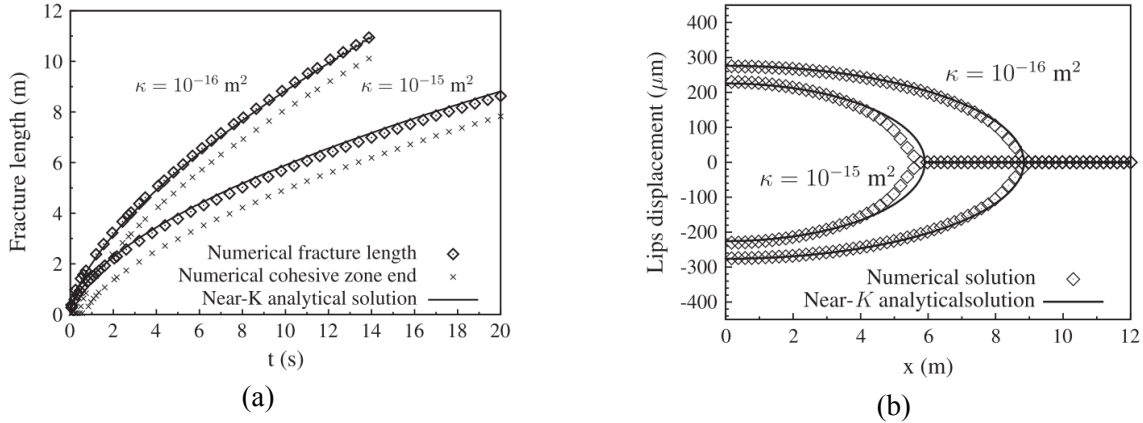


Figure 1-5 – (a) Profile de la longueur et (b) Profile du déplacement des lèvres d'une fracture hydraulique dans un milieu poroélastique pour deux cas ayant la perméabilité différente (Carrier et Granet, 2012). La fracture évolue plus lentement pour un milieu poreux plus perméable.

Les résultats montrent que l'augmentation de la perméabilité diminue à la fois la longueur et l'ouverture de la fracture. Ceci s'explique par le fait que l'augmentation de la perméabilité du milieu entraîne l'augmentation de la quantité du fluide diffusé vers la formation, ce qui diminue la contrainte normale appliquée sur les lèvres de la fracture. Par conséquent, la fracture se propage moins rapidement, et l'ouverture de la fracture est également moins importante.

Boutt et al. (2009) ont réalisé des études expérimentales et numériques de l'influence de la perméabilité et de l'emménagement d'un milieu poreux sur l'initiation et la propagation des fractures hydrauliques naturelles. Leurs résultats montrent qu'une augmentation de la perméabilité entraîne un accroissement de la vitesse de propagation des fractures, diminue la déformation du milieu, et augmente l'espacement entre les fractures.

1.4.2.2 Influence de la viscosité du fluide injecté

Dans cette section, l'influence de la viscosité du fluide injecté est présentée. Ce type d'étude a été récemment réalisé par quelques auteurs tels que Carrier et Granet (2012), Sarris et Papanastasiou (2013), parmi d'autres.

Contrairement à l'influence de la perméabilité, l'augmentation de la viscosité du fluide injecté entraîne l'hétérogénéité de la pression du fluide dans la fracture. Sur la Figure 1-6a, lorsque la viscosité est très faible ($\mu = 10^{-4} \text{ Pa.s}$), le fluide s'écoule très facilement dans la fracture, ce qui résulte en une pression du fluide quasi homogène dans la fracture. De plus, cet écoulement contribue également à l'évolution plus rapide de la fracture.

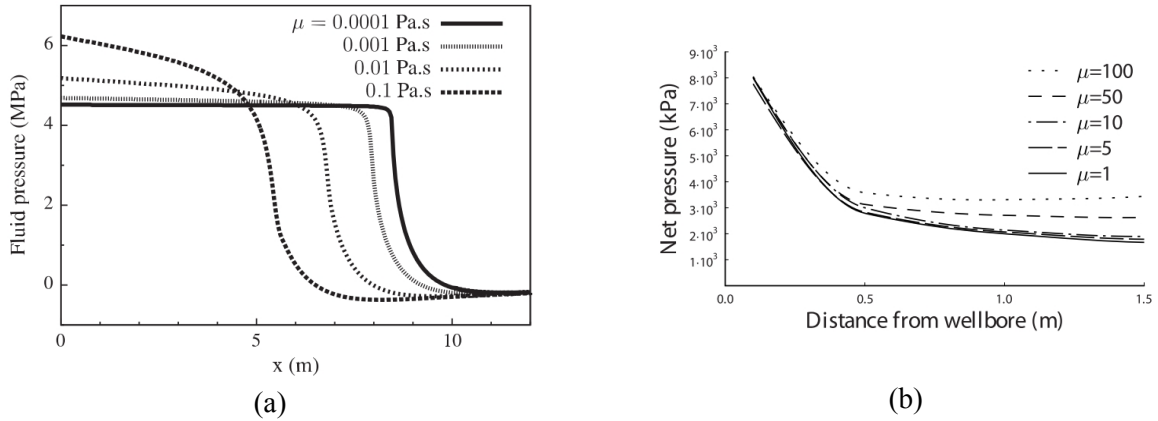


Figure 1-6 – (a) Profile de la pression nette dans la fracture (Sarris et Papanastasiou, 2013) et (b) Profile de la pression du fluide d’une fracture hydraulique dans un milieu poroélastique pour différentes viscosités (Carrier et Granet, 2012).

Sur la Figure 1-6b, les résultats montrent que la pression nette diminue avec l’abscisse de la fracture. Cette pression nette diminue très fortement pour une certaine distance par rapport au puits d’injection et puis réduit très légèrement pour atteindre un palier horizontal. En plus, une valeur plus grande de la viscosité ralentit cette chute de pression.

1.4.2.3 Influence du débit d’injection du fluide

L’influence du débit lors du processus d’injection a été numériquement étudiée par Mohammadnejad et Khoei (2013). Sur la Figure 1-7 l’augmentation du débit d’injection entraîne l’évolution plus rapide à la fois de la longueur et du déplacement d’ouverture de la fracture après la propagation. Toujours, la valeur des pics de la contrainte effective normale correspond à la résistance en traction du matériau. A priori, la quantité du fluide diffusé doit s’accroître avec le débit d’injection.

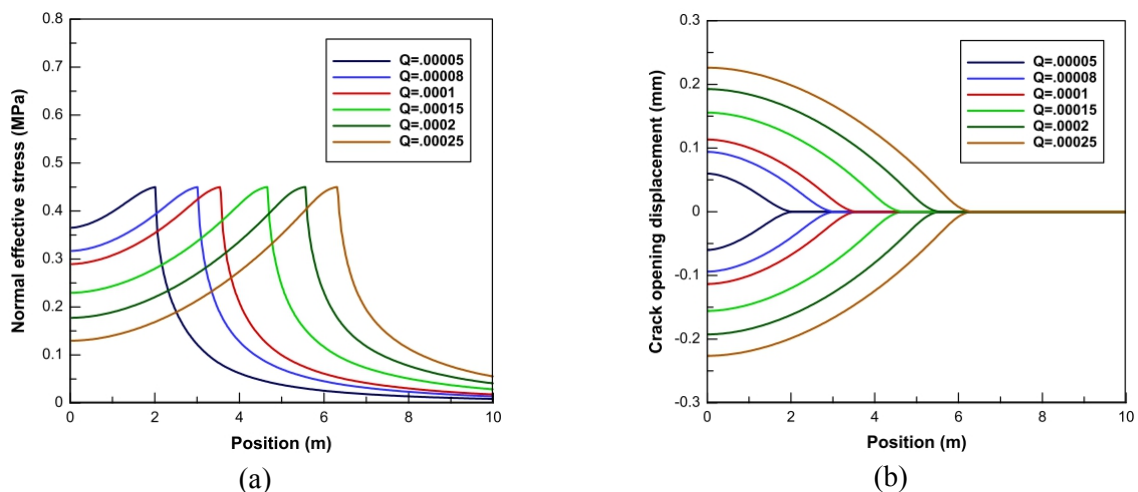


Figure 1-7 – (a) Profile de la contrainte effective normale et (b) Profile du déplacement d’ouverture des lèvres d’une fracture hydraulique dans un milieu poroélastique pour différents débits d’injection au point d’entrée de la fracture à $t = 10s$ (Mohammadnejad et Khoei, 2013).

Mohammadnejad et Khoei (2013) ont constaté l'existence d'une petite zone devant la pointe de la fracture où la pression du fluide est négative. Cette valeur négative représente une succion ou bien une zone n'ayant pas de fluide. Cette zone disparaît lorsque (i) la perméabilité du milieu est élevée, (ii) le débit d'injection est faible, et (iii) la viscosité du fluide est petite.

1.4.2.4 Influence du gradient de la pression interstitielle

Geertsma (1966), Boone et Ingraffea (1990) ont étudié l'influence d'une distribution uniforme et symétrique de la pression interstitielle sur la propagation d'une fracture rectiligne. Sous un champ de pression interstitielle non-uniforme, une fracture tend, en général, à se propager dans la direction parallèle à la direction de la contrainte maximale compressive (à l'infini), ce qui minimise l'énergie requise pour l'extension. Bruno et Nakagawa (1991) ont expérimentalement étudié l'influence du gradient de la pression interstitielle sur l'orientation ainsi que la direction de propagation d'une fracture pour une roche sédimentaire.

La Figure 1-8 présente le résultat de l'expérimentation relative à la propagation de la fracture dans un champ de pression interstitielle non-uniforme. Le fluide est injecté dans le point d'injection au-dessus à un débit de $2 \text{ cm}^3/\text{min}$ dont la pression augmente à environ 5200 kPa pendant 3 minutes pour que la fracture hydraulique se génère, le point d'injection à droite est maintenu à la pression atmosphérique. La fracture se propage vers la région ayant une pression interstitielle locale plus élevée avec une déviation plus importante. La fracture passe directement le point d'injection au dessous (à gauche) lorsque la pression dans ce point d'injection est suffisamment grande.

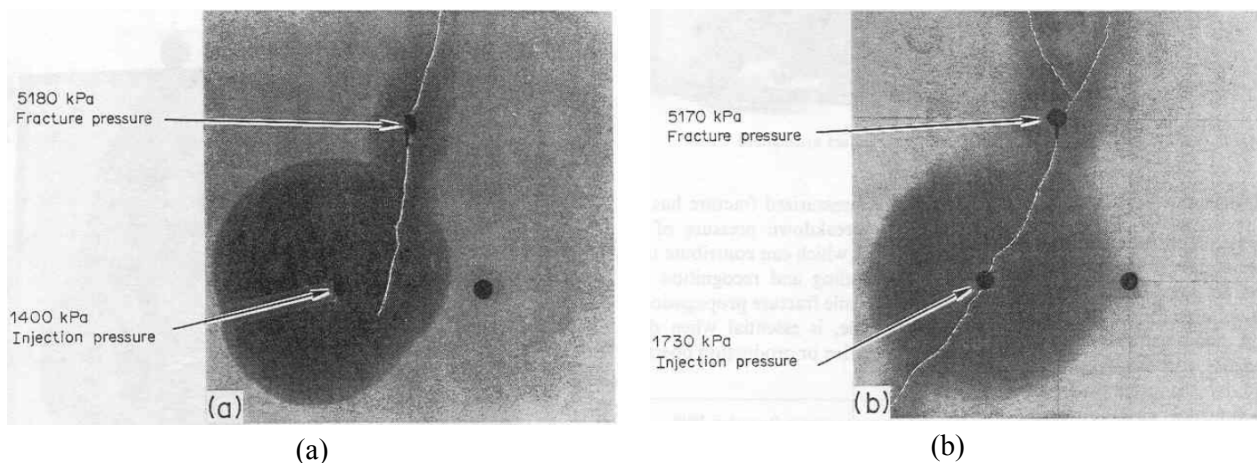


Figure 1-8 – (a) Fracture orientée vers le point d'injection de 1400 kPa et (b) Fracture propagée à travers le point d'injection de 1730 kPa (Bruno et Nakagawa, 1991).

Berchenko et Detournay (1997) ont utilisé un modèle numérique pour démontrer que la pression interstitielle peut altérer le chemin de propagation d'une fracture hydraulique induite. Yang et al. (2011) ont numériquement étudié le rôle de la pression interstitielle durant la fracturation hydraulique. Leurs résultats ont montré une bonne concordance avec les résultats expérimentaux de Bruno et Nagakawa (1991).

1.4.2.5 Influence de la zone non-fluide (« fluid lag »)

La zone non-fluide dans une fracture (« fluid lag » en anglais) est définie comme la distance entre le fond du fluide et la pointe de la fracture. La formation de cette zone dépend de plusieurs paramètres tels que la pression de confinement, la perméabilité du milieu poreux, la viscosité du fluide injecté, le débit d'injection, etc. Plusieurs travaux montrent que la pression du fluide avant la pointe de la fracture a tendance à chuter et atteindre même une valeur négative (suction). Ceci doit s'expliquer par l'existence d'une zone non-fluide devant l'extrémité de la fracture.

Advani et al. (1997) ont étudié les conséquences de la zone « non-fluide » pour les fractures hydrauliques rectangulaires tridimensionnelles. Ils ont montré que le couplage entre le modèle de fracture 3D et la zone non-fluide étaient à l'origine de l'excès significatif de la pression d'injection nécessaire pour le processus de fracturation hydraulique ainsi que réduire les facteurs d'intensité de contraintes.

D'après Garagash et Detournay (2000), la zone non-fluide peut être négligée pour un milieu élastique très mou (i.e. module d'Young très petit) soumis à une contrainte de confinement importante. De plus, une valeur petite de la viscosité du fluide injecté facilitera l'écoulement dans la fracture, ce qui fera disparaître la zone non-fluide.

1.5 Conclusions

Le problème d'écoulement et de diffusion de fluide dans des milieux poreux fracturés (i.e. couplage hydromécanique) est largement étudié ces dernières années. Ce couplage est impliqué dans différentes applications très importantes telles que l'exploitation des hydrocarbures, de l'énergie géothermique, le stockage des déchets nucléaires et du CO₂.

Pour étudier ce problème, dans un premier temps différents types de discontinuités et leurs origines sont distingués. Cela nous donne une vue globale afin d'établir des modèles constitutifs de comportement mécanique des discontinuités.

Ensuite, les problèmes d'écoulement et de diffusion de fluide dans la fracture et dans la matrice poreuse sont présentés. Le cadre des équations constitutives (loi de Darcy pour la matrice poreuse et la loi de Poiseuille pour la fracture) ainsi que des solutions théoriques sont rappelées pour les milieux 2D et 3D en tenant compte des avancées récentes concernant la modélisation de l'échange de la masse de fluide entre la fracture et la matrice. Différentes approches de modélisation de l'écoulement de fluide ont été également passées en revue.

Le problème de couplage hydromécanique a été présenté dans lequel deux questions clefs, consistant en le concept de la contrainte effective et des modèles d'échange de la masse de fluide entre la fracture et la matrice poreuse environnante, sont récapitulées. Dans le cadre de cette thèse, le concept de la contrainte effective de Biot (1941) et le modèle d'échange de la masse de fluide dérivé par Pouya et Ghabezloo (2010) sont utilisés pour modéliser le couplage hydromécanique dans des milieux poreux fracturés.

CHAPITRE 2. MODELES DE PROPAGATION DES FRACTURES

Sommaire

CHAPITRE 2. MODELES DE PROPAGATION DES FRACTURES.....	27
2.1 Introduction.....	28
2.2 Mécanique de la rupture	28
2.2.1 Généralités	29
2.2.2 Champs de contraintes et déplacements autour d'une fracture.....	30
2.2.3 Taux de restitution d'énergie & méthodes de détermination	32
2.2.4 Facteurs d'intensité de contraintes et méthodes de détermination	34
2.2.5 Intégrale de Rice (J-integral) & méthodes de détermination	37
2.2.6 Critères de propagation des fractures	39
2.2.7 Analyse élastoplastique – Modèle de Dugdale-Barenblatt	45
2.3 Modèle de Fracture Cohésive (MFC).....	47
2.3.1 Généralités	47
2.3.2 Modèle de Fracture Cohésive pour la fracturation hydraulique.....	49
2.4 Conclusions.....	50

2.1 Introduction

La Mécanique Linéaire de la Rupture (MLR) et le Modèle de Zone/Fracture Cohésive (MFC) sont deux outils développés afin d'étudier le comportement mécanique ainsi que l'initiation et la propagation d'une fracture. La modélisation de la propagation de fracture rencontre de nombreuses difficultés car il s'agit d'un problème de frontières mobiles tandis que le trajet de propagation de fracture est implicite. En plus, la concentration ou bien la singularité du champ de contraintes à la pointe de la fracture nécessite également un traitement soigneux. Dans la bibliographie, plusieurs méthodes numériques sont développées telles que : méthode des éléments finis, méthode de remaillage, méthode sans maillage, méthode du champ de phase, etc. Les détails de ces méthodes sont récapitulés dans [Prabel \(2007\)](#). Dans la suite de ce chapitre, une étude bibliographique sur différents aspects de propagation de fracture en utilisant deux approches mentionnées ci-dessus sera présentée.

2.2 Mécanique de la rupture

La mécanique de la rupture a été développée depuis plus d'un siècle en se basant sur les premiers travaux pionniers de [Kirsch \(1898\)](#). Les premières études se limitaient dans le cadre de l'élasticité linéaire (i.e. la Mécanique Linéaire de la Rupture, écrite MLR en acronyme). Le problème d'une plaque infinie contenant un trou circulaire et soumise à une contrainte de traction uniforme σ_0 a été résolu en utilisant la fonction de contraintes d'Airy. [Inglis \(1913\)](#) a élargi la solution de [Kirsch \(1898\)](#) pour le cas d'un trou elliptique et a employé les potentiels complexes pour le résoudre. [Inglis \(1913\)](#) a introduit, pour la première fois, le facteur de concentration de contraintes qui était inversement proportionnel à la racine carrée du rayon de courbure d'une ouverture. Dans le but de prédire la propagation des fractures, [Griffith \(1921\)](#) a établi le premier critère de rupture en se basant sur le théorème d'énergie minimale. [Westergaard \(1939\)](#) a développé le problème d'Inglis en supposant une dimension nulle pour le petit axe de l'ellipse. La solution de Westergaard est obtenue en utilisant l'approche asymptotique. [William \(1952\)](#) a étendu le problème de Westergaard en supposant une forme de «V» pour les entailles et l'a résolu en utilisant la méthode de séparation de variables. Il a également étudié le cas d'une fracture située à l'interface entre deux matériaux isotropes différents ([William, 1959](#)). En se basant sur les résultats de William, [Irwin \(1957\)](#) a proposé le concept des facteurs d'intensité de contraintes et a établi le deuxième critère de rupture. Le cas d'une fracture dans un matériau anisotrope a été également étudié par [Sih et al. \(1965\)](#).

Dès lors, il y a une énorme quantité de recherches dans ce domaine. Cependant, la MLR représente quelques limitations. D'abord, le champ de contraintes est inversement proportionnel à la racine carrée de la distance par rapport à la pointe de la fracture, ce qui entraîne la singularité de la contrainte à l'extrémité de la fracture. Ce résultat n'est pas réaliste puisque le matériau dans cette zone sera détruit sous le moindre chargement imposé. Selon [Shet et Chandra \(2002\)](#), lorsque les matériaux développent des déformations plastiques ou sont localement déchargés pendant le processus de propagation, le concept des facteurs

d'intensité de contraintes n'est plus valable. En outre, la détermination des facteurs d'intensité de contraintes par les méthodes numériques nécessite des calculs sur un contour autour de la pointe de la fracture, ce qui n'est pas facile à mettre en œuvre dans les codes numériques par rapport à d'autres phénomènes irréversibles comme la plasticité et l'endommagement qui peuvent être modélisés en considérant les contraintes et les déformations dans un seul élément. De plus, des discontinuités comme failles et joints rocheux peuvent avoir une certaine rigidité tandis que la fracture considérée dans le cadre de la MLR est toujours supposée avoir une rigidité nulle. Face à ces insuffisances, quelques possibilités peuvent être adoptées : (i) correction par une zone plastique au tour de la pointe de la fracture, (ii) analyse en élastique non-linéaire, (ii) utilisation du modèle de zone/fracture cohésive. Dans l'analyse élastoplastique, l'apparition d'une zone plastique permet d'éviter la singularité du champ de contraintes au tour de la pointe de la fracture. L'estimation de cette zone est en général dérivée grâce à la solution asymptotique de Westergaard pour un milieu fracturé infini et sollicité en mode I (Irwin, 1948 ; Dugdale (1960), parmi d'autres). Dugdale (1960) et Barenblatt (1962) ont développé de premiers travaux sur le Modèle de Zone/Fracture Cohésive (MFC) en se basant sur l'analyse élastoplastique.

Cette partie vise à présenter une vue globale sur la MLR et le MFC, ceux qui sont largement utilisées afin d'étudier le problème de propagation de fracture.

2.2.1 Généralités

Une fracture est considérée comme une surface de discontinuité de déplacements et de contraintes. Les deux faces de discontinuité sont appelées les lèvres (supérieure et inférieure), et l'écartement entre ces deux lèvres est généralement supposé négligeable. En mécanique de la rupture, on distingue deux types de rupture (voir la Figure 2-1a), d'après Leblond (2003) :

- **Rupture fragile** : rupture sans déformation appréciable dans la phase de propagation
- **Rupture ductile** : rupture après une déformation plastique importante dans la phase de propagation.

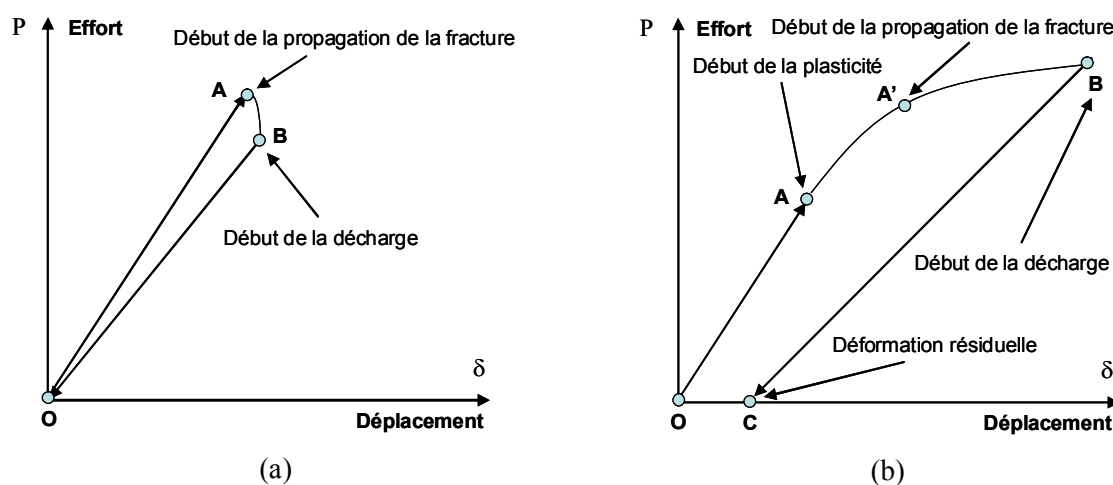


Figure 2-1 – (a) Rupture fragile et (b) rupture ductile

En fonction du chargement appliqué, trois modes de fracturation élémentaires sont distingués (voir la [Figure 2-2a](#)) : (i) mode d'ouverture (mode I), (ii) mode de glissement plan (mode II), et (iii) mode de glissement anti-plan (mode III). Parmi ces trois modes de fracturation, le mode I est celui le plus fréquemment rencontré et modélisée en pratique.

2.2.2 Champs de contraintes et déplacements autour d'une fracture

Pour une fracture située dans un corps solide et soumise à une contrainte de traction appliquée à l'infini, le champ de contraintes est théoriquement singulier aux extrémités de la fracture tandis que le champ de déplacements reste régulier dans la fracture (sous la forme d'une ellipse). Ci-dessous l'évolution de ces deux champs selon la solution asymptotique de [Westergaard \(1939\)](#) et la solution exacte de [Muskhelishvili \(1953\)](#) sont présentés.

2.2.2.1 Solution asymptotique de Westergaard (1939)

Cette solution se base sur les propriétés des fonctions analytiques d'une variable complexe. [Westergaard \(1939\)](#) a postulé que $\Phi = \text{Re } \bar{Z} + y \text{Im } \bar{Z}$ est une solution générale du problème de fracture. Il a été démontré que cette solution vérifiait l'équation bi-harmonique, les équations d'équilibre et les équations de compatibilité de déformation. Cette démonstration est présentée dans l'[Annexe 1](#). La solution générale de Westergaard en termes des champs de contraintes et de déformations s'écrit sous la forme :

Champ de contraintes

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \text{Re } Z - y \text{Im } Z' \\ \sigma_{yy} = \text{Re } Z + y \text{Im } Z' \\ \sigma_{xy} = -y \text{Re } Z' \end{cases} \quad (2.1)$$

Champ de déplacements

$$\begin{cases} 2G^* u_x = (1-2\nu) \text{Re } \bar{Z} - y \text{Im } Z \\ 2G^* u_y = 2(1-\nu) \text{Im } \bar{Z} - y \text{Re } Z \end{cases} \quad (2.2)$$

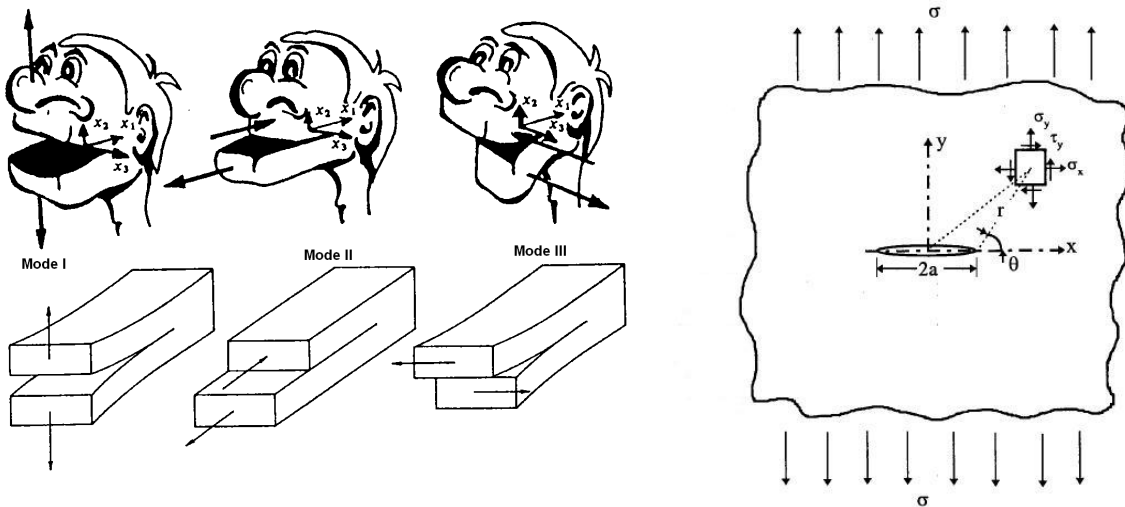


Figure 2-2 – (a) Différents modes de fracturation, et (b) Fracture interne soumise à une contrainte de traction ([Wang, 1996](#))

Pour le cas particulier d'une fracture de longueur $2a$ située dans un milieu élastique infini et soumise à une contrainte de traction pure σ (Mode de sollicitation I, voir la Figure 2-2b) la solution de Westergaard est donnée par l'équation : $Z(z) = \sigma / (1 - a^2/z^2)^{1/2}$. D'où, le champ de contraintes dans l'Eq. (2.1) s'obtiendra :

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \sigma_0 \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \dots \\ \sigma_{yy} = \sigma_0 \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \dots \\ \sigma_{xy} = \sigma_0 \sqrt{\frac{a}{2r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \dots \end{cases} \quad (2.3)$$

Le champ de déplacements dans (2.2) s'écrit :

$$\begin{cases} u_x = \frac{\sigma_0}{2G^*} \sqrt{\frac{ar}{2}} \cos \frac{\theta}{2} \left[\kappa - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \\ u_y = \frac{\sigma_0}{2G^*} \sqrt{\frac{ar}{2}} \sin \frac{\theta}{2} \left[\kappa + 1 - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \end{cases} \quad (2.4)$$

où $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$ en contraintes planes et $\kappa = 3 - 4\nu$ en déformations planes. Il est à noter que sous les sollicitations du mode I, le déplacement dans le plan $z = 0$ est théoriquement nul ($u_z = 0$). Les analyses du mode de fracturation II et III peuvent s'effectuer en suivant le même principe que celui du mode I.

2.2.2.2 Solution exacte de Muskhelishvili (1953)

En supposant un état de contraintes planes, la solution analytique du problème de fracture mentionné par Westergaard, sur l'axe $y = 0$, s'obtient, d'après Muskhelishvili :

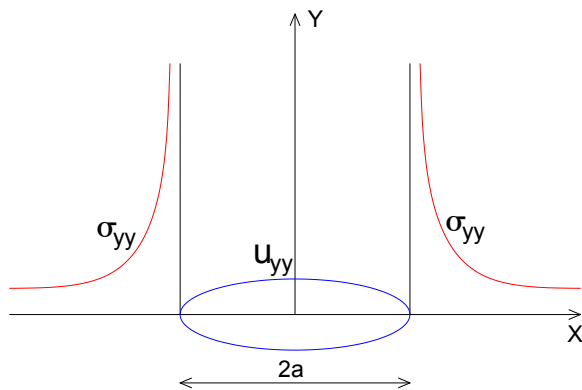


Figure 2-3 – Champ de contraintes et de déplacements selon la solution exacte de Muskhelishvili (1953)

- Si $x \geq a$:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\sigma_\infty}{\sqrt{1 - (a/x)^2}} \\ \varepsilon_y = \left(\frac{\sigma_\infty}{E} \right) \left(\nu + \frac{1 - \nu}{(1 - (a/x)^2)^{1/2}} \right) \end{cases} \quad (2.5)$$

- Si $x \leq a$:

$$2u_y = \left(\frac{4a\sigma_\infty}{E} \right) \left(1 - (x/a)^2 \right)^{1/2} \quad (2.6)$$

Par un changement de variable $x = a + r$, on constate qu'il existe au voisinage des extrémités de la fracture une singularité en contraintes lorsque r tend vers 0. Par contre, le champ de déplacements de part et d'autre de la fracture reste régulier. L'Eq. (2.5) conduit à une contrainte à l'infini étant égale à la contrainte appliquée σ_∞ . L'expression en déplacements dans l'Eq. (2.6) montre que la forme de la fracture après déformée est une ellipse (voir la Figure 2-3).

2.2.3 Taux de restitution d'énergie & méthodes de détermination

2.2.3.1 Taux de restitution d'énergie

Le taux de restitution d'énergie de déformation est l'énergie dissipée lors de la fracturation par unité de la surface de la fracture nouvellement créée. Cette quantité, qui est fournie à la fissure pour se développer, doit être équilibrée avec l'énergie dissipée en raison de la formation de nouvelles surfaces et d'autres processus dissipatives tels que la plasticité. Dans un domaine d'élasticité linéaire, la conservation d'énergie s'écrit :

$$W = U^e + U^k + U^s \quad (2.7)$$

avec W , U^e , U^k , et U^s respectivement le travail des efforts extérieurs, l'énergie de déformation élastique, l'énergie cinématique et l'énergie de surface pour créer une nouvelle fracture. Si l'énergie cinématique est négligeable devant tous les autres termes, l'Eq. (2.7) se simplifie en $U^s = W - U^e$. Notons S la surface de la fracture, et un taux G est défini de la manière suivante :

$$G = \partial U^s / \partial S = -\partial (U^e - W) / \partial S \quad (2.8)$$

En configuration bidimensionnelle, la surface S se réduit à $l = 2a$. Le principe des travaux virtuels (PTV) d'un système (de volume Ω et de surface $\partial\Omega$) à l'état d'équilibre s'écrit :

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dV = \int_{\Omega} F_i u_i dV + \int_{\partial\Omega} T_i u_i dS \quad (2.9)$$

où F_i est la force volumique, u_i est le déplacement et $T_i = \sigma_{ij} n_j$ est la force extérieure.

Le potentiel d'un champ de déplacement cinématiquement admissible, noté Ψ , s'écrit :

$$\Psi = U^e - W = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dV - \left(\int_{\Omega} F_i u_i dV + \int_{\partial\Omega} T_i u_i dS \right) \quad (2.10)$$

Le champ de déplacement «solution» doit minimiser le potentiel Ψ . A l'état d'équilibre, le théorème de Clapeyron sur le travail des efforts extérieurs implique que $U^e = W/2$ et donc $\Psi = -W/2 = -U^e$. D'où l'Eq. (2.8) se réduit à $G = \partial U^e / \partial S$. Cette dernière indique que le taux d'énergie pour le développement de la fracture est approvisionné par l'énergie de déformation élastique existante du corps. Par conséquent, G est appelé le « taux de restitution

d'énergie de déformation élastique ». Pour le problème de Griffith (voir la [Figure 2-2b](#)), le taux de restitution d'énergie est $G = -\partial(U^e - W)/\partial S = \pi a \sigma^2 / E$.

2.2.3.2 Méthode de détermination

- a. Méthode de formules d'encadrement

En l'absence des forces volumiques, si une force F^d et un déplacement u^d sont respectivement imposés sur des frontières $\partial\Omega_F$ et $\partial\Omega_u$ nous avons :

- Energie de déformation élastique : $U^e = \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega} F u dS = \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega_F} F^d u dS + \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega_u} F u^d dS$
- Travail des efforts extérieurs F^d sur la frontière $\partial\Omega_T$: $W = \int_{\partial\Omega_F} F^d u dS$

D'où le taux de restitution d'énergie a pour expression pour deux configurations voisines (S et $S + \Delta S$) en remplaçant les dérivées partielles par des différences finies:

$$G = \frac{\partial}{\partial S} \left[\frac{1}{2} \int_{\partial\Omega_F} F^d u dS - \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega_u} F u^d dS \right] = \frac{1}{2} \left(F^d \frac{\Delta u}{\Delta S} - u^d \frac{\Delta F}{\Delta S} \right) \quad (2.11)$$

L'expérience montre que pendant ce processus les déplacements augmentent tandis que les efforts diminuent. D'où le taux de restitution d'énergie est encadré par deux bornes suivantes :

$$G_u = -\frac{1}{2} u^d \frac{\Delta F}{\Delta S} \leq G \leq G_F = \frac{1}{2} F^d \frac{\Delta u}{\Delta S} \quad (2.12)$$

- b. Méthode expérimentale de la raideur

Notons $R = F/u$ la raideur du système. Dans le cas d'une force imposée :

$$G = \frac{1}{2} F \frac{\partial u}{\partial S} = \frac{1}{2} F \frac{\partial(F/R)}{\partial S} = \frac{1}{2} F \frac{\partial(F/R)}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial S} = -\frac{1}{2} \frac{F^2}{R^2} \frac{\partial R}{\partial S} \quad (2.13)$$

D'après [Lemaître et Chaboche \(2004\)](#), il convient d'effectuer quelques mesures de $R(S)$ car la quantité $\partial R / \partial S$ ne s'éloigne guère d'une fonction linéaire. En revanche, pour l'estimation de $R = \Delta F / \Delta u$, il y a lieu de réaliser plusieurs mesures avec des efforts plus élevés que $F \simeq F_c / 2$ (avec F_c la force critique à la rupture) en raison de l'apparition de la zone plastique. Une même analyse peut être faite pour le cas d'un déplacement imposé.

- c. Méthode d'ouverture de la fracture

La méthode d'ouverture de la fracture se base sur la relation d'Irwin qui relie le taux de restitution d'énergie et le facteur d'intensité de contraintes. En mode I, le taux de restitution d'énergie est relié au déplacement d'ouverture de la fracture par la relation suivante :

$$G = \frac{\pi E}{32\delta} \left[\lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{\llbracket u_y \rrbracket}{\sqrt{r}} \right) \right]^2 ; \quad \delta = \begin{cases} 1 & \text{Contraintes planes} \\ 1 - \nu^2 & \text{Déformations planes} \end{cases} \quad (2.14)$$

Géniaut (2009) présente plusieurs manières afin d'estimer la limite $\lim_{r \rightarrow 0} (\llbracket u_y \rrbracket / \sqrt{r})$. De plus, le taux de restitution d'énergie peut être déterminé également par la méthode G-théta qui est implémenté dans le Code_Aster et Castem (Vu et al., 2015 ; Dao et Vu, 2015).

2.2.4 Facteurs d'intensité de contraintes et méthodes de détermination

Le concept des facteurs d'intensité de contraintes a été proposé par Irwin (1957) afin d'établir un critère de propagation de fractures. Ci-dessous sont présentés le concept des facteurs d'intensité de contraintes et la méthode de détermination de ces facteurs.

2.2.4.1 Concept des facteurs d'intensité de contraintes

Les facteurs d'intensité de contraintes sont utilisés pour caractériser l'intensité de la singularité du champ de contraintes aux extrémités de la fracture. Il a été démontré que ces facteurs étaient proportionnels à la discontinuité de déplacements des lèvres de la fracture.

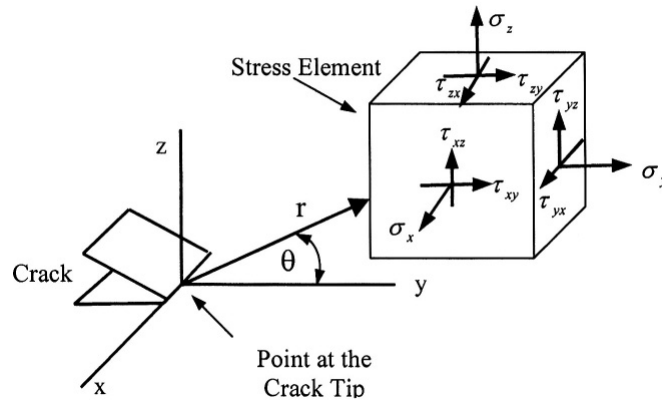


Figure 2-4 – Composantes des contraintes devant le fond de la fracture (Perez, 2004)

Dans un problème plan, les facteurs d'intensité de contraintes sont en général une fonction de la géométrie de la structure, de la forme/longueur de la fracture existante ainsi que des paramètres du chargement. Williams (1957) a montré que la distribution de contraintes est toujours proportionnelle à la racine carrée de la distance au front de la fracture. Irwin (1957) a introduit ce concept pour le cas d'une fracture qui se produit le long du plan perpendiculaire à la direction d'application de charge ($\theta = 0$) selon les formules suivantes :

$$\begin{cases} K_I = \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{yy} \sqrt{2\pi r}) f_I(\theta) \\ K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} (\tau_{xy} \sqrt{2\pi r}) f_{II}(\theta) \\ K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} (\tau_{yz} \sqrt{2\pi r}) f_{III}(\theta) \end{cases} \quad (2.15)$$

où $f_I(\theta)$, $f_{II}(\theta)$, $f_{III}(\theta)$ sont des fonctions trigonométriques. L'expression des facteurs d'intensité de contraintes peut être simplifiée en écrivant sous la forme :

$$K = Y\sigma\sqrt{\pi a} \quad (2.16)$$

où Y est un facteur géométrique. Pour le cas d'une fracture dans un milieu fini, $Y = f(a/w)$ où w est la largeur du milieu. Il est à noter que dans la pratique Y peut être consulté dans les livres de référence techniques tels que Tada et al. (2000).

Irwin a également démontré l'équivalence de son approche et celle de Griffith (1921). Cette démonstration passe par l'établissement d'une relation reliant K_I et G (et de même pour K_{IC} et G_C), celle qui est appelée « relation d'Irwin ».

$$G = \delta K_I^2 / E \quad (2.17)$$

Dans le cas général d'un mode mixte, la relation d'Irwin s'écrit de manière suivante :

$$G = \frac{\delta}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{(1+\nu)}{E} K_{III}^2 \quad (2.18)$$

où le paramètre δ est défini dans (2.14).

2.2.4.2 Méthodes de détermination des facteurs d'intensité de contraintes

La conception des facteurs d'intensité des contraintes initialement proposée par Irwin (1957) semble très pratique pour évaluer les champs de contraintes et déplacements aux alentours des extrémités de la fracture, et pour prédire s'il y aura ou non la propagation de cette fracture. D'après Bui (1978), pour les problèmes bidimensionnels, il existe trois groupes de méthode de détermination des facteurs d'intensité de contraintes suivant qu'on est dans une approche analytique, numérique ou expérimentale. Ils sont listés ci-dessous :

- a. Méthode d'analyse des contraintes :

Cette méthode utilise les fonctions analytiques combinées avec la résolution numérique pour résoudre la plupart des problèmes en mécanique de la rupture. Pour des problèmes en mode I, l'idée de cette méthode est la suivante : les fonctions de contraintes de Westergaard ou bien celles de Muskhelishvili sont utilisées afin d'exprimer le champ de contraintes, notamment la quantité $\sigma_x + \sigma_y$. Puis le facteur d'intensité de contraintes K_I peut être estimé via la formule suivante $K_I = \left(\sqrt{2\pi r}/2\right)(\cos \theta/2) \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_x + \sigma_y)$. A ce stade, plusieurs procédures de résolution numérique sont utilisées afin de déterminer $\sigma_x + \sigma_y$ et puis K_I . Pour des problèmes complexes par exemple celui d'une fracture débouchant depuis un trou, la technique de transformation conforme est très couramment utilisée.

- b. Méthode d'analyse des déplacements

Cette méthode se base sur la résolution en éléments finis. Le calcul des facteurs d'intensité de contraintes par la méthode numérique est présenté à partir des résultats numériques du champ de déplacements. En mode I, à partir de l'expression du champ de déplacements, le déplacement d'ouverture de la fracture est déterminé selon [Lemaître et Chaboche \(2004\)](#) :

$\llbracket u_y \rrbracket = u_{yy}(r, \pi) - u_{yy}(r, -\pi) = (8K_I \delta / E) \sqrt{r/2\pi}$. Le facteur K_I a donc pour expression :

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{ij} \sqrt{2\pi r}) = \left[E \sqrt{2\pi} / 8\delta \right] \cdot \lim_{r \rightarrow 0} (\llbracket u_y \rrbracket / \sqrt{r}) \quad (2.19)$$

A ce stade, d'après [Géniaut \(2009\)](#) trois méthodes de détermination des facteurs d'intensité de contraintes peuvent être suivies :

- **Méthode 1** : Le carré de discontinuité de déplacements verticaux $\llbracket u_y \rrbracket^2$ est tracé en fonction de la distance r par rapport à l'extrémité de la fracture. La pente de la droite moyenne obtenue, notée β , est théoriquement proportionnelle au carré du facteur K_I . A partir de l'Eq. (2.19), le facteur K_I se calcule :

$$K_I = E \sqrt{2\pi\beta} / 8\delta \quad (2.20)$$

- **Méthode 2** : La quantité $\llbracket u_y \rrbracket^2 / r$ est portée graphiquement en fonction de la distance r par rapport à l'extrémité de la fracture. Une droite horizontale est théoriquement obtenue par extrapolation du champ de déplacement en $r = 0$. L'intersection de cette droite avec l'axe des ordonnées fournira la quantité β . D'où le facteur d'intensité de contraintes K_I peut être évalué avec l'aide de l'expression de l'Eq. (2.20).
- **Méthode 3** : La méthode de moindres carrés est utilisée pour évaluer le facteur K_I à partir de la discontinuité de déplacement $\llbracket u_y \rrbracket$.

- c. Méthode expérimentale indirecte :

Pour cette méthode, le facteur d'intensité est indirectement calculé grâce à la relation entre ce facteur et d'autres quantités mesurables telles que la déformation, la souplesse et le déplacement. Une technique typiquement utilisée en laboratoire pour des problèmes bidimensionnels est la photoélasticimétrie. C'est une méthode optique en se basant sur la biréfringence acquise par des matériaux soumis à des contraintes, celle qui conduit finalement à des zones claires ou sombres. La différence des contraintes principales dans le plan normal à la direction de propagation de la lumière est déterminée par la formule $\sigma_1 - \sigma_2 = N f_\sigma / h$ avec N , f_σ et h respectivement le nombre de frange observé dans l'échantillon, une constante de frange et l'épaisseur de l'échantillon. Puis, le facteur d'intensité de contraintes peut être déterminé en utilisant la relation entre des contraintes principales et d'autres composantes de contraintes.

La méthode d'utilisation des jauges de déformation est également utilisée en laboratoire. Quelques jauges sont implémentés aux alentours de la pointe de la fracture afin de mesurer des déformations ε_x et ε_y . A partir des déformations mesurées, les contraintes sont déterminées en utilisant la loi de comportement de Hook et puis le facteur d'intensité de contraintes est facilement calculé.

2.2.5 Intégrale de Rice (J-integral) & méthodes de détermination

Dans le but d'analyser la concentration de contraintes et de déformations autour de la pointe d'une fracture pour un problème élastique bidimensionnel, [Rice \(1968\)](#) a proposé une intégrale de contour indépendante du chemin choisi qui est connue sous le nom « J-integral ».

Pour calculer cette intégrale, plusieurs hypothèses ont été faites :

- Aucune traction directe appliquée sur la fracture : $T_i = \sigma_{ij}n_j = 0$.
- Fracture parallèle à l'axe horizontal : $dy = 0$.
- Solide homogène élastique.
- Aucune force volumique considérée.
- Champs de déformation bidimensionnelle

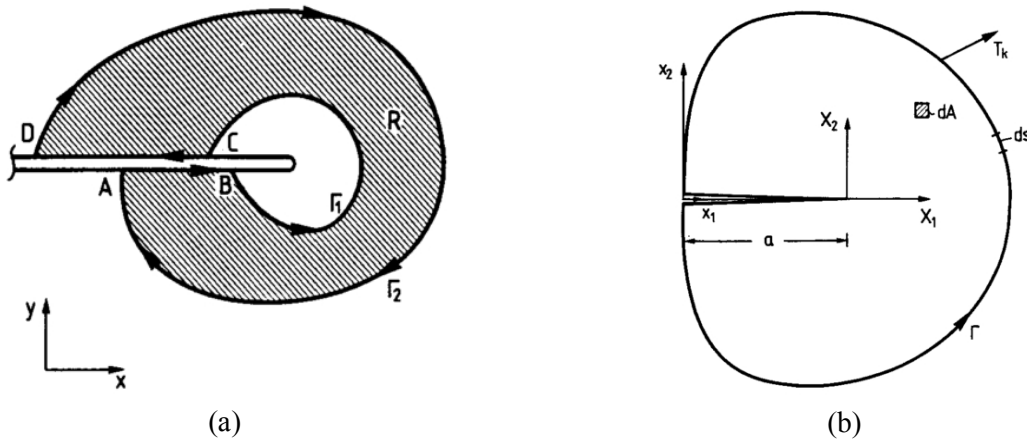


Figure 2-5 – (a) Contours Γ_1 et Γ_2 autour de la pointe d'une fracture, (b) Composantes de contraintes devant le fond de la fracture ([Gdoutos, 2005](#))

Avec ces hypothèses, l'intégrale-J est définie de la manière suivante :

$$J = \int_{\Gamma} W dy - T \frac{\partial u}{\partial x} ds \quad (2.21)$$

où Γ est un contour autour de la pointe de la fracture, ds est la longueur infinitésimale du contour Γ , $W = \int_0^{\varepsilon} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$ est l'énergie de déformation élastique. Il est à noter que l'intégrale dans (2.21) est nulle pour n'importe quel contour Γ fermé. Ainsi, on en déduit à partir de la [Figure 2-5a](#) que $J_{AB\Gamma_1CD\Gamma_2A} = 0$ et d'où $J_{B\Gamma_1C} = J_{A\Gamma_2D}$. [Rice \(1968\)](#) a établie une relation entre

l'intégrale-J et des facteurs d'intensité de contraintes pour des matériaux à déformations élastiques et élasto-plastiques petites:

$$J = \frac{\delta}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{(1+\nu)}{E} K_{III}^2 = G \quad (2.22)$$

D'après [Rice \(1968\)](#), l'intégrale-J est liée à l'énergie potentielle par unité de l'épaisseur d'un corps élastique bidimensionnel, notée Π , de la manière suivante :

$$J = -\partial\Pi/\partial a \quad (2.23)$$

avec a la longueur de la fracture.

La détermination expérimentale de l'intégrale-J se fait en se basant sur la relation (2.23). Les essais expérimentaux sont souvent réalisés sous des conditions de déplacements imposés ou bien de chargements imposés. Sur la courbe de chargement-déplacement ([Figure 2-6](#)), l'énergie potentielle est égale à la surface constituée entre la courbe chargement-déplacement et l'axe de déplacement (cas de déplacements imposés) ou bien l'axe de chargement (cas de chargements imposés).

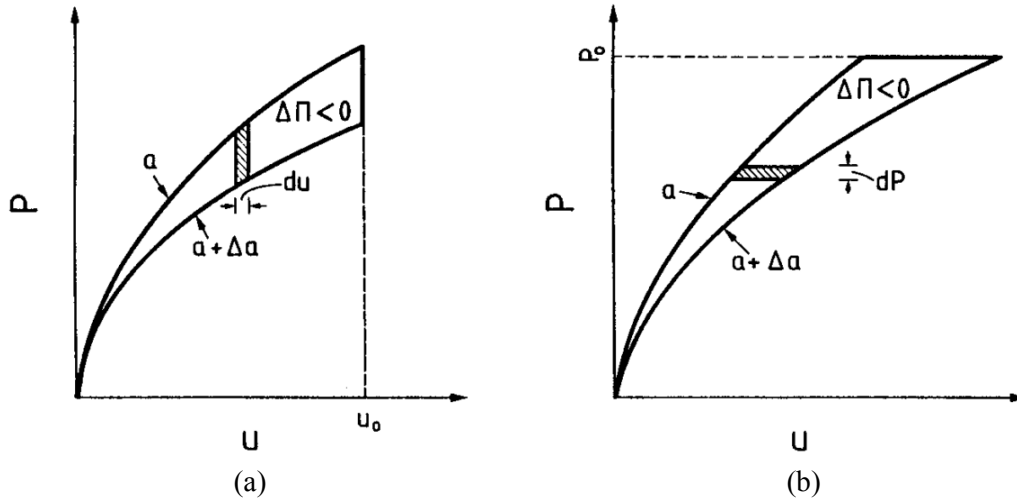


Figure 2-6 – Courbes de chargement-déplacement pour des longueurs de fracture a et $a + \Delta a$ sous : (a) déplacements imposés, (b) chargements imposés ([Gdoutos, 2005](#))

Il est à noter que la surface comprise entre les deux courbes correspondant aux longueurs de fracture a et $a + \Delta a$ représente la valeur de $J\Delta a$. D'où la relation (2.23) pour les deux configurations présentées dans la [Figure 2-6](#) devient :

$$J = -(\partial\Pi/\partial a)_u = -\int_0^{u_0} (\partial P/\partial a)_u du \quad \text{pour le cas de déplacements imposés} \quad (2.24)$$

$$J = -(\partial\Pi/\partial a)_P = -\int_0^{P_0} (\partial u/\partial a)_P dP \quad \text{pour le cas de chargements imposés}$$

L'équation (2.24) est la base pour la détermination expérimentale de l'intégrale-J. Des expressions et valeurs expérimentales de l'intégrale-J pour quelques configurations différentes de géométries et chargements peuvent être trouvées dans [Gdoutos \(2005\)](#).

L'intégrale-J est donc (i) lié au déplacement d'ouverture de la fracture, (ii) indépendante du contour autour de la pointe de la fracture considéré, (iii) pratique à déterminer expérimentalement, et (iv) égale au taux de restitution d'énergie de déformation. Ainsi, l'intégrale-J peut être très utile pour l'étude de la rupture.

2.2.6 Critères de propagation des fractures

Dans la littérature, plusieurs critères de propagation des fractures sont proposés en se basant sur différentes approches. Le premier critère, basé sur l'approche énergétique globale, a été proposé par [Griffith \(1921\)](#), et puis étendu par [Irwin \(1948\)](#). Un autre critère, basé sur le concept du facteur d'intensité de contraintes, a été dérivé par [Irwin \(1957\)](#). A partir des années 1960, plusieurs autres critères ont été proposés pour le cas des fractures ayant des géométries ou bien soumises à des chargements plus complexes. Des détails de quelques critères remarquables seront présentés dans la suite de cette section.

2.2.6.1 Approche énergétique globale – Critère de Griffith (1921)

Afin de prévoir la propagation de fractures au niveau de leurs extrémités, [Griffith \(1921\)](#) a proposé un critère de propagation de fractures en se basant sur le taux de restitution d'énergie G . Pour une fracture soumise à une contrainte de traction pure et uniforme en situation bidimensionnelle, le critère de Griffith s'écrit :

$$G \geq G_C \quad (2.25)$$

Si (2.25) est vérifiée, les fractures commencent à se propager. A l'état critique lorsque la fracture commence à se propager, il est nécessaire que la contribution mécanique équilibre au moins l'énergie dissipée, c'est-à-dire :

$$G_C = 2\gamma^s \quad (2.26)$$

où γ^s est l'énergie spécifique de rupture par unité de surface. G_C est une grandeur caractéristique du matériau. Le facteur 2 apparaît au côté droite de (2.26) correspond à deux nouvelles surfaces (lèvres) de la fracture formées durant la propagation. Pour le problème de Griffith ([Figure 2-2b](#)), G_C s'obtient $G_C = \pi\sigma_f^2 a / E$ avec σ_f la contrainte à la rupture. D'où $\gamma^s = \pi a \sigma_f^2 / 2E$.

Il est important de noter que Griffith néglige toute l'énergie liée à la déformation plastique de matériaux ainsi que des effets thermiques. En plus, Griffith suppose un chargement constant et l'énergie de surface apparaît comme une énergie dissipée réversible, celle qui n'est pas correcte ([Leblond, 2003](#)). Par conséquent le critère de Griffith sous-estime largement la force de rupture critique de nombreux matériaux notamment des métaux. C'est pour cette

raison qu'Irwin (1948) a modifié le développement initial de Griffith en ajoutant le terme d'énergie de surface due à la déformation plastique γ^p . Le taux de restitution d'énergie critique de Griffith pour des matériaux élasto-plastiques devient $G_C = 2(\gamma^s + \gamma^p)$.

2.2.6.2 Approche en contrainte locale – Critère d'Irwin

Irwin (1957) a proposé un critère de rupture pour le cas bidimensionnel en admettant l'existence d'une grandeur caractéristique du matériau appelée ténacité, notée K_C . Le critère de rupture d'Irwin (1957) se manifeste de manière générale sous la forme :

$$K_i \geq K_C; \quad i = I, II, III \quad (2.27)$$

avec K le facteur d'intensité de contraintes, K_C la ténacité du matériau. Pour le mode de fracturation I en déformations planes (où la taille de la zone plastique est minimale, c'est donc la configuration la plus pénalisante), K_C devient K_{IC} et est considéré comme une propriété du matériau. La rupture se produit entraînant la propagation de fractures lorsque (2.27) est vérifiée. Le critère d'Irwin met l'accent sur la singularité des contraintes qui n'est en fait pas réaliste car la plasticité vient empêcher les contraintes de diverger en pointe de la fracture.

2.2.6.3 Critère du déplacement d'ouverture des lèvres de la fracture

Le déplacement d'ouverture des lèvres de la fracture est l'écartement entre les deux lèvres à la frontière de la zone plastique. En utilisant différents critères de plasticité, plusieurs expressions du déplacement d'ouverture et du rayon de la zone plastique sont établies (voir la Section 2.2.7 ci-dessous pour plus de détails). Lorsque le déplacement d'ouverture δ dépasse une valeur critique δ_c correspondant à la valeur K_{IC} , la fracture se propage.

2.2.6.4 Critère de l'intégrale-J

L'intégrale-J est proposée par Rice (1968) pour des matériaux élastiques et des matériaux élastoplastiques à déformation plastique petite. Rice a également démontré que cette intégrale est égale au taux de restitution d'énergie. D'où le critère de l'intégrale-J peut être écrit :

$$J \geq J_C \quad (2.28)$$

avec J_C la valeur critique à la rupture.

2.2.6.5 Critères de propagation de fracture pour les modes mixtes

En mode mixte (I+II par exemple), la fracture ne se propage pas en ligne droite mais en branchement. D'après Leblond (2003), cette situation pose de nombreux problèmes tels que : (i) les facteurs K_I et K_{II} sont discontinus au point de branchement, (ii) la relation d'Irwin reliant le taux de restitution d'énergie et les facteurs d'intensité de contraintes n'est plus

valable, (iii) l'intégrale de Rice n'est plus indépendante du contour et n'est plus égale à G . Ci-dessous sont présentés quelques critères de propagation pour le mode mixte.

- a. Contrainte d'ouverture circumférentielle maximale

Erdogan et Sih (1963) supposent que près de la pointe de la fracture, la contrainte $\sigma_{\theta\theta}$ peut être considérée comme la contrainte principale (voir la Figure 2-7a). La propagation se fera dans la direction θ_0 qui maximise $\sigma_{\theta\theta}$. Il est à noter que dans cette direction $\sigma_{r\theta} = 0$.

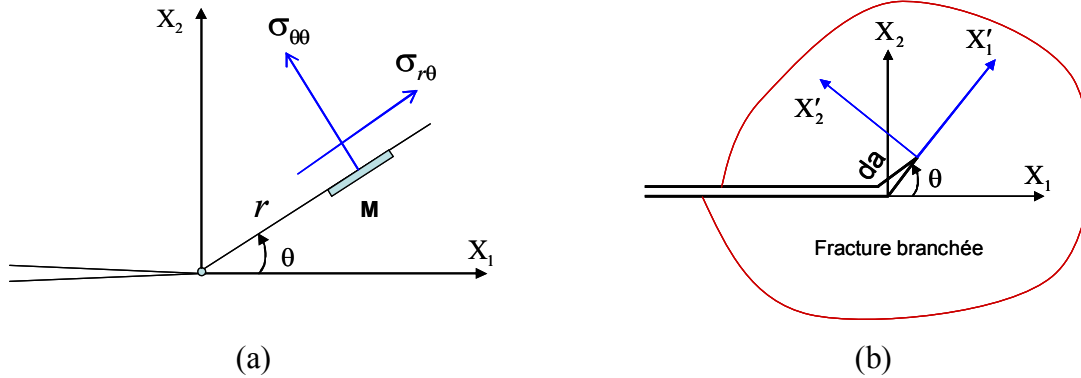


Figure 2-7 – Composantes de contraintes devant le fond de la fracture

Dans le plan cylindrique, l'expression asymptotique du champ de contraintes s'écrit :

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \frac{1}{r^2} \phi_{,\theta\theta} + \frac{1}{r} \phi_{,r} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left(5 \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}} \left(-5 \sin \frac{\theta}{2} + 3 \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{\theta\theta} = \phi_{,rr} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left(3 \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}} \left(-3 \sin \frac{\theta}{2} - 3 \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{r\theta} = - \left(\frac{1}{r} \phi_{,\theta} \right)_{,r} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left(\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}} \left(\cos \frac{\theta}{2} + 3 \cos \frac{3\theta}{2} \right) \end{cases} \quad (2.29)$$

La condition $\sigma_{r\theta} = 0$ en $\theta = \theta_0$ implique $K_I \sin \theta_0 + K_{II} (3 \cos \theta_0 - 1) = 0$. D'où l'angle de branchement θ_0 est donné par l'expression suivante :

$$\theta_0 = 2 \arctan \left[\frac{1}{4} \frac{K_I}{K_{II}} \pm \frac{1}{4} \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right] \quad (2.30)$$

- Si $K_{II} = 0$, $\theta_0 = 0$. Autrement dit, la fracture se propage en ligne droite.
- Si $K_I = 0$, $\theta_0 = \arccos(1/3) \approx \pm 70.5^\circ$.

Ce critère ne tient pas compte de conditions énergétiques.

- b. Taux de restitution d'énergie maximal

Erdogan et Sih (1963) postulent que la fracture se propage dans la direction le long de laquelle la restitution d'énergie élastique par unité d'extension de la fracture est maximale et la fracture va commencer à se propager lorsque cette énergie atteint une valeur critique. Hussain et al. (1974) ont établi une relation entre les facteurs d'intensité de contraintes d'une fracture majeure avec une branche infinitésimale d'un angle θ , notés $K_I(\theta)$ et $K_{II}(\theta)$ et les facteurs d'intensité de contraintes de la fracture d'origine K_I et K_{II} (voir la Figure 2-7b). Ils supposent que les facteurs $K_I(\theta)$ et $K_{II}(\theta)$ et $G(\theta)$ obéissent la relation d'Irwin.

$$\begin{Bmatrix} K_I(\theta) \\ K_{II}(\theta) \end{Bmatrix} = \left(\frac{4}{3 + \cos^2 \theta} \right) \left(\frac{1 - \theta/\pi}{1 + \theta/\pi} \right)^{\frac{\theta}{2\pi}} \begin{Bmatrix} K_I \cos \theta + (3K_{II}/2) \sin \theta \\ K_{II} \cos \theta - (K_I/2) \sin \theta \end{Bmatrix} \quad (2.31)$$

En remplaçant $K_I(\theta)$ et $K_{II}(\theta)$ dans la relation d'Irwin, le taux $G(\theta)$ s'obtient :

$$G(\theta) = \frac{4\delta}{E} \left(\frac{1}{3 + \cos^2 \theta} \right)^2 \left(\frac{1 - \theta/\pi}{1 + \theta/\pi} \right)^{\frac{\theta}{\pi}} \times \left[(1 + 3 \cos^2 \theta) K_I^2 + 8 \sin \theta \cos \theta K_I K_{II} + (9 - 5 \cos^2 \theta) K_{II}^2 \right] \quad (2.32)$$

La condition nécessaire et suffisante pour que $G(\theta)$ soit maximale en $\theta = \theta_0$:

$$\partial G(\theta) / \partial \theta = 0 \quad \text{et} \quad \partial^2 G(\theta) / \partial \theta^2 < 0 \quad (2.33)$$

Si $K_{II} = 0$, $\theta_0 = 0$, si $K_I = 0$, $\theta_0 \approx \pm 75.2^\circ$. Lemaître et Chaboche (2004) ont réalisé une comparaison entre les deux critères en contrainte d'ouverture maximale et le taux de restitution d'énergie maximale pour quelques matériaux (Figure 2-8). Les résultats montrent que le critère portant sur le taux de restitution d'énergie maximal est plus adapté.

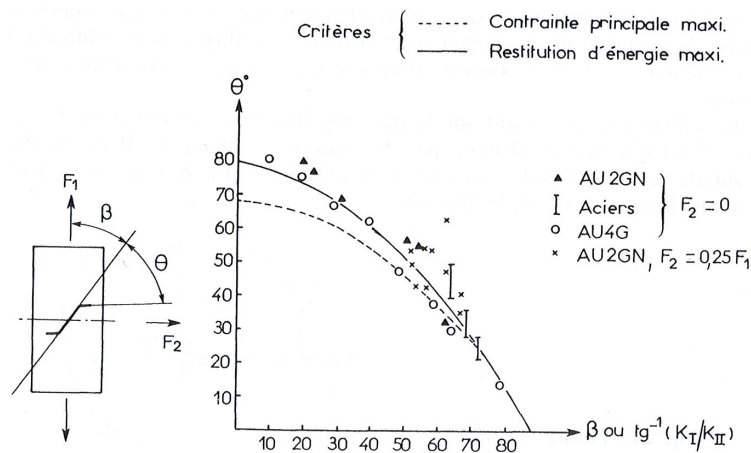


Figure 2-8 – Comparaison entre les deux critères en contrainte d'ouverture maximale et le taux de restitution d'énergie maximale avec des valeurs expérimentales (Lemaître et Chaboche, 2004)

- c. Densité d'énergie de déformation minimale

Sih (1973) a proposé un autre critère en se basant sur un facteur s'appelant « facteur de densité d'énergie de déformation », noté S , calculé autour de la pointe de la fracture.

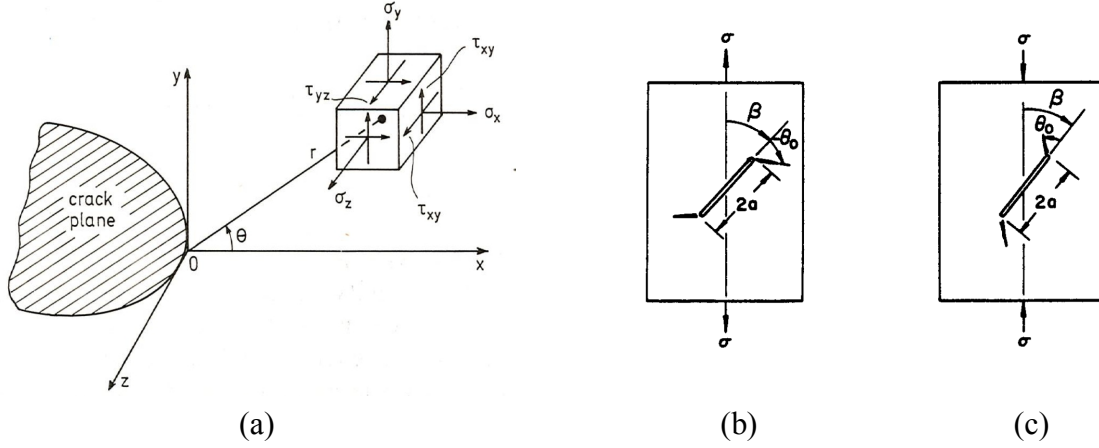


Figure 2-9 – (a) Composantes des contraintes proches de la frontière de la fracture, propagation d'une fracture inclinée en (b) traction et (c) compression (Sih, 1973)

Pour un matériau élastique, le facteur S est compris comme l'énergie de déformation élastique stockée dans l'élément $dV = dxdydz$ soumis à un système de contraintes tridimensionnelles général. D'après Sih, l'énergie de déformation élastique s'écrit :

$$dW = \left[\frac{1}{2E} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_x \sigma_z) + \frac{1}{2\mu} (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) \right] dV \quad (2.34)$$

$$\Rightarrow \frac{dW}{dV} = \frac{1}{r} (a_{11} K_I^2 + 2a_{12} K_I K_{II} + a_{22} K_{II}^2 + a_{33} K_{III}^2) + \dots$$

avec

$$\begin{cases} a_{11} = [(\kappa - \cos \theta)(1 + \cos \theta)] / 16G^* \\ a_{12} = \sin \theta [2 \cos \theta - (\kappa - 1)] / 16G^* \\ a_{22} = [(\kappa + 1)(1 - \cos \theta) + (1 + \cos \theta)(3 \cos \theta - 1)] / 16G^* \\ a_{33} = 1/4G^* \end{cases} \quad (2.35)$$

D'où le facteur S a pour expression :

$$S = a_{11} K_I^2 + 2a_{12} K_I K_{II} + a_{22} K_{II}^2 + a_{33} K_{III}^2 \quad \text{et} \quad S = f(\theta) \quad (2.36)$$

Sih (1973) postule que la fracture va se propager dans une direction radiale le long de laquelle la densité d'énergie de déformation est minimum. Cette condition implique :

$$\partial S / \partial \theta = 0 \quad \text{et} \quad \partial^2 S / \partial \theta^2 > 0 \quad \text{en} \quad \theta = \theta_0 \quad (2.37)$$

Ci-dessous sont analysés quelques cas spéciaux avec ce critère en déformations planes :

- En mode I pure avec le problème de Griffith : $K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$ et $K_{II} = K_{III} = 0$

$$S = [(3 - 4\nu - \cos \theta)(1 + \cos \theta)] \sigma^2 \pi a / 16G^* \quad (2.38)$$

D'où $S_{\min}(\theta_0 = 0) = (1 - 2\nu) \sigma_f^2 \pi a / 4G^*$ et $K_{IC}^2 = [4G^* / (1 - 2\nu)] S_{\min}$.

- En mode II pure : $K_{II} = \tau \sqrt{\pi a}$ et $K_I = K_{III} = 0$

$$S = [4(1 - \nu)(1 - \cos \theta)(3 \cos \theta - 1)] \tau^2 \pi a / 16G^* \quad (2.39)$$

D'où $S_{\min} = [8(1 - \nu) - 4\nu^2] \tau_f^2 \pi a / 48G^*$ en $\cos \theta_0 = (1 - 2\nu)/3$. Si $\nu = 0$, $\theta_0 \approx -70.5^\circ$.

- En mode mixte I et II : pour une fracture de longueur $2a$ inclinée d'un angle β par rapport à la verticale dans une plaque infinie :

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \sin^2 \beta, \quad K_{II} = \sigma \sqrt{\pi a} \sin \beta \cos \beta \quad \text{et} \quad K_{III} = 0 \quad (2.40)$$

$$S = \sigma^2 \pi a (a_{11} \sin^2 \beta + 2a_{12} \sin \beta \cos \beta + a_{22} \cos^2 \beta) \sin^2 \beta \quad \text{avec} \quad a_{ij} = f(\theta) \quad (2.41)$$

La condition (2.37) implique que θ_0 est la solution de l'équation suivante :

$$(\kappa - 1) \sin(\theta_0 - 2\beta) - 2 \sin[2(\theta_0 - \beta)] - \sin 2\theta_0 = 0 \quad \text{avec} \quad \beta \neq 0 \quad (2.42)$$

L'Eq. (2.42) a deux familles de solution. Les valeurs positives de $\theta = \theta_0$ représentent une compression uniaxiale (Figure 2-9b) et les valeurs négatives de $\theta = -\theta_0$ correspondent à une extension uniaxiale (Figure 2-9c). Bien que ce critère soit en bon accord avec des résultats expérimentaux, Sih n'a pas clarifié pourquoi une fracture devrait se propager dans la direction dans laquelle la densité d'énergie de déformation est minimale.

- d. Critère de Leguillon (2002)

Ce critère combine le critère de contrainte et le critère énergétique de Griffith. D'après Leguillon, la rupture se produit lorsque les deux conditions suivantes sont vérifiées : (i) le taux de restitution d'énergie d'une fracture de longueur critique de propagation l_0 à la pointe de l'entaille et dans la direction θ_0 (voir la Figure 2-10) atteint sa valeur maximale $G(l_0, \theta_0) = G_c$ et (ii) la contrainte circonférentielle $\sigma_{\theta\theta}$ à une distance l_0 et dans la direction θ_0 atteint la résistance à la traction du matériau $\sigma_{\theta\theta}(l_0, \theta_0) = \sigma_c$.

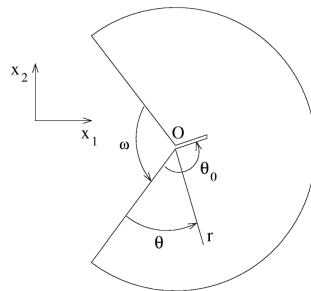


Figure 2-10 – Entaille d'une fracture dans un matériau homogène (Leguillon, 2002)

La condition de propagation d'une fracture à partir d'une entaille s'écrit :

$$K \geq [G_c / f(\omega, \theta_0)]^{1-\lambda} [\sigma_c / s_{\theta\theta}(\theta_0)]^{2\lambda-1} \quad (2.43)$$

où $f(\omega, \theta_0)$ est un terme scalaire dépendant de la géométrie locale et de la direction de la fracture. La direction de branchement de la fracture θ_c peut être déterminée en minimisant le côté droite de la relation (2.43). $s_{\theta\theta}(\theta_c) = 1$ pour le cas général et $s_{\theta\theta}(\theta_c) = 1/\sqrt{2\pi}$ pour le cas d'une fracture ($\omega = 0$). λ est le coefficient caractérisant la singularité où $1/2 \leq \lambda \leq 1$. Pour le cas d'une fracture ($\omega = 0$), $\lambda = 1/2$, et pour le cas $\omega = \pi$, $\lambda = 1$.

2.2.6.6 Stabilité de la propagation de la fracture

- La propagation de fracture est dite quasi-statique si le facteur d'intensité de contraintes est constant et égal à la ténacité du matériau. D'où : $\partial K_I / \partial l = \partial G / \partial l = 0$.

- La propagation de fracture est stable lorsque $\partial G / \partial l < 0$ ou bien $\partial K_I / \partial l < 0$. Cette condition impose une diminution de K_I et G lorsque la fracture se propage et à moment donné ce processus de propagation s'arrête. Il faut ainsi un accroissement de chargement pour provoquer une nouvelle avancée.

- La propagation de fracture est instable lorsque $\partial G / \partial l > 0$ ou bien $\partial K_I / \partial l > 0$. La fracture se propage à une vitesse croissante et ne s'arrête jamais sauf si elle rencontre un autre matériau plus rigide.

D'où la condition de stabilité de propagation de fracture s'écrit (Leblond, 2003):

$$\partial G / \partial l < 0 \Leftrightarrow \partial K_I / \partial l < 0 \quad (2.44)$$

2.2.7 Analyse élastoplastique – Modèle de Dugdale-Barenblatt

La théorie MLR admet la singularité de contraintes à l'extrémité de la fracture, ce qui n'est pas réaliste. Dans la pratique, afin de régler ce problème, quelques possibilités peuvent être adoptées : (i) correction par une zone plastique autour de la pointe de la fracture, (ii) analyse en élasticité non-linéaire, (ii) utilisation du modèle de zone/fracture cohésive. Cette partie présente brièvement une telle correction par l'analyse en élastoplasticité en utilisant le modèle de Dugdale-Barenblatt (voir la Figure 2-11a).

Le modèle de Dugdale-Barenblatt est initialement proposé par Dugdale (1960) et puis développé par Barenblatt (1962). Il s'agit d'un modèle de fracturation dans un milieu infini contenant une fracture rectiligne chargée en mode I. Ils supposent qu'il existe en amont de la fracture « une zone de transition » en cours de rupture dans laquelle des forces de cohésion s'exercent entre les lèvres de la fracture. Ils ont défini également un déplacement d'ouverture critique de la fracture (COD), noté δ_c , au-delà duquel les forces de cohésion s'annulent (voir la Figure 2-11b).

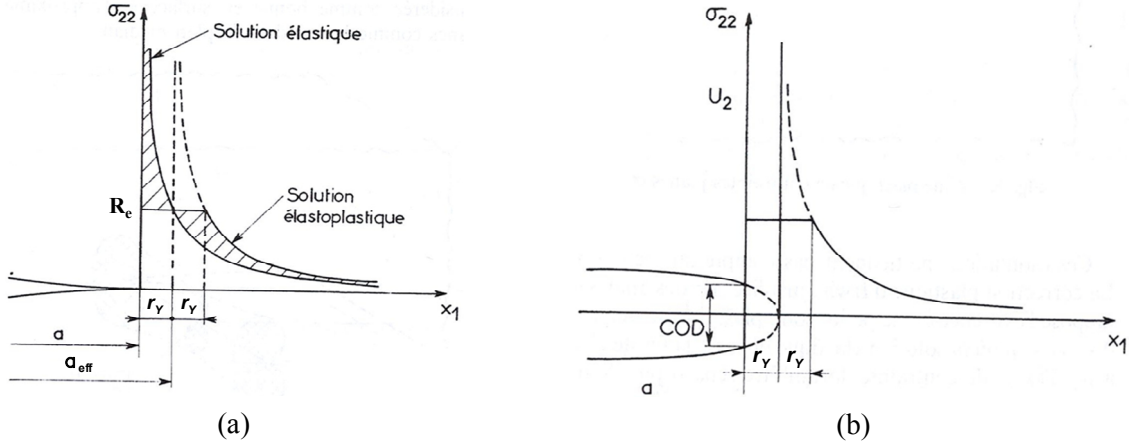


Figure 2-11 – Zone plastifiée autour de la pointe de la fracture, (b) Déplacement d'ouverture de la fracture (COD) (adapté de [Lemaître et Chaboche, 2004](#))

La longueur de la zone de transition, noté $d_Y = 2r_Y = 2(a_{eff} - a)$ (voir la [Figure 2-12](#)), est calculée en se basant sur l'hypothèse que le facteur d'intensité de contraintes s'annule à l'extrémité de la « zone de transition » (i.e. $K_I^{ep}(x = a_{eff}) = 0$).

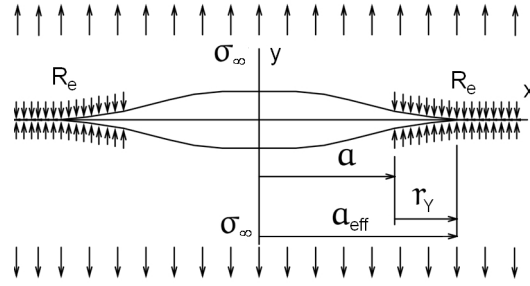


Figure 2-12 – Zone plastifiée selon le modèle de Dugdale – Barenblatt

La superposition permet d'écrire ([Perez, 2004](#)):

$$K_I^{ep}(x = a_{eff}) = \sigma_{\infty} \sqrt{\pi a_{eff}} - \frac{2}{\pi} R_e \sqrt{\pi a_{eff}} \arccos \frac{a}{a_{eff}} = 0 \quad (2.45)$$

D'où $a/a_{eff} = \cos(\pi \sigma_{\infty} / 2R_e)$. Puis le rayon de la zone plastique s'obtient :

$$r_Y = a_{eff} - a = a [\sec(\pi \sigma_{\infty} / 2R_e) - 1] \quad (2.46)$$

Dans le modèle de Dugdale – Barenblatt, la contrainte dans la zone de transition est supposée très grande par rapport à celle à l'infini. Un développement limité permet d'écrire :

$$r_Y = a \pi^2 \sigma_{\infty}^2 / 8 R_e^2 \quad (2.47)$$

Le déplacement d'ouverture critique (COD) s'écrit, d'après les Eqs. (2.19) et (2.47) :

$$\text{COD} = [u_2] = \frac{\delta}{E} \frac{\pi a \sigma_\infty^2}{R_e} \quad (2.48)$$

2.3 Modèle de Fracture Cohésive (MFC)

Outre la théorie de la Mécanique Linéaire de la Rupture, le Modèle de Zone/Fracture Cohésive (MFC) est également développé afin d'étudier le problème de propagation de fracture. Ci-dessous sont présentés quelques points importants de ce modèle.

2.3.1 Généralités

L'origine du MFC se réfère aux travaux pionniers de [Dugdale \(1960\)](#), [Barenblatt \(1962\)](#), avec trois hypothèses basiques suivantes (cité par [Sun et Jin, 2012](#)):

- Il existe une zone cohésive à proximité de la pointe de la fracture où les deux lèvres supérieure et inférieure sont tenues par une force appelée « traction cohésive ».
- La taille de la zone cohésive et la distribution de la force de traction cohésive sont indépendantes de la géométrie de fractures et des chargements extérieurs.
- La contrainte est finie partout y compris à la pointe de la fracture.

Le MFC est basé sur deux paramètres clefs: résistance en traction et travail de séparation (ou bien énergie de rupture – aire sous la courbe cohésive) ([Elices et al., 2002](#)). Ainsi, le MFC intègre à la fois des critères de l'énergie et de la résistance ([Chen et Mai, 2010](#)). Les valeurs des paramètres du MFC varient dans une gamme très large, de MPa à GPa pour la résistance en traction, de Joules à Kilojoules pour l'énergie, et de Nanomètres à Micromètres pour la distance de séparation ([Shet et Chandra, 2002](#)). Plusieurs développements sont introduits dans le concept original de Barenblatt et Dugdale afin de prendre en compte des chargements en compression, cisaillement et mixte ([Carol et al., 1997](#); [Pouya et Bemani-Yazdi, 2015](#)). Le MFC est largement utilisé car il évite la singularité de contraintes à la pointe de la fracture et peut être facilement implémenté dans un code numérique ([Shet et Chandra, 2002](#)). D'ailleurs, le MFC est utilisé pour étudier des problèmes de fractures élasto-plastiques ([Tvergaard, 2002](#)), des matériaux quasi-fragiles ([Hillerborg et al., 1976](#)), la transition du comportement fragile au ductile ([Jin et al., 2003](#)) et des problèmes de fractures thermiques ([Rangaraj et Kokini, 2004](#)). Le MFC permet de simuler des fractures sous différentes conditions de chargement, y compris des chargements statiques ([Xu et Needleman, 1993](#)), des chargements dynamiques ([Zhang et Paulino, 2005](#)), des chargements en fatigue ([Yang et al., 2001](#)) et des chargements cycliques ([Yang et al., 2001](#)).

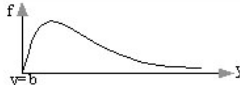
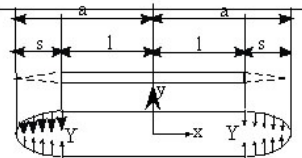
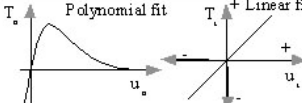
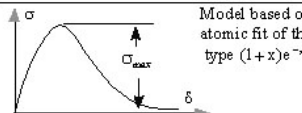
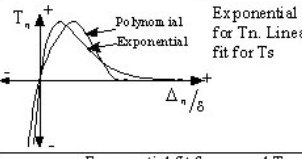

Il est intéressant de noter que la traction cohésive est reliée au déplacement de séparation entre les deux surfaces cohésives par une « loi cohésive ». Une loi cohésive décrit la relation entre la traction cohésive et le déplacement de séparation de la manière suivante :

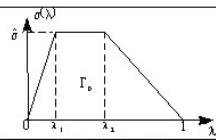
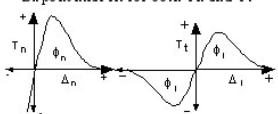
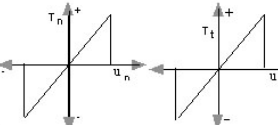
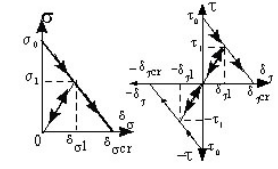
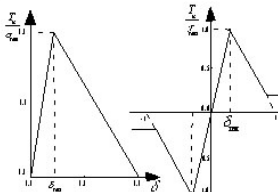
$$\sigma_n = \sigma_R f(u_n/u_0) \quad (2.49)$$

où σ_R est le pic de la traction cohésive, u_n et u_0 sont respectivement le déplacement normal et le déplacement de séparation critique, f est la fonction décrivant la forme de la courbe cohésive (contrainte de traction-déplacement de séparation). La fonction f dépend du mécanisme de rupture du matériau considéré. Plusieurs formes de réponse traction – séparation (i.e. lois de radoucissement) sont utilisés dans la littérature and sont récapitulés dans le [Tableau 2-1 \(Chandra et al., 2002\)](#). Avec l'augmentation du déplacement normal des éléments cohésifs, la traction à travers l'interface atteint une valeur maximale, puis diminue et finalement s'annule.

Les lois de radoucissement peuvent être dérivées selon deux approches : (i) à partir du modèle micromécanique ([Pichler et Dormieux, 2009a](#)) ou bien (ii) des essais expérimentaux ([Elices et al., 2002](#)). La deuxième approche a prouvé être plus utile car elle est basée sur l'ensemble de la courbe contrainte-déplacement mesurée sur un échantillon. [Pouya et Bemani Yazdi \(2015\)](#) ont étendu le critère de rupture de Mohr-Coulomb et proposé un MFC pour des joints rocheux en tenant compte de l'endommagement et la plasticité soumis à des chargements normaux, tangentiels et mixtes. Ce modèle a été appliqué avec succès à l'analyse et la modélisation d'une série d'expérimentations de la rupture de traction et de cisaillement, monotones et cycliques sur les différentes roches.

Tableau 2-1 : Différents modèles MFC et leurs paramètres ([Chandra et al., 2002](#)).

Year and author	Proposed Model	Model parameters	Problem solved	Model constants	Comments
1959, 1962 Barenblatt, G.I.		$K = \int_0^{u_0} \frac{G_c(u) du}{A} = \frac{\pi E' T_c}{1-\nu^2} \delta$ (ductile) $T_c = T_0 + T_1 = \frac{\pi E' T_c}{1-\nu^2}$ (brittle) T_0 = work of separation for brit. mat T_1 = work of plastic deformation	Brittle materials		First to propose the concept
1960 Dugdale		$\frac{a}{l} = 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} \frac{T}{Y} \right)$ For small value of T/Y $\frac{s}{l} = 1.23 \left(\frac{T}{Y} \right)^2$	Steel sheets	Plastic zone ranges from 0.042 to 0.448 (in)	Cohesive stress equated to yield stress of material
1987 Needleman		ϕ_{sep} = wk. of Sep. δ = normalizing Par. σ_{max} = Max. Stress	Particle-matrix decohesion	$\delta = 10^{-6}$ to 10^{-3} m Cohesive Energy 1 to 10 J/m ² $\sigma_{max} = 1000$ MPa	Phenomenological model, predict normal separation
1989 Rice & Wang		E_0 = Init. Young's mod h = normalizing Par. σ_{max} = Max. Stress $\alpha = \text{constant} \left(\frac{E_0 h}{\sigma_{max}} = 2\gamma \right)$	Solute segregation		Ascending part is equated to E_0 Normal separation. Ignores shear separation
1990 Needleman		ϕ_{sep} = wk. of Sep. δ = normalizing Par. σ_{max} = Max. Stress	Particle-matrix decohesion	$\delta = 10^{-6}$ to 10^{-3} m	predict normal separation
1990 Needleman		ϕ_n = wk. of Nor. Sep. ϕ_s = wk. of Shr. Sep. δ_n, δ_s = critical displacements. σ_{max} = Max. Stress	Decohesion of interface under hydrostatic tension	$\delta_n = \delta_s = 2 \times 10^{-4}$ to 2×10^{-3} m $J/\phi_n = 0.57 - 2.59$ $\sigma_{max}/\sigma_0 = 2.3$	Periodic shear traction to model Pirels shear stress due to slip

Year and author	Proposed Model	Model parameters	Problem solved	model constants	Comments
1992 Tvergaard & Hutchinson		Γ_0 = wk. of Separation. δ_n^c, δ_t^c = critical displ. $\bar{\sigma}$ = Peak nor. trn./nt. face str. λ_1, λ_2 = factors governing shape of sep	Crack growth in elasto-plastic material, peeling of adhesive joints	$\Gamma_0/\Gamma_0^* = 0 - 10$. $(\Gamma_0^* = P1 \text{ wk.}), \delta_n^c/\delta_t^c = 1$ $\bar{\sigma}/\sigma_y = 0 - 14$ $\lambda_1, \lambda_2 = 0.15, 0.5$ $\sigma_y/E = 1/300$	Claims shape of separation law are relatively unimportant
1993 Xu & Needleman	Exponential fit for both Tn and Tt 	ϕ_n = wk. of Nor. Sep. ϕ_t = wk. of Shr. Sep. δ_n^c, δ_t^c = critical displacements σ_{max} = Max. Stress	Particle-matrix decohesion	$\delta_n^c, \delta_t^c = 2 \times 10^{-4} \text{ to } 2 \times 10^{-3} \text{ m}$	Predicts shear and normal separation
1990 Tvergaard		δ_n^c, δ_t^c = critical displacements. σ_{max} = Max. Stress	Interfaces of whisker-reinforced metal matrix composites	$\delta_n^c = \delta_t^c = 1 \times 10^{-2} \text{ m}$. $E = 60 \text{ GPa}$ (Young's mod) $\sigma_y/E = 0.005$ $\sigma_{max}/\sigma_y = 5 - 9$	Linear Model
1996 Camacho and Ortiz		σ_n, τ_n = Nor. and Shr stress at fracture initiation $\delta_{ocr}, \delta_{scr}$ = crit. nor opening and shr. opening displ. G_c = Fracture energy	Impact	Alumina: $\sigma_0 = 400 \text{ MPa}$ $\delta_{scr} = 1.7 \times 10^{-7} \text{ m}$ Steel: $\sigma_0 = 1500 \text{ MPa}$ $\delta_{scr} = 2.7 \times 10^{-4} \text{ m}$	Predicts failure by both shear and normal separation in tension and by shear separation in compression
1997 Gaubelle & Bayler		Φ_n, Φ_t : Work of normal and tangential separation Δ_n, Δ_t : Normal and Tangential displacement jump δ_n, δ_t : Normal and tangential interface characteristic length	delamination by low-velocity impact	$\sigma_{max} = E/10$ Critical normal displacement jump $\Delta_{nc} = 10^{-4} - 10^{-6} \text{ m}$	Bilinear model Ascending curve can be matched to initial stiffness of the material

Il est à noter qu'en réalité les deux modes traction/compression et cisaillement sont très souvent couplés dus à l'asymétrie de géométrie, chargement ou bien la propriété du matériau. Ainsi, en cas d'un mode mixte, deux composantes du déplacement de séparation existent à travers les surfaces cohésives : déplacement de séparation d'ouverture u_n et déplacement de séparation de cisaillement u_t . Le MFC pour le mode mixte peut avoir la forme suivante :

$$\sigma_n = f_n(u_n, u_t) \quad \text{et} \quad \sigma_t = f_t(u_n, u_t) \quad (2.50)$$

avec σ_n et σ_t respectivement les contraintes cohésive normale et tangentielle. Pour simplifier la détermination de la forme des fonctions f_n et f_t , un potentiel d'énergie cohésif est souvent utilisé. Needleman (1987) et Park et Paulino (2012), parmi d'autres, ont proposé des potentiels $\Phi(u_n, u_t)$ et dérivé la loi cohésive de la manière suivante :

$$\sigma_n = \partial\Phi(u_n, u_t)/\partial u_n \quad \text{et} \quad \sigma_t = \partial\Phi(u_n, u_t)/\partial u_t \quad (2.51)$$

2.3.2 Modèle de Fracture Cohésive pour la fracturation hydraulique

Le modèle de zone/fracture cohésive a été largement utilisé pour la fracturation hydraulique pour plusieurs applications pouvant être divisées en trois catégories suivantes (cité par Sarris et Papanastasiou, 2011):

- Modéliser le processus de fracturation dans les roches perméables/imperméables.
- Etudier le comportement inélastique des roches.

- Modéliser la propagation des fractures hydrauliques selon un chemin arbitraire dépendant uniquement des champs de contrainte et de pression interstitielle.

Sarris et Papanastasiou (2011) ont analysé l'initiation et l'évolution d'une fracture dans un milieu poreux en utilisant l'approche de la zone cohésive comme un critère de propagation de fracture. Ils ont supposé un écoulement de Darcy pour la matrice, un écoulement de Poiseuille pour la fracture ainsi qu'utilisé les équations poroélastiques de Biot (1941). Sarris et Papanastasiou (2012a) ont étudié quelques paramètres principaux influençant la fracture hydraulique dans un milieu poroélastique en utilisant le modèle cohésif et en supposant l'existence d'une petite zone vide (« fluid lag ») juste devant la pointe de la fracture. Dans ces travaux, ils ont pris en compte les effets de diffusion du fluide depuis la fracture vers la formation géologique entourée. Le mécanisme de diffusion de fluide est à l'origine de l'expansion volumique du milieu poreux, celle qui tend à fermer cette fracture.

Dans le but de contribuer à la compréhension de la différence significative de la pression nette mesurée in-situ et celle des modèles prédictifs (relevant à 50-70%) lors de la fracturation hydraulique, Sarris et Papanastasiou (2012b) ont analysé l'effet de trois paramètres influençant la propagation de fracture dans un milieu poro-élasto-plastique: (i) la zone cohésive, (ii) l'anisotropie de la contrainte, et (iii) le champ de la pression interstitielle. Le modèle cohésif a été également utilisé par Mohammadnejad et Khoai (2013) pour modéliser la propagation des fractures hydrauliques dans des milieux poreux déformables. La modélisation a été faite en utilisant la méthode des éléments finis étendus (XFEM).

2.4 Conclusions

L'aspect de propagation mécanique de fracture basé sur deux approches différentes est récapitulé. La première approche se base sur la mécanique linéaire de la rupture dans laquelle le champ de contrainte est admis singulier à la pointe de la fracture. Des critères de propagation de fracture basés directement sur ce champ de contrainte ne peuvent pas être utilisés. Dans la littérature, le premier critère, basé sur l'approche énergétique globale, a été proposé par Griffith (1921) pour des matériaux élastiques isotropes, et puis étendu par Irwin (1948) pour les matériaux élastoplastiques. Le deuxième critère, basé sur le concept des facteurs d'intensité de contraintes, a été dérivé par Irwin (1957). Des lors, plusieurs autres critères ont été proposés pour le cas des fractures ayant des géométries ou bien soumises à des chargements plus complexes afin de prédire l'angle de branchement de fracture. La deuxième approche se base sur le modèle de fracture cohésive (Dugdale, 1960; Barenblatt, 1962) et la théorie d'endommagement des matériaux (Kachanov, 1958). Cette approche évite la singularité de contraintes à la pointe de la fracture. A l'origine, cette approche requiert de définir le chemin préférentiel de propagation pour la fracture. En revanche, la mise en place des éléments cohésifs aux interfaces de tous les éléments modélisant la matrice rocheuse peut enlever cette limitation.

CHAPITRE 3. COMPORTEMENT POROMECANIQUE D'UN MILIEU POREUX FRACTURE

Sommaire

CHAPITRE 3. COMPORTEMENT POROMECANIQUE D'UN MILIEU POREUX FRACTURE.....	51
3.1 Introduction.....	52
3.2 Comportement mécanique.....	53
3.2.1 Modèles aux éléments finis.....	54
3.2.2 Charges appliquées et conditions aux limites.....	55
3.2.3 Résultats numériques.....	58
3.3 Modélisation du comportement hydromécanique d'un milieu poreux fracturé ...	64
3.3.1 Modèle constitutif poromécanique.....	64
3.3.2 Equations constitutives hydrauliques du problème.....	67
3.3.3 Problème d'injection de fluide dans une fracture.....	69
3.3.4 Simulations numériques.....	71
3.3.5 Solutions semi-analytiques pour le calcul des facteurs d'intensité de contraintes en régime stationnaire.....	80
3.4 Conclusion.....	96

3.1 Introduction

La propagation de fracture hydraulique attire beaucoup d'attention pour ses applications à des problèmes importants, y compris la production de pétrole, la production de gaz de schiste, l'énergie géothermique et le stockage géologique de CO_2 . La modélisation de ce processus rencontre de nombreuses difficultés aussi bien sur le plan expérimental que par des approches numériques et même pour certaines questions théoriques. La modélisation numérique de la propagation de fracture représente quelques difficultés, même lorsque la roche réservoir est bien caractérisée pour sa perméabilité et des propriétés mécaniques.

De nombreux phénomènes sont impliqués dans le processus de propagation de fracture : la diffusion de fluide dans la fracture et dans la matrice, des échanges de masse de fluide entre la fracture et la matrice, la plasticité et l'endommagement à la pointe de la fracture en raison de concentration des contraintes élevées dans cette zone et enfin la propagation de fracture. Le dernier phénomène change la matière continue en discontinue, ce qui n'est pas facile à traiter dans des codes numériques. Pour surmonter ces difficultés, les modèles de fracture hydraulique incluent toujours nécessairement différentes hypothèses de simplification. Par exemple, le modèle de fuite de Carter ([Howard et Fast, 1957](#)), largement utilisé dans la bibliographie, suppose que les échanges de masse de fluide entre la fracture et la matrice sont donnés par une diffusion unidimensionnelle perpendiculaire à la surface de la fracture et indépendante de la pression. Sur la base de ce modèle simplificateur, et dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture et de la loi de Poiseuille, [Adachi et Detournay \(2008\)](#) ont analysé la solution générale d'une fracture hydraulique en configuration plane en termes des paramètres adimensionnels, et ont défini différents régimes de propagation en fonction de différents phénomènes hydraulique ou mécanique, conservatif ou dissipatif. [Adachi et Detournay](#) ont déterminé les différents régimes dans lesquels un ou plusieurs de ces phénomènes pourraient être négligés et donc l'ensemble du modèle pourrait être simplifié. Cependant pour aller plus loin dans la modélisation des situations plus complexes, des méthodes de modélisation numérique avec des hypothèses plus rigoureuses devraient être utilisées.

La modélisation numérique de la fracturation hydraulique par la méthode des éléments finis a été étudiée par de nombreux auteurs ([Adachi et al., 2007](#); [Boone et Ingraffea, 1990](#); [Carrier et Granet, 2012](#); [Lecampion et Detournay, 2007](#); [Papanastasiou, 1999](#); [Sarris et Papanastasiou, 2011](#), parmi d'autres). Cette méthode permet de simuler des phénomènes complexes et non-linéaires dans la fracture et dans la matrice environnante, tels que la diffusion visqueuse ou la plasticité et l'endommagement autour de la pointe d'une fracture. Cependant, en plus des difficultés de maillage pour la propagation de fracture, les simulations numériques ont généralement besoin d'une modélisation d'un écoulement transitoire, qui peut être très coûteuse en temps de calcul en raison d'un couplage fortement non-linéaire entre la diffusion et des processus mécaniques. Il est donc intéressant de trouver un moyen pour

simuler le problème de la fracturation hydraulique, sans la nécessité de passer par un calcul transitoire.

Dans le cadre de ce chapitre, une modélisation de l'écoulement de fluide dans la phase transitoire et à l'état stationnaire est réalisée en tenant compte des échanges de la masse de fluide entre la fracture et la matrice environnante de manière complète. Les calculs sont réalisés à l'aide de code de calcul aux éléments finis *Porofis*, développé par Pouya (2015), qui est spécialement conçu pour des milieux poreux fracturés.

Dans un premier temps, une analyse purement mécanique est réalisée. Plusieurs configurations de fractures et chargements sont étudiées. Les facteurs d'intensité de contraintes de ces cas sont calculés en extrapolant le champ de déplacement à la pointe de la fracture. Les valeurs numériques sont ensuite comparées avec celles théoriques afin de valider la méthode numérique et la démarche d'évaluation des facteurs d'intensité de contraintes.

Dans un deuxième temps, le comportement hydromécanique d'un milieu poreux fracturé est étudié et les conditions de propagation des fractures sont analysées. Pour ce faire, le modèle poromécanique et les équations constitutives du problème d'injection de fluide dans une fracture sont tout d'abord présentés. Puis, des simulations numériques de deux cas d'injection (injection à pression constante et injection à débit constant) sont réalisées. Deux types de couplage sont simultanément considérés : couplage fort (Hydraulique ↔ Mécanique), et couplage faible (Hydraulique → Mécanique). L'évolution temporelle du champ de pression interstitielle dans le milieu ainsi que du facteur d'intensité de contraintes pour les deux types de couplage sont présentés, ce qui montre que la valeur maximale est obtenue à l'état d'écoulement stationnaire. En se basant sur ce constat et dans le but de chercher une expression générale du facteur d'intensité de contraintes lors de l'injection d'un fluide dans un milieu poreux avec géométrie simple de fracture, de nombreuses simulations ont été réalisées. Ces dernières sont faites pour les configurations plane et axisymétrique ainsi que pour les cas d'injection à pression constante et à débit constant. L'ajustement de courbes accompagné des analyses théoriques ont permis de dériver des solutions semi-analytiques du facteur d'intensité de contraintes pour différentes configurations d'injection. Ceci est important pour estimer l'extension maximale de fracture lors de l'injection. La connaissance de cette extension maximum est suffisante pour discuter des conditions de propagation de fracture dans la plupart des problèmes s'intéressant à la propagation hydromécanique des fractures tels que des projets de stockage géologique de CO₂ ou bien la fracturation hydraulique autour d'un puits d'injection pour les applications pétrolières. Deux exemples d'application lors de l'injection de fluide utilisant des solutions semi-analytiques sont enfin présentés.

3.2 Comportement mécanique

Dans le cadre de la mécanique de la rupture des matériaux solides, la propagation des fractures se modélise en utilisant les concepts de ténacité et de facteurs d'intensité de contraintes (Irwin, 1957). Toutefois, dans les milieux poreux fracturés, la singularité du champ de contraintes et l'interaction entre les phases de fluide et solide rendent complexes les

conditions de propagation des fractures. Dans la bibliographie, de nombreux travaux ont été consacrés à ce sujet (Bjerrum et al., 1972 ; Jaworski et al., 1981 ; de Pater et al., 1994 ; parmi d'autres). Néanmoins, en dépit de tout cela la détermination des conditions de propagation des fractures reste encore un problème ouvert qui nécessite des études approfondies dans lesquelles on devra recourir à la modélisation numérique.

Ce chapitre a pour objectif d'étudier le comportement mécanique d'une fracture dans un milieu poreux qui servira ultérieurement aux études sur les conditions de propagation des fractures. Il consiste d'abord en des simulations numériques des géométries simples de fracture soumise à des chargements en mode I et II. Puis le facteur d'intensité de contraintes est calculé en se basant sur la méthode d'extrapolation du champ de déplacements à l'extrémité de la fracture. Ces résultats visent à valider la méthode numérique utilisée.

3.2.1 Modèles aux éléments finis

Dans le cadre de ce travail, on se limite aux problèmes bidimensionnels. Le modèle en éléments finis est construit à l'aide de logiciel GiD dans lequel le maillage est suffisamment raffiné aux alentours des extrémités de la fracture. Les cas suivants seront examinés :

- Deux cas du problème plan (contraintes planes et déformations planes), ceux qui correspondent à une fracture située dans un milieu élastique infini (cas symétrique) et à une fracture se trouvant au bord d'un milieu élastique semi-infini (cas asymétrique).
- Cas d'une fracture située dans un milieu axisymétrique (cas axisymétrique).
- Cas d'une fracture soumise à une contrainte interne appliquée sur les deux lèvres de la fracture.

En raison de la symétrie, un modèle de base de dimension 10m×10m contenant une fracture de 1m de longueur située au bord du modèle est construit (voir la [Figure 3-1](#)).

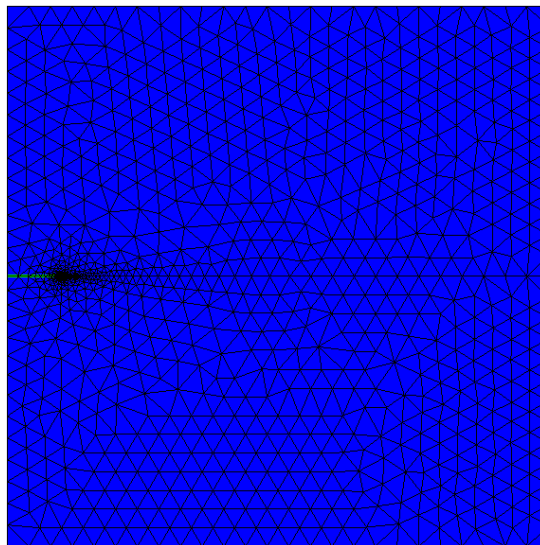


Figure 3-1 – Modèle en éléments finis d'une fracture dans un massif poreux élastique.

Il est à noter que le maillage est suffisamment raffiné au niveau de la pointe de la fracture afin d'obtenir une bonne précision des résultats des simulations. Le modèle est discrétisé en 1173 nœuds, 2196 éléments triangulaires modélisant la matrice élastique entourée. La fracture est modélisée par 22 éléments dont l'élément le plus petit ayant une taille égale à un millièème de celle des éléments de la matrice.

3.2.2 Charges appliquées et conditions aux limites

Dans cette partie, différents cas de fracture (symétrique, asymétrique, axisymétrique, fracture soumise à une contrainte/pression interne) avec des conditions aux limites appropriées sont étudiés. Puis, l'influence de l'inclinaison, du maillage et de la rigidité normale de la fracture sur le facteur d'intensité de contrainte est étudiée. La comparaison des résultats numériques avec des solutions théoriques permettra de valider la méthode numérique et la démarche d'estimation du facteur d'intensité de contraintes utilisées.

3.2.2.1 Cas symétrique

Théoriquement, pour une fracture de longueur $2a$ située dans un milieu élastique infini et soumise à une contrainte de traction (mode de sollicitation I), le facteur d'intensité de contraintes est donné par l'expression suivante, d'après [Irwin \(1958\)](#) :

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (3.1)$$

Toutefois, compte tenu des difficultés de la modélisation d'un milieu infini, le problème sera réduit au cas d'un milieu fini avec des caractéristiques géométriques indiquées sur la [Figure 3-2](#). Les propriétés mécaniques sont les suivantes : $E = 4000$ MPa et $\nu = 0.3$.

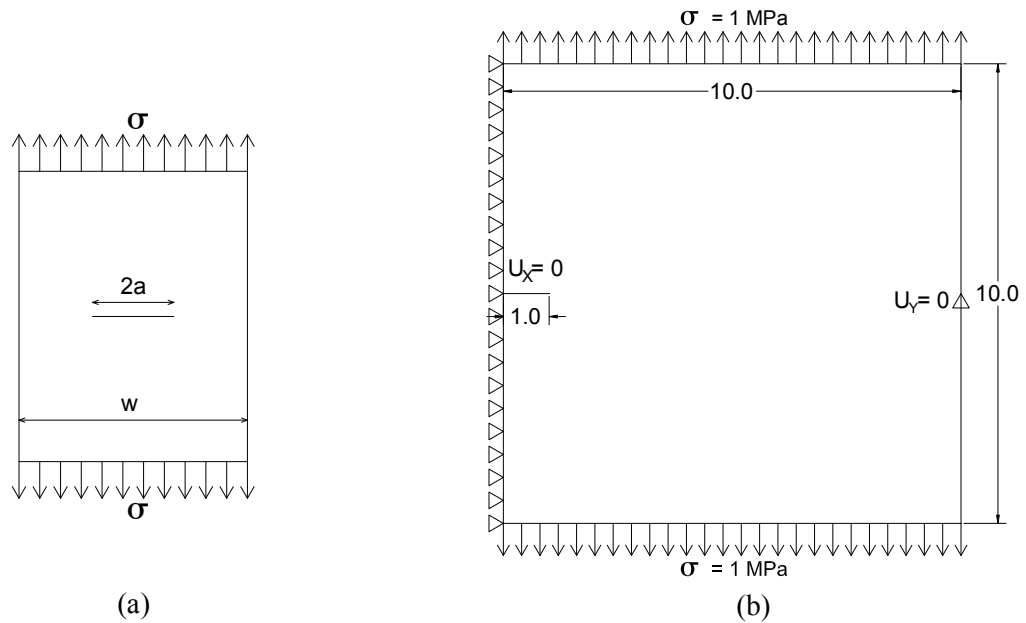


Figure 3-2 – Schéma représentatif du cas symétrique

De nombreuses études ont été réalisées afin de déterminer un facteur de correction géométrique pour calculer le facteur d'intensité de contraintes pour le cas de milieu fini. On présente ci-dessous une telle formule citée par [Perez \(2004\)](#) :

$$K_I = \alpha \sigma \sqrt{\pi a} \quad (3.2)$$

où α est le facteur de correction géométrique, ce qui se détermine par la formule :

$$\alpha \approx \left[1 + 0.50(a/w)^2 + 20.46(a/w)^4 + 81.72(a/w)^6 \right]^{1/2} \quad (3.3)$$

avec a et w indiqués sur la [Figure 3-2a](#).

Pour cette analyse, une fracture sera étudiée dans un problème plan (contraintes planes et déformations planes). Cette fracture interne de 2 m de longueur se trouve dans un milieu élastique fini ayant une largeur de 20 m et une hauteur de 10 m. La symétrie géométrique et de chargement permet de modéliser la moitié du modèle complet en introduisant des conditions aux limites appropriées. Pour ce faire, les déplacements horizontaux sont bloqués ($u_x = 0$) sur toute la longueur du segment représentant l'axe de symétrie. De plus, un blocage vertical ($u_y = 0$) est également appliqué sur un point afin d'éviter l'instabilité du modèle. Ce modèle est soumis à une contrainte de traction de 1 MPa appliquée aux deux bords supérieur et inférieur. Le schéma représentatif est donné sur la [Figure 3-2b](#). Avec ces données, on obtiendra à l'aide des équations (3.2) et (3.3), $\alpha \approx 1.0007$ et $K_I \approx 1.7737 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$.

3.2.2.2 Cas asymétrique

Pour une fracture de longueur a située au bord d'un milieu élastique et soumise à une contrainte de traction σ , le facteur K_I s'écrit sous la même forme que celle dans l'Eq. (3.2). Le facteur de correction géométrique α s'obtient, d'après [Perez \(2004\)](#) :

$$\alpha \approx 1.12 - 0.23(a/w) + 10.55(a/w)^2 - 21.71(a/w)^3 + 30.38(a/w)^4 \quad (3.4)$$

où α et w sont indiquées sur la [Figure 3-3a](#). Pour un milieu infini, le facteur d'intensité de contraintes est donc donné par $K_I = 1.12 \sigma \sqrt{\pi a}$. L'analyse complète de ce cas sera faite en contraintes planes et en déformations planes pour une fracture de 1 m de longueur située au bord d'un milieu élastique de 10 m de largeur et également de 10 m de hauteur.

De façon similaire au cas symétrique, une contrainte de traction de 1 MPa est appliquée sur les deux bords du modèle et le blocage vertical est appliqué au même endroit. Différemment du cas précédent, seuls deux blocages horizontaux seront appliqués sur le même segment où est appliqué le blocage vertical. Une représentation schématique pour ce cas est montrée sur la [Figure 3-3b](#). Avec les dimensions géométriques et les caractéristiques des matériaux présentées, on obtiendra à l'aide des Eqs. (3.2) et (3.4) $\alpha \approx 1.1838$ et $K_I \approx 2.0983 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$.

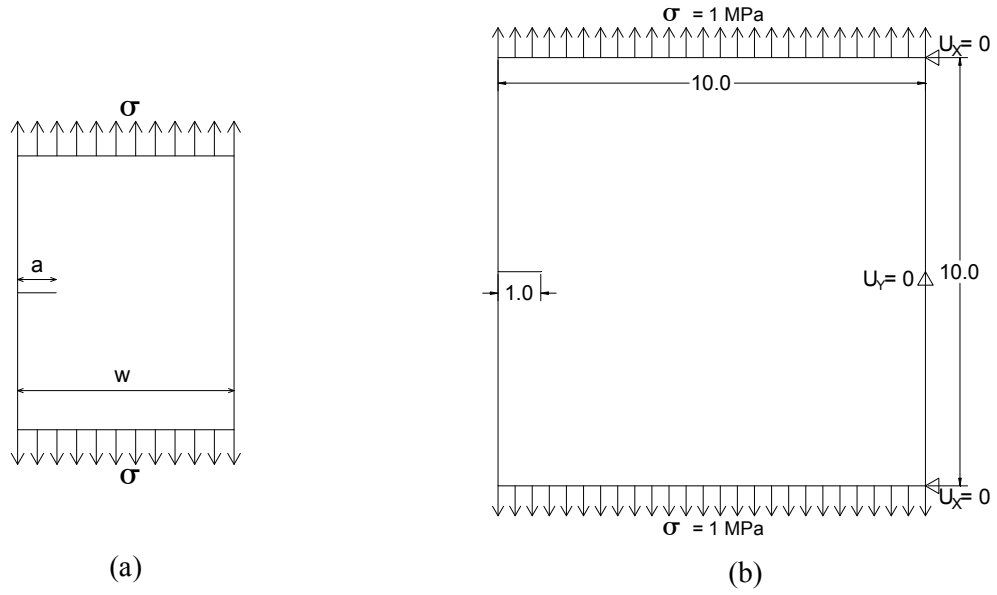


Figure 3-3 – Schéma représentatif du cas asymétrique

3.2.2.3 Cas axisymétrique

Sneddon (1946) a traité le problème d'une fracture circulaire interne de rayon a dans un milieu élastique infini soumise à une contrainte de traction uniforme σ (voir la Figure 3-4a), ce qui l'a mené à l'expression suivante pour le facteur d'intensité de contraintes :

$$K_I = (2/\pi)\sigma\sqrt{\pi a} \quad (3.5)$$

Pour un milieu fini de largeur w , le facteur de correction α s'obtient (Tada et al., 2000) :

$$\alpha \approx \left[1 - 0.50(a/w) + 0.148(a/w)^3 \right] / \sqrt{1 - (a/w)} \quad (3.6)$$

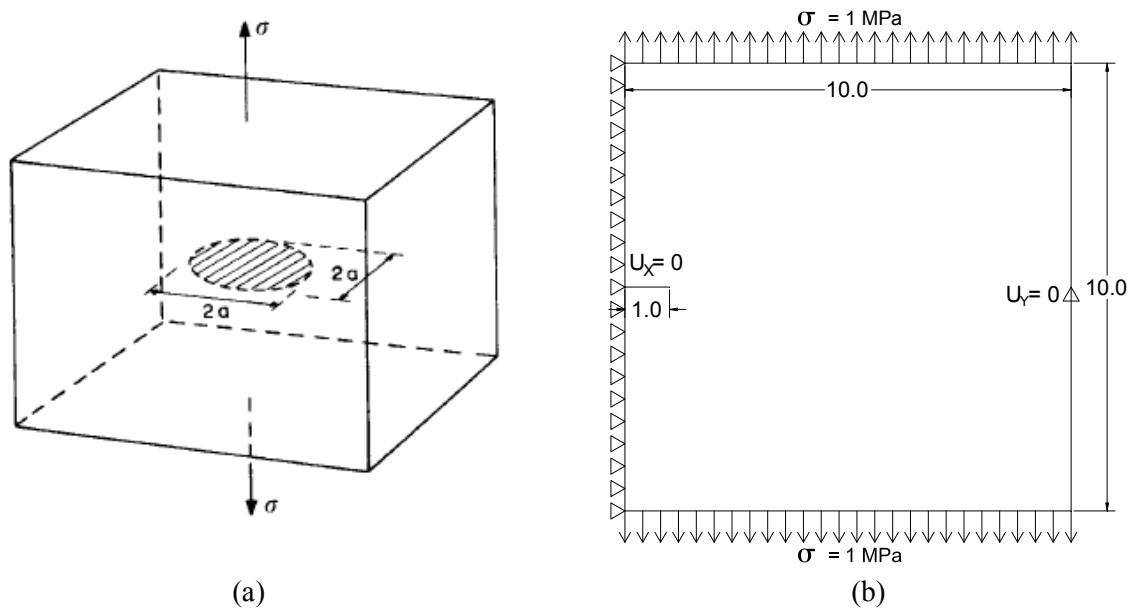


Figure 3-4 – (a) Fracture circulaire dans un milieu infini (Broek, 1982), (b) Conditions aux limites

Une fracture circulaire de rayon $a = 1\text{ m}$ située dans un massif cylindrique de 10 m de rayon et de 10 m de hauteur sera étudiée. Le chargement et les conditions aux limites sont appliqués de même manière que ceux dans le cas symétrique (Figure 3-4b). Les Eqs. (3.5) et (3.6) donnent $\alpha \approx 1.0015$ et $K_I \approx 1.1284 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

3.2.2.4 Cas de fracture soumise à une contrainte/pression interne

Dans cette section, on réutilise les modèles construits dans les Sections 3.2.2.1, 3.2.2.2, 3.2.2.3 afin d'estimer le facteur d'intensité de contraintes lors de l'injection d'une contrainte normale ou bien une pression uniforme dans la fracture. Les schémas de principe pour cette configuration sont présentés dans la Figure 3-5a et la Figure 3-5b. Dans la bibliographie, de nombreuses recherches (Broek, 1982 ; Perez, 2004) ont montré que des valeurs théoriques du facteur d'intensité de contraintes pour le cas de fracture soumise à une contrainte/pression interne (Section 3.2.2.4) et la configuration où la contrainte de traction est appliquée aux deux bords du milieu (Sections 3.2.2.1, 3.2.2.2, 3.2.2.3) sont identiques.

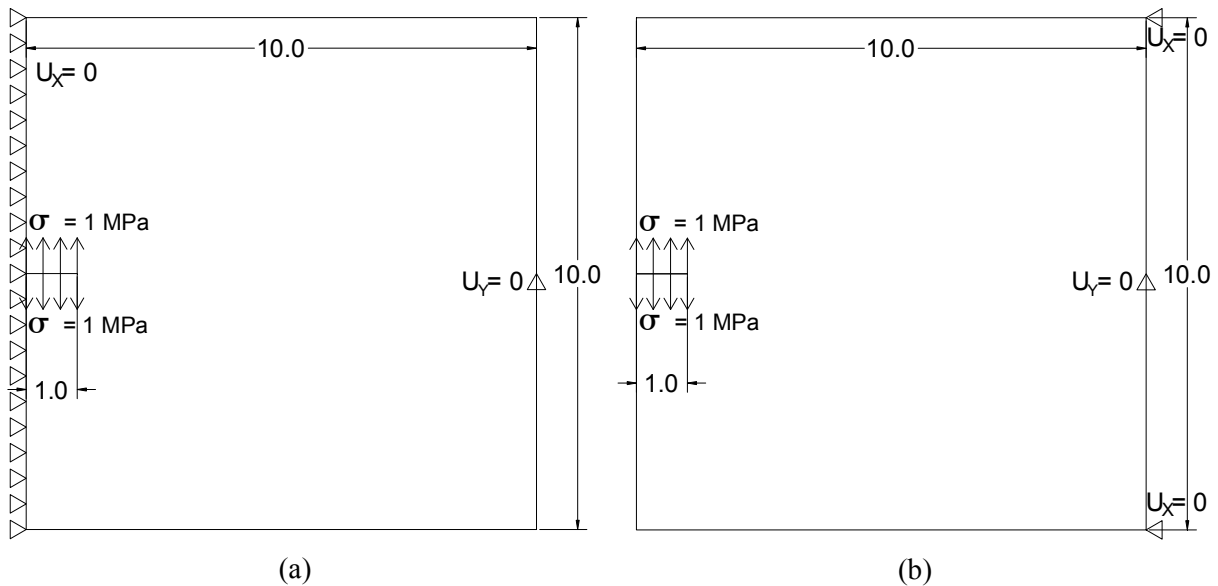


Figure 3-5 – (a) Schéma représentatif pour le cas symétrique et axisymétrique lors de l'injection (Broek, 1982), (b) Schéma représentatif pour le cas asymétrique lors de l'injection de pression

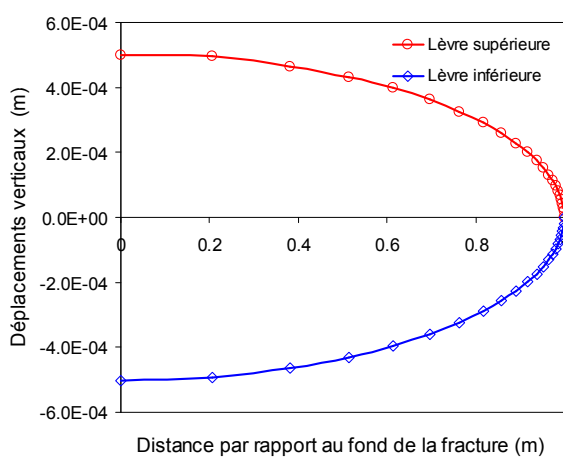
3.2.3 Résultats numériques

Théoriquement, pour une fracture située dans un milieu élastique infini et soumise à une contrainte de traction, le champ de déplacement obtenu de part et d'autre de cette fracture doit former une ellipse, avec une tangente infinie au niveau de la pointe de la fracture. Par conséquent pour l'évaluation numérique du facteur d'intensité de contraintes par la méthode d'extrapolation du champ de déplacements, il est raisonnable de ne pas prendre en compte le premier élément lié à l'extrémité dans le calcul de K_I . En plus, d'après le concept des facteurs d'intensité de contraintes, les éléments loin des extrémités n'ont pas d'influence significative sur le calcul de K_I à cause des conditions aux limites ainsi que celles de

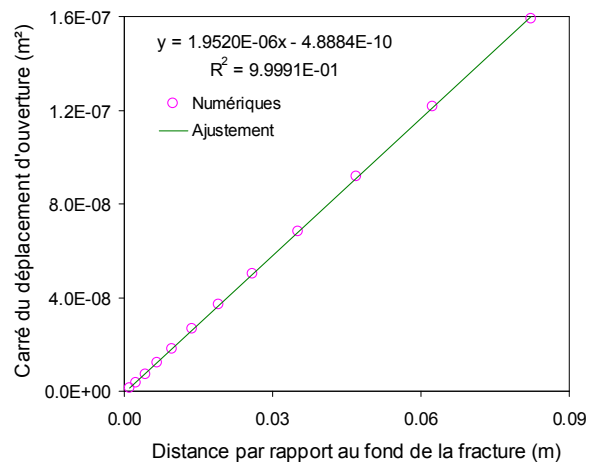
chargement. Afin d'obtenir une bonne estimation de K_I , il est recommandé d'utiliser un nombre limité mais raisonnable d'éléments de joint (fracture) qui sont très proches des extrémités et qui ont une taille suffisamment petite. Pour cette étude, la méthode d'extrapolation du champ de déplacements autour de la pointe de la fracture est utilisée. Les valeurs théorique et numérique du facteur K_I sont présentées dans le [Tableau 3-1](#). La géométrie déformée et le déplacement d'ouverture de la fracture pour le cas symétrique en déformation plane sont présentés sur la [Figure 3-6](#). Pour plus de détails, voir l'[Annexe 2](#).

Tableau 3-1 – Récapitulatif des résultats théoriques et numériques des K_I (unité en $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$).

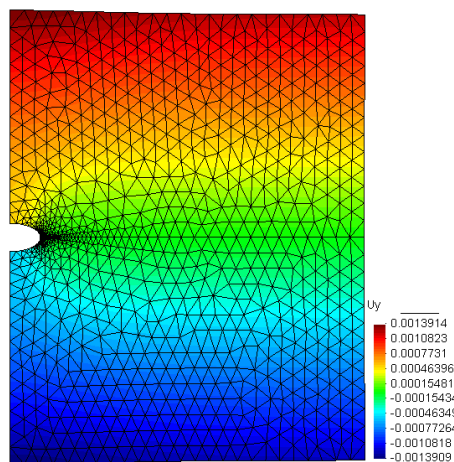
Cas étudiés	Contraintes planes			Déformations planes		
	Théorique	Numérique	Différence (%)	Théorique	Numérique	Différence (%)
Symétrique	1.7737	1.7510	1.28	1.7737	1.7434	1.71
Asymétrique	2.0983	2.0734	1.18	2.0983	2.0649	1.59
	Théorique		Numérique	Différence (%)		
Axisymétrique	1.1284		1.1065	1.97		



(a)



(b)



(c)

Figure 3-6 – (a) Déplacements verticaux des lèvres, (b) Carré de déplacement d'ouverture, (c) géométrie déformée du massif fracturé pour le cas symétrique en déformation plane.

Le [Tableau 3-1](#) montre que les facteurs d'intensité de contraintes estimés par extrapolation du champ de déplacements issu d'un calcul en éléments finis sont très proches des valeurs théoriques. La différence maximale est constatée pour le cas axisymétrique où l'on a supposé la même valeur théorique du facteur d'intensité de contraintes pour le cas considéré avec le cas d'un milieu infini. Toutefois, cette différence peut être réduite soit en augmentant les dimensions du massif, soit en raffinant le maillage notamment dans la zone aux alentours des extrémités de la fracture. Les modèles en éléments finis construits sont donc validés et pourront être utilisés pour des étapes suivantes consistant à injecter une pression uniforme normale et puis une pression hydraulique dans la fracture.

Pour le cas de fracture soumise à une contrainte/pression interne, les résultats de cette analyse sous forme graphique sont présentés dans l'[Annexe 3](#). A partir du champ de déplacements et en effectuant la même procédure de calcul, on retrouve quasiment les mêmes valeurs numériques du facteur d'intensité de contraintes que celles dans les [Sections 3.2.2.1, 3.2.2.2, 3.2.2.3](#). Ces résultats numériques sont donc conformes aux solutions analytiques présentées précédemment.

3.2.3.1 Influence de l'inclinaison de la fracture

Dans cette section, une fracture inclinée d'un angle θ par rapport à l'axe horizontal comme présentée dans la [Figure 3-7a](#) sera étudiée. La solution analytique pour ce cas est donnée par l'expression suivante ([Gdoutos, 2005](#)) :

$$K_I = \frac{1}{2} \left[k + 1 + (k - 1) \cos 2\theta \right] \sigma \sqrt{\pi a} \quad \text{et} \quad K_{II} = -\frac{k - 1}{2} \sin 2\theta \cdot \sigma \sqrt{\pi a} \quad (3.7)$$

où θ est l'angle d'inclinaison de la fracture par rapport à la verticale, k est le rapport entre la contrainte de traction appliquée horizontalement par rapport à celle appliquée verticalement. Lorsque la fracture est inclinée de $\theta = 45^\circ$, et pour $k = 0$, les valeurs théoriques des facteurs d'intensité de contraintes K_I et K_{II} sont égales.

Les calculs sont réalisés sur le modèle réduit de $10\text{m} \times 10\text{m}$ contenant une fracture de 1 m de longueur inclinée de 30 degrés par rapport à l'horizontale ([Figure 3-7b](#)). Les conditions aux limites et celles du chargement sont appliquées de même manière que celles dans le cas symétrique (voir la [Section 3.2.2.1](#)). Il est à noter que pour cette configuration, deux modes de propagation sont identifiés consistant en mode I (ouverture) et mode II (cisaillement dans le plan). Les propriétés mécaniques du milieu (massif poreux) et de la fracture (sans épaisseur) sont identiques à celles dans les cas précédents. Suite au manque d'une solution analytique, les expressions dans l'Eq (3.7) pourront être utilisées pour évaluer les facteurs K_I et K_{II} pour le cas d'une fracture inclinée dans un milieu ayant les dimensions finies. Avec les données $\sigma = 1\text{MPa}$, $a = 0.5\text{m}$, $\theta = 60^\circ$ et $k = 0$, l'Eq. (3.7) donne $K_I \approx 0.9399 \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ et $K_{II} \approx 0.5427 \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$.

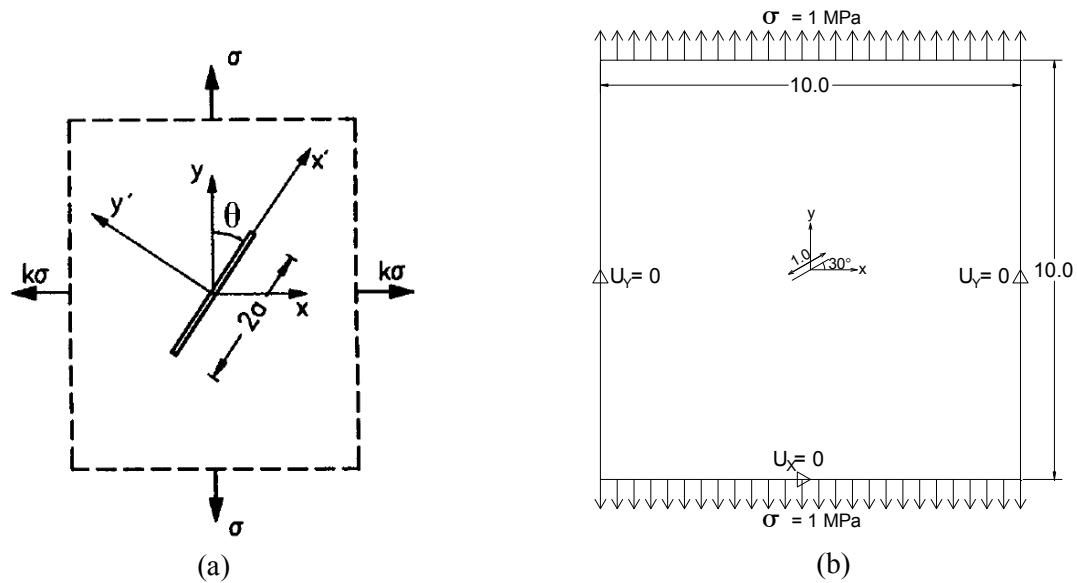


Figure 3-7 – (a) Fracture inclinée (Gdoutos, 2005), (b) Conditions aux limites

Concernant les résultats numériques, les facteurs K_I et K_{II} sont estimés en extrapolant le champ de déplacement autour de la pointe de la fracture. Il est à noter cependant que les calculs de la pente de la droite moyenne β pour les facteurs K_I et K_{II} sont basés respectivement sur la discontinuité de déplacement normal et tangentiel des lèvres de la fracture. Les résultats obtenus sont récapitulés dans le [Tableau 3-2](#). Pour plus de détails, voir l'[Annexe 4](#). De plus, une vérification a été faite pour le facteur d'intensité de contraintes aux deux extrémités de la fracture et on a obtenu quasiment les mêmes valeurs. Ce résultat confirme la symétrie parfaite du modèle.

Tableau 3-2 – Récapitulatif des résultats théoriques et numériques des K_I et K_{II}

Cas étudiés	$K_I \text{ (MPa}\sqrt{\text{m}})$			$K_{II} \text{ (MPa}\sqrt{\text{m}})$		
	Théorique	Numérique	Différence (%)	Théorique	Numérique	Différence (%)
Contraintes planes	0.9399	0.8945	4.84	0.5427	0.5097	6.08
Déformations planes	0.9399	0.8905	5.27	0.5427	0.5056	6.84

La différence relative entre la valeur théorique et numérique pour le cas d'une fracture inclinée ([Tableau 3-2](#)) est plus importante que celle d'autres cas ([Tableau 3-1](#)). Ceci s'explique par le fait que pour les cas précédents, les valeurs théoriques sont estimées en utilisant les facteurs de correction géométrique pour tenir compte de dimensions finies des modèles, tandis que pour le cas actuel (fracture inclinée) la valeur théorique correspondant à un milieu infini est utilisée.

3.2.3.2 Influence de la rigidité normale

Dans la bibliographie, le calcul des facteurs d'intensité de contraintes se fait normalement en considérant une fracture avec des rigidités normale et tangentielle nulles. Cette hypothèse se justifie par le fait que dans la plupart des cas, les fractures considérées sont effectivement vides, c'est-à-dire l'espace entre les deux lèvres de la fracture n'est pas rempli de matériau de remplissage. Même si en présence de matériaux de remplissage, cette hypothèse est encore faite d'une part dans le but de prendre en considération le cas le plus défavorable en termes de résistance du joint, et d'autre part pour faciliter le calcul. En réalité, le joint présente souvent une certaine rigidité. C'est pourquoi dans cette section, le comportement purement mécanique des joints sera étudié en faisant varier sa rigidité normale k_{nn} (entre 0 et 10.000 MPa/m) mais en gardant encore les caractéristiques géométriques, le chargement et les conditions aux limites du cas symétrique en contraintes planes. Etant donné le chargement vertical, la rigidité tangentielle k_{tt} n'a pas d'influence notable sur le déplacement vertical. Pour ne pas alourdir le calcul, il convient d'attribuer une valeur nulle pour cette composante de rigidité. Il est à noter que dans la bibliographie, il n'existe pas de solution analytique exprimant les facteurs d'intensité de contraintes en fonction des raideurs du joint. Dans cette analyse, on cherche à exprimer cette dépendance en proposant une formule empirique. Si la rigidité normale k_{nn} du joint est nulle, on revient à la configuration basique dont la solution existe dans la bibliographie, et le facteur d'intensité de contraintes K_I peut être calculé en utilisant l'approche en déplacement. Lorsque k_{nn} tend vers l'infini, la discontinuité des lèvres reste nulle, celle qui implique également une valeur nulle pour le facteur d'intensité de contraintes K_I . A partir de deux constats ci-dessus et les résultats détaillés dans l'[Annexe 5](#), une formule empirique est proposée sous la forme suivante :

$$K_I = K_I^0 (1 + \alpha a k_{nn} / E)^{-\omega} \quad (3.8)$$

où K_I^0 est le facteur d'intensité de contraintes correspondant à $k_{nn} = 0$, a est la moitié de la longueur de la fracture, E est le module d'Young de la matrice environnante, α et ω sont deux paramètres à déterminer à partir des résultats de simulations numériques.

Compte tenu du fait que pour un joint (fracture) d'épaisseur très petite, le facteur d'intensité de contrainte K_I est proportionnel à la racine carrée de la longueur a de la fracture. On propose donc $\omega = 0.50$. La [Figure 3-8a](#) donne une comparaison entre les valeurs obtenues numériquement et celles approximatives selon l'équation (3.8) avec $\alpha \approx 2.25\pi$ et $\omega = 0.50$. En plus, si le paramètre ω n'est pas supposée égale à 0.50, une meilleure approximation avec $\alpha = \pi$ et $\omega = \pi/4$ est présentée dans la [Figure 3-8b](#)

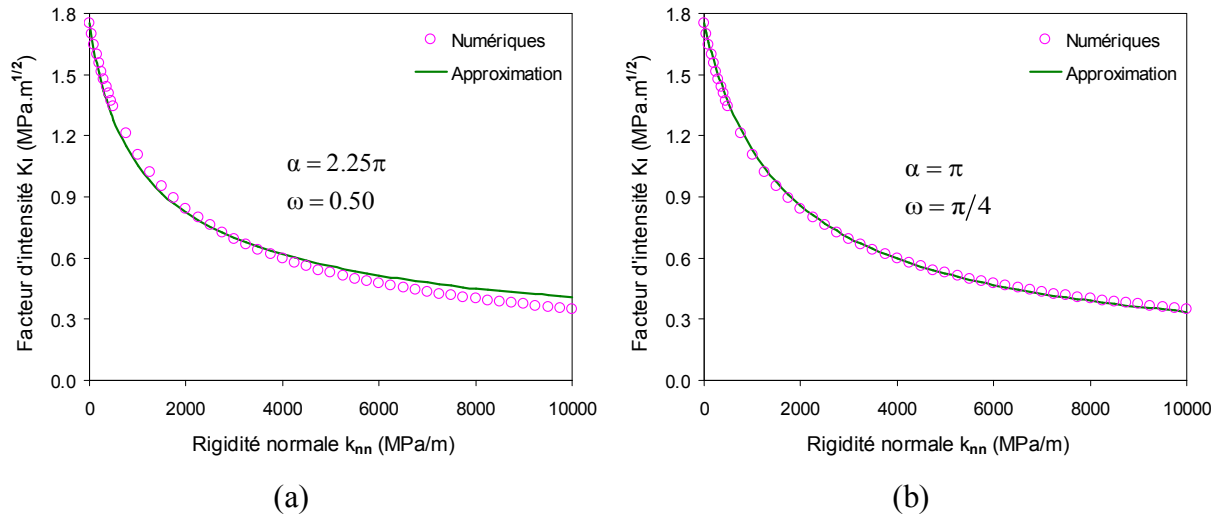


Figure 3-8 – Valeurs numériques et approximatives du facteur d'intensité de contraintes.

3.2.3.3 Influence du maillage

Pour cette étude, le modèle en éléments finis du cas symétrique en contraintes planes est repris. L'influence du maillage est analysée en changeant sa finesse. Deux méthodes, déjà mentionnées dans la [Section 2.2.4](#), seront utilisées pour estimer le facteur d'intensité de contraintes. Pour chaque test, l'analyse est faite en fixant un nombre approprié de joints. Le [Tableau 3-3](#) et la [Figure 3-9](#) récapitule des résultats numériques obtenus ainsi qu'une brève comparaison entre les valeurs numériques avec celles théoriques.

Tableau 3-3 – Récapitulatif des résultats théoriques et numériques des K_I par deux méthodes

N°	Nombre de nœuds	Nombre d'éléments	Théorique	Méthode 1	Erreur (%)	Méthode 2	Erreur (%)
1	3516	6808	1.7737	1.7652	0.48	1.7685	0.29
2	1836	3512	1.7737	1.7421	1.78	1.7460	1.56
3	1173	2218	1.7737	1.7510	1.28	1.7533	1.15
4	875	1642	1.7737	1.7359	2.13	1.7358	2.14
5	765	1422	1.7737	1.7318	2.36	1.7321	2.35
6	702	1296	1.7737	1.7289	2.53	1.7287	2.53
7	671	1234	1.7737	1.7245	2.78	1.7248	2.76
8	655	1202	1.7737	1.7238	2.81	1.7242	2.79

- Les valeurs numériques des facteurs d'intensité de contraintes calculées par deux méthodes (1 et 2) sont assez proches des valeurs théoriques. Plus le maillage est raffiné, plus la différence entre ces deux valeurs est petite. Pour l'ensemble de tests réalisés, la différence maximale observée est de 2.81%.

- L'écart du facteur d'intensité de contraintes calculé par deux méthodes est mineur et peut être négligeable, ce qui permet dans la suite d'utiliser la méthode 2 pour estimer K_I .

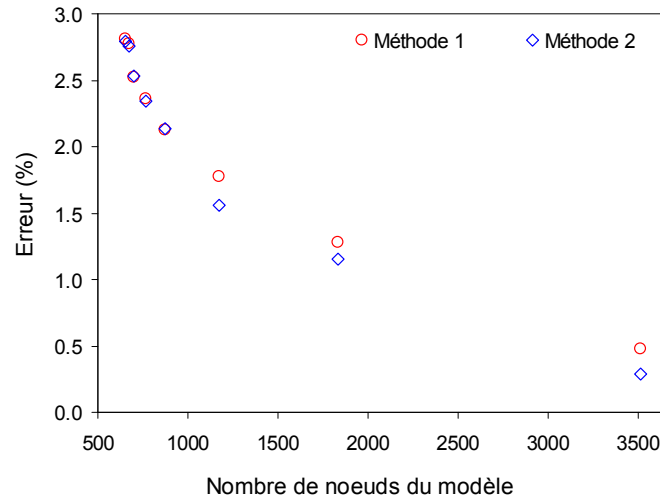


Figure 3-9 – Influence de la finesse du maillage sur le facteur d'intensité de contraintes

3.3 Modélisation du comportement hydromécanique d'un milieu poreux fracturé

Dans la bibliographie, les facteurs d'intensité de contraintes peuvent être explicitement évalués selon les formules analytiques pour quelques problèmes purement mécaniques. En revanche, une telle solution n'existe pas encore pour un problème hydromécanique. Le but de cette section est d'étudier le comportement des fractures soumises aux chargements hydromécaniques en se basant sur le concept des facteurs d'intensité de contraintes et de la ténacité du matériau. Pour ce faire, un fluide est injecté dans un massif fracturé sous deux types de conditions différentes : pression constante et débit constant. Les calculs sont réalisés dans la phase transitoire et les facteurs d'intensité de contraintes à l'extrémité de la fracture sont estimés.

3.3.1 Modèle constitutif poromécanique

Un corps poreux fracturé Ω avec sa frontière $\partial\Omega$ est considéré. Il comprend une famille de fractures pouvant être intersectées entre elles ou avec la frontière. Pour le problème mécanique, le corps est soumis à des tractions de surface sur une partie de sa frontière, notée par $\partial_f\Omega$ et des déplacements sur une autre partie notée par $\partial_u\Omega$ (voir la Figure 3-10). Aucune force volumique n'est considérée pour ce problème. Le champ de déplacement u dans le corps doit satisfaire ces conditions aux limites ainsi que des lois constitutives pour la déformation.

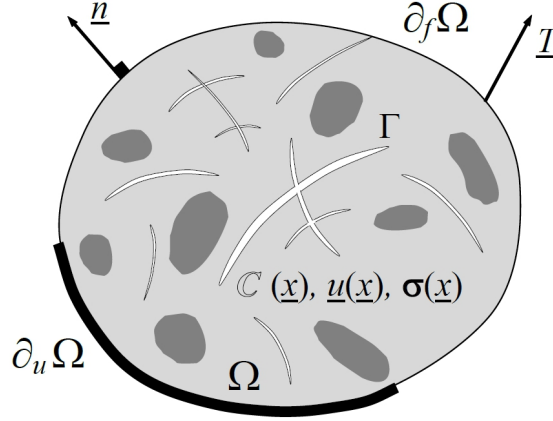


Figure 3-10 – Problème mécanique pour un corps poreux fracturé (Pouya, 2015)

La loi poroélastique linéaire s'écrit:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \partial_k u_l - bp \delta_{ij} \quad (3.9)$$

$$d\phi = b d\varepsilon_v + dp/N \quad (3.10)$$

avec u et p respectivement le champ de déplacement et la pression interstitielle, $\varepsilon_v = \partial_k u_k$ la déformation volumique, ϕ la porosité Lagrangienne, b le coefficient de la contrainte effective de Biot, N le module de Biot du squelette relié au module M via la relation $1/M = 1/N + \phi_0/K_f$ avec ϕ_0 la porosité initial de la matrice et K_f le module de compression du fluide (Coussy, 2004). Ces paramètres sont liés par la relation ci-dessous:

$$1/N = (b - \phi_0)/K_s \quad (3.11)$$

$\sigma'_{ij} = C_{ijkl} \partial_k u_l$ est la contrainte effective et a l'expression suivante en élasticité isotrope :

$$\sigma'_{ij} = C_{ijkl} \partial_k u_l = \lambda (\partial_k u_k) \delta_{ij} + G^* (\partial_i u_j + \partial_j u_i) \quad (3.12)$$

avec λ et G^* les coefficients de Lamés donnés par les expressions suivantes :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \text{et} \quad G^* = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.13)$$

L'aspect hydraulique est introduit dans le comportement poromécanique (3.9) par l'intermédiaire d'une *déformation libre*, notée ε_{ij}^L en réécrivant l'Eq. (3.9) sous la forme $\sigma_{ij} = C_{ijkl} (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^L)$ dans laquelle $\varepsilon_{ij}^L = C_{ijkl}^{-1} (bp \delta_{ij})$. Compte tenu de la relation contrainte-déformation en élasticité $\varepsilon_{ij} = [(1+\nu)\sigma_{ij} - \nu\delta_{ij}\sigma_{kk}]/E$, pour le cas d'une pression hydrostatique $\sigma_{ij} = bp\delta_{ij}$, la déformation libre s'écrit $\varepsilon_{ij}^L = [(1-2\nu)/E] bp\delta_{ij}$.

De même que la matrice poreuse, le comportement élastique du joint (fracture) en présence d'une pression hydraulique p appliquée sur ses deux lèvres de la fracture s'écrit :

$$\sigma_n = k_{nn} u_n - b_f p \quad (3.14)$$

où σ_n , k_{nn} , u_n et b_f sont respectivement la contrainte normale, la rigidité normale, le déplacement normal, et le coefficient de la contrainte effective de Biot du joint (fracture). La valeur du coefficient b_f dépend de la somme de la surface de contact par rapport à la surface totale de chaque élément de joint. Si les éléments de joints sont tous ouverts avec de petits contacts, une valeur élevée du coefficient de Biot $b_f = 1$ peut être considéré et attribué à tous les éléments de joint. En transformant l'Eq. (3.14) sous la forme $\sigma_n = k_{nn} (u_n - u_n^L)$, le «déplacement libre» u_n^L est introduit en posant $u_n^L = k_{nn}^{-1} b_f p$. Ce «déplacement libre» pour les joints est introduit dans le code *Porofis* de la même manière qu'une «déformation libre» pour les éléments surfaciques. La «déformation libre» représente une déformation libre de contrainte comme par exemple une dilatation thermique. Le cas critique de la notation de u_n^L aura lieu lorsque le joint (fracture) ne présente aucune rigidité ($k_{nn} = k_{tt} = k_{mm} = 0$). Pour ce cas, au lieu d'utiliser le «déplacement libre», la pression de fluide sera donc directement appliquée sur les parois de la fracture. Le champ de déplacement peut être discontinu à travers la fracture et sa discontinuité ou bien son saut à travers la fracture est noté par $[[u]] = (u^+ - u^-)$ avec u^+ et u^- des déplacements sur les deux lèvres de la fracture.

Dans la suite, le problème d'injection d'un fluide dans un corps poreux fracturé Ω contenant une seule fracture est étudié (voir la Figure 3-11a). La fracture est représentée par la ligne OM et le fluide est injecté dans la fracture depuis le point O où la fracture et le corps poreux sont intersectés. Deux cas considérés sont présentés dans la Figure 3-11b. Le premier cas est un problème plan 2D correspondant à un corps semi-infini, et le deuxième cas est un problème 3D en condition axisymétrique dans lequel la ligne OM représente une fracture de forme d'un disque. Dans la suite, le premier d'un problème plan sera étudié et puis le cas axisymétrique sera analysé.

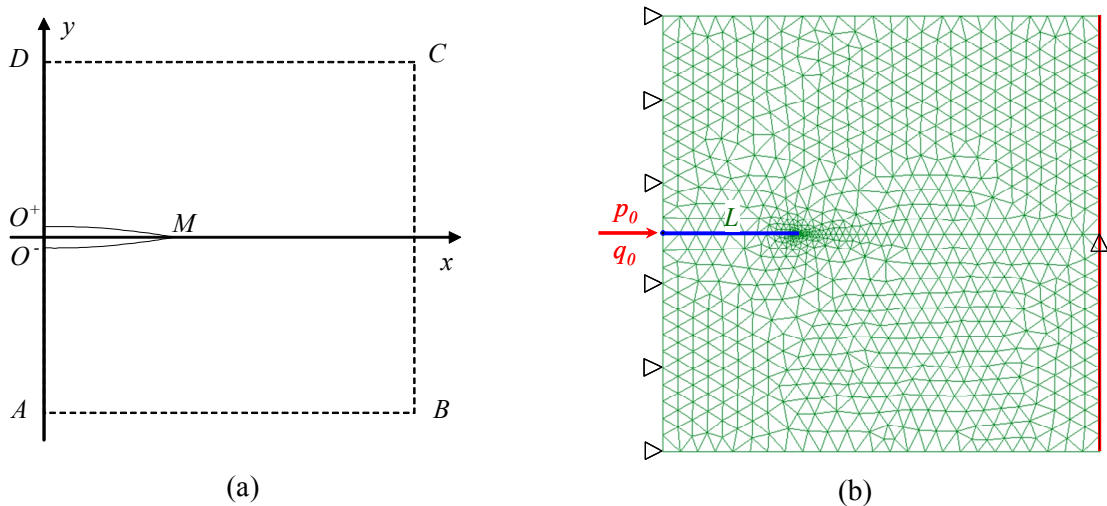


Figure 3-11 – (a) Géométrie et (b) conditions aux limites du problème étudié

3.3.2 Equations constitutives hydrauliques du problème

Le problème hydraulique est présenté dans la [Figure 1-2](#) dans laquelle le corps est soumis à des conditions aux limites consistant en une pression d'injection constante ou bien en un débit constant imposé.

La pression imposée sur la partie $\partial_p \Omega$ de la frontière est notée par p^d , la vitesse du fluide imposée sur la partie $\partial_v \Omega$ par $\underline{v} \cdot \underline{n}$ et le débit injecté dans des fractures intersectées avec la frontière sur la partie $\partial_q \Omega$ par q^d . Le champ de pression p dans la matrice ainsi que dans la fracture doit satisfaire des conditions aux limites et les lois d'écoulement, décrites ci-dessous.

3.3.2.1 Diffusion du fluide dans la matrice

Le fluide s'écoulant dans la fracture est supposé identique que celui rempli dans l'espace poreux de la matrice. L'écoulement dans la matrice est gouverné par la loi de Darcy :

$$\underline{v} = -k \nabla p \quad (3.15)$$

avec $k = k_{int} / \mu$ où k_{int} est la perméabilité intrinsèque (m^2) et μ est la viscosité dynamique du fluide (Pa.s). Pour un milieu poreux saturé, la conservation de la masse de fluide s'écrit :

$$\partial m_f / \partial t + \nabla \cdot (\rho_f \underline{v}) = 0 \quad (3.16)$$

où m_f est la masse de fluide dans l'unité de volume du milieu, ρ_f la densité volumique du fluide. Ainsi, pour un milieu poreux saturé (i.e. $S_r = 1$), m_f a pour expression générale :

$$m_f = \rho_f \phi \quad (3.17)$$

avec ϕ la porosité lagrangienne à l'état déformé. Notons que :

$$dm_f = \phi d\rho_f + \rho_f d\phi = \rho_f \phi (d\rho_f / \rho_f + d\phi / \phi) \quad (3.18)$$

Dans l'Eq. (3.18), les termes $d\rho_f / \rho_f$, $d\phi / \phi$ peuvent être déterminés en utilisant respectivement la loi de compressibilité du fluide et le modèle poromécanique de Biot.

La loi constitutive de la compressibilité du fluide s'écrit:

$$d\rho_f / \rho_f = dp / K_f \quad (3.19)$$

où K_f est le module de compression du fluide interstitielle défini par : $\frac{1}{K_f} = -\frac{1}{V_f} \left(\frac{\partial V_f}{\partial p_f} \right)$.

En introduisant les Eqs. (3.10) et (3.19) dans l'Eq. (3.18), la relation suivante est obtenue :

$$dm_f = \rho_f [dp / M + b d\varepsilon_v] \quad (3.20)$$

D'où l'Eq. (3.16) devient, en tenant compte des relations (3.15) et (3.20):

$$\nabla \cdot (\rho_f k \nabla p) = C_p \rho_f \partial p / \partial t + b \rho_f \partial \varepsilon_v / \partial t \quad (3.21)$$

avec $C_p = 1/M$.

Sachant que :

$$\nabla \cdot (\rho_f k \nabla p) = \rho_f \nabla \cdot (k \nabla p) + \nabla \rho_f \cdot k \cdot \nabla p \quad (3.22)$$

En insérant l'Eq. (3.22) dans l'Eq. (3.21) et en tenant compte de la relation (3.19), l'équation suivante est obtenue:

$$C_p \partial p / \partial t = \nabla \cdot (k \nabla p) + (\nabla p \cdot k \cdot \nabla p) / K_f - b \partial \varepsilon_v / \partial t \quad (3.23)$$

On trouve que la compressibilité du fluide introduit un terme non linéaire en ∇p dans l'Eq. (3.23). Ce terme disparaît si on prend $K_f = \infty$ ou bien si on néglige le carré de ∇p . Dans le cadre de ce travail, le fluide est supposé incompressible. Ainsi, l'équation de diffusion de fluide dans la matrice s'obtient :

$$C_p \partial p / \partial t + b \partial \varepsilon_v / \partial t - \nabla \cdot (k \nabla p) = 0 \quad (3.24)$$

avec $C_p = 1/N$ pour un fluide incompressible.

3.3.2.2 Ecoulement du fluide dans la fracture

La modélisation de l'écoulement de fluide dans une fracture et des échanges de la masse de fluide avec la matrice environnante présente des difficultés théoriques et numériques que plusieurs auteurs ont essayé d'éviter en introduisant des simplifications basées sur le modèle approximatif de fuite de Carter (dans [Howard et Fast, 1957](#)). Dans le présent travail, un modèle complet de l'écoulement de fluide dans la fracture et l'échange de la masse de fluide avec la matrice entourée est présenté. Avec l'hypothèse d'une conductivité transversale infinie pour la fracture, la pression du fluide est identique sur les deux côtés de la fracture et peut être représentée par une valeur unique p pour un point donné le long de la fracture. Le débit d'écoulement q dans la fracture est relié à cette pression par la loi de Poiseuille :

$$\underline{q}(\underline{s}) = -\underline{c}_f(\underline{s}) \nabla_s p(\underline{s}) \quad (3.25)$$

où ∇_s désigne le gradient tangentiel dans le plan local tangentiel à la fracture et \underline{c}_f est le tenseur de conductivité dans le plan de la fracture. Dans les cas les plus fréquents, \underline{c}_f est supposée isotrope dans le plan tangentiel and représenté par un scalaire c_f , ce qui est relié à l'ouverture hydraulique e par la loi cubique de Poiseuille :

$$c_f = e^3 / 12\mu \quad (3.26)$$

L'équation de conservation de la masse pour la fracture, prenant en compte l'échange de la masse de fluide avec la matrice, est une équation clef pour le problème d'écoulement et s'écrit dans le cas le plus général (Pouya, 2012) :

$$\nabla_s \cdot [\rho_f \underline{q}(\underline{s})] + \llbracket \rho_f \underline{v}(\underline{s}) \rrbracket \cdot \underline{n}(\underline{s}) + \frac{\partial}{\partial t} [\rho_f e(\underline{s})] = 0 \quad (3.27)$$

Dans cette équation, $\nabla_s \cdot ()$ désigne la divergence dans la surface de la fracture, $\llbracket \underline{v} \rrbracket = [\underline{v}^+ - \underline{v}^-]$ représente la discontinuité de la vitesse de fluide ou bien le saut de la vitesse entre les deux côtés de la fracture, et \underline{n} le vecteur d'unité normal à la surface de la fracture. L'ouverture hydraulique de la fracture e peut varier avec la contrainte mécanique ou bien avec la pression hydraulique appliquée à la fracture. L'équation de la conservation de la masse dans la fracture doit inclure le saut de la vitesse entre les deux côtés de la fracture qui représente l'échange de la masse avec la matrice. Ce problème est connu depuis, au moins, des travaux pionniers de Barenblatt et al. (1960). L'intégration de cette discontinuité dans un code numérique aux éléments finis nécessite quelques développements mathématiques qui ont été récemment étudiés par Pouya (2012), Pouya et Vu (2012) et implémentés dans le code de calcul aux éléments finis *Porofis*.

Dans le cadre de ce travail, un fluide incompressible est considéré pour un écoulement 2D, ce qui conduit à la simplification de l'Eq. (3.27) sous la forme suivante :

$$-\partial_s (c_f \partial_s p) + \llbracket \underline{v} \rrbracket \cdot \underline{n} + \partial_t e = 0 \quad (3.28)$$

où, dans la configuration plane, $\partial_s (.)$ désigne la dérivation curviligne le long de la ligne de la fracture.

3.3.3 Problème d'injection de fluide dans une fracture

Pour le problème mécanique, les parois de la fracture jouent le rôle d'une frontière sur laquelle une force extérieure correspondant à la pression de fluide est appliquée. Cette partie de la frontière est désignée par $\partial_f \Omega$ et est constituée de deux lignes O^+M et O^-M représentant les lèvres de la fracture, avec leurs vecteurs d'unité normaux sortants respectivement $\underline{n} = -\underline{e}_y$ et $\underline{n} = \underline{e}_y$ où \underline{e}_y est le vecteur d'unité de l'axe Oy . Des conditions aux limites incluent la force extérieure $-p\underline{n}$ imposée sur ces deux lignes, un déplacement u_x imposé sur le côté gauche du domaine correspondant à l'axe Oy dans la Figure 3-11b et noté par $\partial_y \Omega$ et un déplacement nul imposé à l'infini de la frontière $\|x\| \rightarrow \infty$. Les équations gouvernant le problème mécanique incluent l'équation d'équilibre de moment et des conditions aux limites mentionnées au dessus :

$$\begin{aligned}
 \forall \underline{x} \in \Omega; \quad \nabla \cdot \underline{\sigma}(\underline{x}) &= 0 \\
 \forall \underline{x} \in \partial_f \Omega; \quad \underline{\sigma}(\underline{x}) \cdot \underline{n} &= -p(\underline{x}) \cdot \underline{n} \\
 \forall \underline{x} \in \partial_y \Omega; \quad u_x(\underline{x}) &= 0 \\
 \lim_{\|\underline{x}\| \rightarrow \infty} u(\underline{x}) &= 0
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

Si la contrainte $\underline{\sigma}$ dans l'Eq. (3.29) est remplacée par son expression dans l'Eq. (3.9), des équations suivantes sont trouvées pour le champ de déplacements :

$$\begin{aligned}
 \forall \underline{x} \in \Omega; \quad C_{ijkl} \partial_{jk} u_l(\underline{x}) &= b \partial_i p(\underline{x}) \\
 \forall \underline{x} \in \partial_f \Omega; \quad n_j C_{ijkl} \partial_k u_l(\underline{x}) &= -(1-b) p(\underline{x}) n_i \\
 \forall \underline{x} = (0, y); \quad u_x(\underline{x}) &= 0 \\
 \lim_{\|\underline{x}\| \rightarrow \infty} u(\underline{x}) &= 0
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

Il est à noter que le déplacement est discontinu à travers la fracture et prend différentes valeurs \underline{u}^+ et \underline{u}^- sur les deux parties O^+M et O^-M de la frontière $\partial_f \Omega$. Ce problème est simplement géré dans le code *Porofis*, en attribuant différents nœuds sur O^+M et O^-M et en considérant ces lignes comme des frontières soumises à la force extérieure $-p\underline{n}$.

La pression p dans l'Eq. (3.30) est la solution du problème hydraulique. Pour ce problème, la même géométrie est considérée avec l'état initial de pression nulle dans le corps. Des conditions aux limites correspondent à une vitesse normale nulle sur le côté gauche du domaine, une pression nulle sur la frontière à l'infini du domaine (bord droite) et une condition spécifique pour l'injection au point d'entrée de la fracture O . Deux cas d'injection de fluide sont considérés à ce point : (a) injection à pression constante p_0 et (b) injection à débit constant q_0 . Le système des équations pour le problème hydraulique inclut des équations de diffusion transitoire dans la matrice et dans la fracture et des conditions aux limites mentionnées :

$$\begin{aligned}
 \forall \underline{x} \in \Omega; \quad C_p \partial_t p &= k \Delta p - b \partial_i (u_i) \\
 \forall \underline{x} \in \Gamma; \quad \partial_x (c_f \partial_x p) + k \llbracket \partial_y p \rrbracket &= \partial_t \llbracket u_y \rrbracket \\
 \forall y \neq 0; \quad \partial_x p(0, y) &= 0 \text{ and } \lim_{\|\underline{x}\| \rightarrow \infty} p(\underline{x}) = 0 \\
 (a) \quad p(0, 0) &= p_0 \quad \text{or} \quad (b) \quad -c_f \partial_x p(0, 0) = q_0
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Il convient de noter que la ligne de la fracture OM , notée ici par Γ , n'est pas traitée comme une partie de la frontière dans le problème mécanique car cette ligne est soumise à des équations de l'écoulement et de l'échange de masse de fluide (voir les Eqs. (3.25) et (3.28)). Avec l'hypothèse d'une fracture super-conductrice, la pression p est continue sur cette ligne.

Le couplage hydromécanique est exprimé par la présence de la pression p dans le problème mécanique (Eq. (3.30)) et la présence du champ de déplacement dans le problème

hydraulique (Eq. (3.31)). A ce stade, deux cas de couplage peuvent être considérés. Dans le cadre de ce mémoire, le premier cas est appelé couplage fort (Hydraulique \leftrightarrow Mécanique), et le deuxième est appelé couplage faible (Hydraulique \rightarrow Mécanique). Les effets de la pression du fluide sur les champs de déplacement et contrainte (couplage d'Hydraulique à Mécanique) sont pris en compte pour tous les deux cas. Par contre, les effets de la déformation de la matrice sur le problème d'écoulement transitoire correspondant au terme $b \partial \varepsilon_v / \partial t$ dans l'Eq. (3.24) et également la variation de la conductivité hydraulique de la fracture (i.e. variation de l'ouverture hydraulique) dans l'Eq. (3.26) (couplage de Mécanique à Hydraulique) sont seulement pris en considération pour le cas du couplage fort. Ainsi, dans le cas du couplage faible, la conductivité de la fracture est constante, le problème hydraulique est indépendant du problème mécanique et peut être séparément résolu.

3.3.4 Simulations numériques

Les simulations numériques se basent sur des équations constitutives présentées dans les [Section 3.3.1](#), [Section 3.3.2](#) et [Section 3.3.3](#) pour l'écoulement et la déformation mécanique dans des matériaux poreux fracturés.

Un domaine carré de taille 10m×10m est considéré dans lequel une fracture de 3m de longueur est employé afin de représenter la configuration d'un corps fracturé dans les [Figure 3-9](#) et [Figure 3-10](#). Des éléments triangulaires linéaires sont utilisés pour mailler la matrice tandis que des éléments à 4 nœuds sans épaisseur sont employés pour des fractures. Le maillage est raffiné à la pointe de la fracture pour une bonne estimation du facteur d'intensité de contraintes (voir [Figure 3-11b](#)). Aucun chargement mécanique n'est appliqué sur le corps. Des conditions aux limites hydraulique et mécanique sont celles spécifiées dans les Eqs. (3.30) et (3.31). Des paramètres de matériaux seront variés afin de réaliser des études paramétriques autour de quelques valeurs typiques dans le [Tableau 3-4](#). Ces valeurs proviennent de l'aquifère carbonaté du Dogger dans le Bassin de Paris situé entre 1550m et 1700m de profondeur.

Une pression de fluide constante p_0 ou bien un débit constant q_0 est imposé au point d'entrée de la fracture tandis qu'une pression nulle est imposée sur le bord droit du domaine représentant la condition de pression à l'infini. Aucune autre condition n'est imposée sur les deux bords supérieur et inférieur. Des résultats de simulations numériques pour ces deux cas sont analysés dans les sections suivantes.

Tableau 3-4 – Propriétés des matériaux provenant de l'aquifère du Dogger du Bassin de Paris utilisés pour les simulations numériques (adapté de [Seyedi et al., 2015](#))

Propriétés des matériaux	Valeurs	Unité
Matrice		
Module d'Young	24	GPa
Coefficient de Poisson	0.29	-
Porosité	0.15	-
Coefficient de Biot	0.74	-
Perméabilité intrinsèque	10^{-14}	m^2
Fluide		
Masse volumique	1000	kg/m^3
Viscosité dynamique	4.04×10^{-4}	Pa.s
Fracture		
Ouverture hydraulique	10^{-3}	m
Raideur	0	Pa

3.3.4.1 Injection à pression constante

Commençant de l'état initial de pression nulle, une pression constante $p_0 = 1$ MPa est appliquée au point d'entrée de la fracture, et un calcul transitoire est réalisé jusqu'à l'établissement d'un régime d'écoulement stationnaire. Deux calculs sont effectués en utilisant les deux méthodes de couplage présentées précédemment (couplage Hydraulique \rightarrow Mécanique et couplage Hydraulique \leftrightarrow Mécanique).

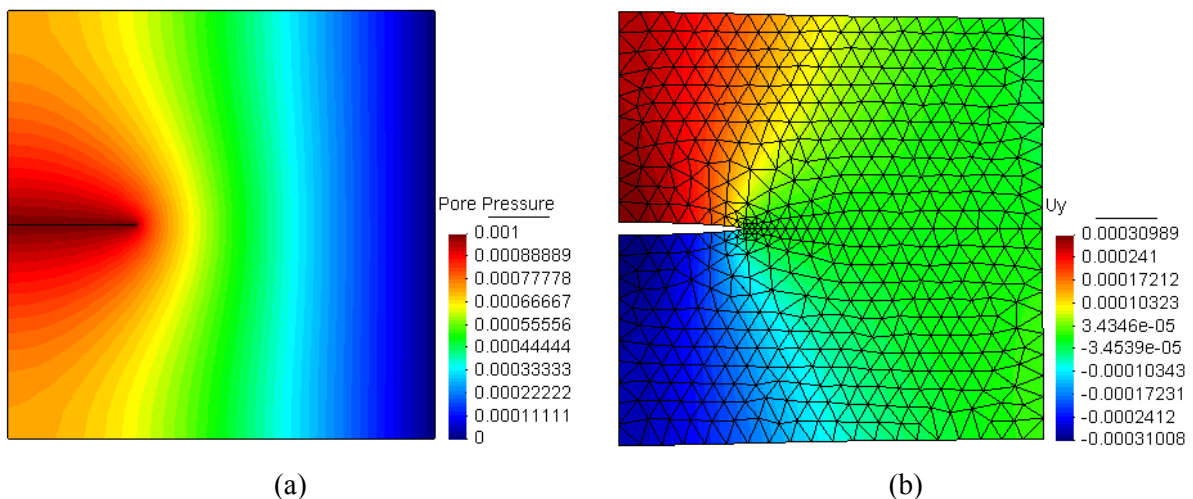


Figure 3-12 – (a) Champ de pression interstitielle, (b) Forme de la déformée d'une matrice fracturée sous des conditions d'injection de fluide. L'unité de pression est en GPa et l'unité du déplacement est en m.

Les [Figure 3-12a](#) et [Figure 3-12b](#) présentent respectivement le champ de pression interstitielle et la déformée d'une matrice fracturée due à l'injection d'un fluide à pression

constante à l'état d'écoulement stationnaire. En raison des conditions aux limites et celles de chargement, les champs de déplacement et de pression interstitielle sont strictement symétriques par rapport à la ligne de la fracture. Le champ de déplacement dans la fracture ou bien son ouverture est en forme elliptique, ce qui est en bon accord avec la solution théorique pour le cas d'une fracture soumise à une pression interne constante sur ses deux lèvres.

La Figure 3-13 présente l'évolution du champ de pression interstitielle dans la matrice poreuse ainsi que dans la fracture en fonction du temps. Le profil de ce champ de pression dans la fracture et sur sa continuité dans la matrice est présentée sur la Figure 3-14 pour différents temps et pour les deux cas de couplage : la Figure 3-14a pour le couplage dit faible Hydraulique \rightarrow Mécanique et la Figure 3-14b pour le couplage fort Hydraulique \leftrightarrow Mécanique. On peut observer que pour les deux cas, la tendance générale est identique : la pression augmente plus rapidement dans la fracture (3 m sur la gauche de deux figures) et atteint sa valeur limite de 1 MPa partout dans la fracture, l'augmentation de la pression dans la matrice est plus lente. Après un temps suffisamment long, la pression se stabilise et le régime d'écoulement stationnaire est atteint. Il est intéressant de noter que pour le cas de couplage Hydraulique \leftrightarrow Mécanique, l'ouverture de la fracture évolue en fonction du temps entraînant l'augmentation de la conductivité de la fracture. Cette augmentation favorise l'écoulement du fluide dans la fracture par rapport au cas de couplage Hydraulique \rightarrow Mécanique dans lequel l'épaisseur de la fracture est supposée constante. Or, pour le cas de couplage complet Hydraulique \leftrightarrow Mécanique, des itérations mécaniques se font alternativement avec celles hydrauliques, et sont plus coûteux en termes de temps de calcul.

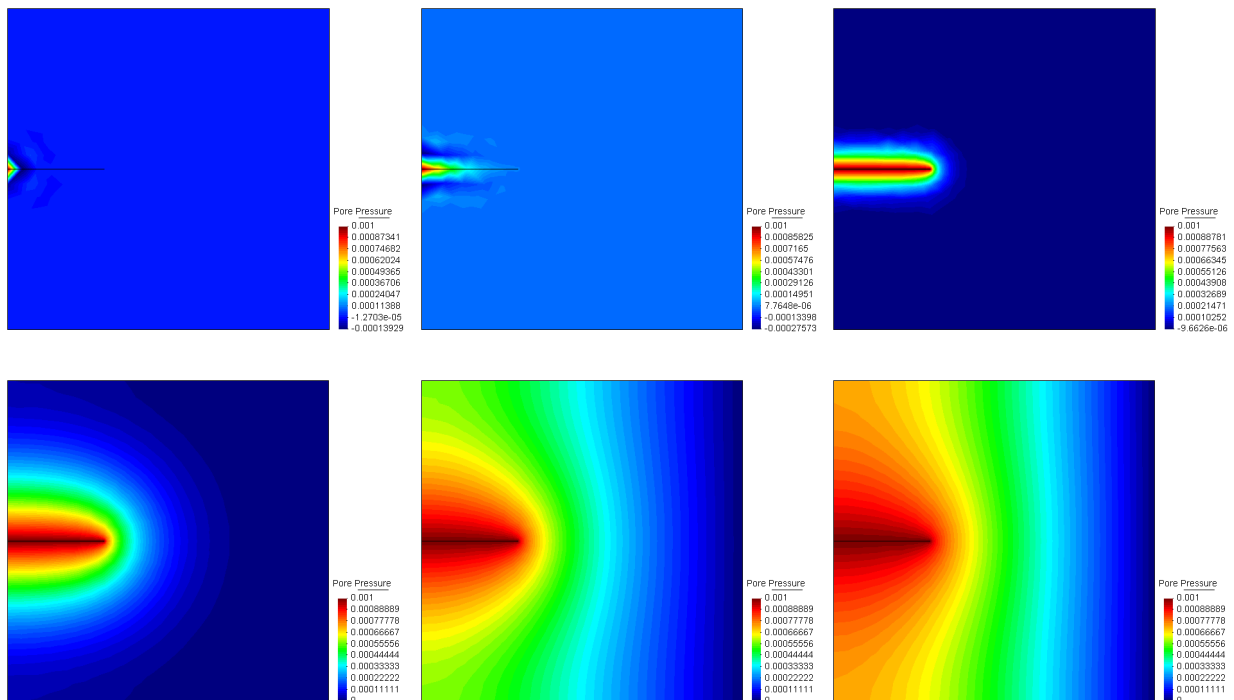
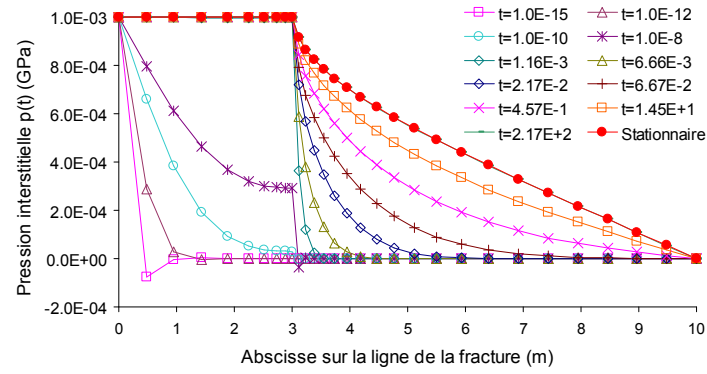
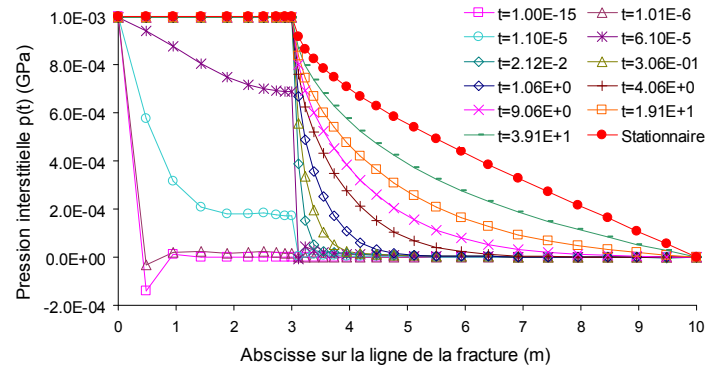


Figure 3-13 – Evolution temporelle du champ de pression interstitielle dans la matrice et fracture



(a)



(b)

Figure 3-14 – Evolution transitoire de la pression interstitielle sur la ligne de la fracture lors de l'injection d'une pression constante pour deux cas: (a) couplage faible Hydraulique \rightarrow Mécanique et (b) couplage fort Hydraulique \leftrightarrow Mécanique. L'unité de temps est en seconde.

Les résultats de la pression interstitielle sont introduits dans le modèle mécanique afin d'évaluer les champs de contraintes et de déplacements. L'évolution transitoire du profil de déplacement normal des deux lèvres de la fracture, calculée pour le cas du couplage Hydraulique \leftrightarrow Mécanique, est présentée dans la Figure 3-15. On peut observer que le profil de déplacement évolue avec le temps pour atteindre sa limite à l'état stationnaire.

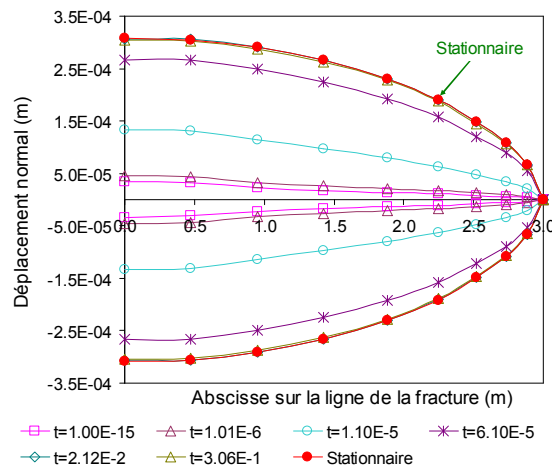


Figure 3-15 – Evolution transitoire du profil de déplacement normal des deux lèvres de la fracture pour le cas du couplage Hydraulique \leftrightarrow Mécanique. L'unité de temps est en seconde (s).

Le facteur d'intensité de contraintes K_I à la pointe de la fracture est déduit de l'analyse du champ de déplacement autour de cette pointe en utilisant la formule suivante (Lemaître et Chaboche, 2004) :

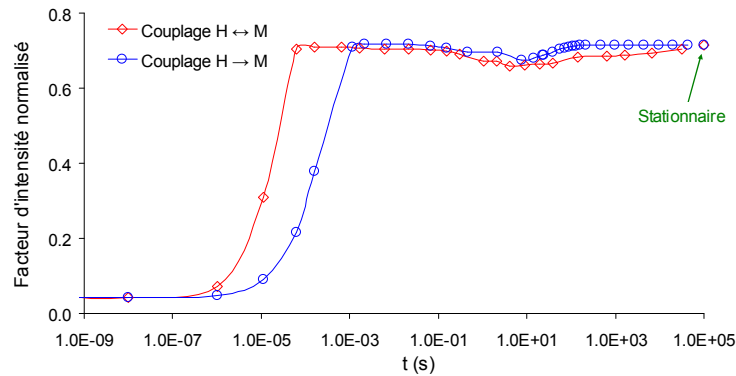
$$K_I = \frac{E\sqrt{2\pi}}{8\delta} \lim_{d \rightarrow 0} \frac{\llbracket u_y(d) \rrbracket}{\sqrt{d}} \quad (3.32)$$

où $\llbracket u_y(d) \rrbracket$ représente la discontinuité du déplacement normal de la fracture u_y à une distance d depuis la position de la pointe de la fracture. $\delta = 1$ pour le cas de contrainte plane, et $\delta = 1 - \nu^2$ pour le cas de déformation plane et le cas axisymétrique. Les facteurs d'intensité de contraintes sont normalisés par une valeur de référence K_I^0 qui désigne le facteur d'intensité de contraintes due à une pression constante $p_0 = 1$ appliquée dans la fracture dans un corps solide élastique fini (non poreux). L'expression de K_I^0 s'écrit (Broek, 1982) :

$$K_I^0 = \alpha p_0 \sqrt{\pi L} \quad (3.33)$$

où L est la moitié de la longueur de la fracture, α est le facteur de correction géométrique qui dépend du rapport entre la moitié de la longueur de la fracture et la taille du domaine.

L'évolution transitoire du facteur d'intensité de contraintes normalisé, K_I/K_I^0 , est présentée dans la Figure 3-16. Pour tous les deux cas de couplage, les résultats montrent que K_I/K_I^0 augmente pendant l'injection et atteint sa valeur maximale à l'état stationnaire. Ceci est dû au fait que la valeur maximale de la pression dans la fracture, qui est plus petite mais proche de la pression d'injection p_0 , est atteint à l'état stationnaire. En plus, le facteur d'intensité de contraintes normalisé dans un milieu poreux est toujours inférieur à l'unité. Ceci est dû au gonflement de la matrice poreuse suite à l'augmentation de la pression du fluide, ce qui tend à fermer la fracture et donc à réduire le facteur d'intensité de contraintes par rapport au cas d'un solide non-poreux supposé pour le calcul de la valeur de référence.



(a)

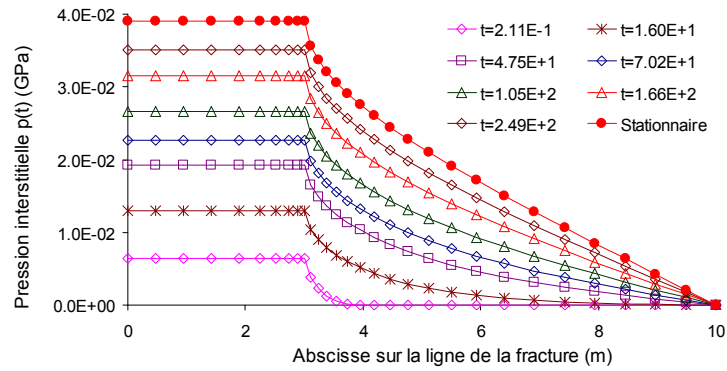
Figure 3-16 – Evolution du facteur d'intensité de contraintes normalisé dans le cas d'injection d'une pression de fluide constante. L'unité de temps est en seconde (s).

La différence entre les deux cas de couplage semble affecter, au moins pour cet exemple d'une géométrie simple, seulement les aspects temporels, le temps après lequel une valeur donnée du facteur d'intensité de contrainte est atteinte, et non pas les valeurs maximales obtenues pour le régime d'écoulement stationnaire. Il est intéressant de noter qu'à l'état stationnaire $b \partial \varepsilon_v / \partial t = 0$ et ainsi les deux cas de couplage donnent exactement les mêmes résultats du facteur d'intensité de contraintes.

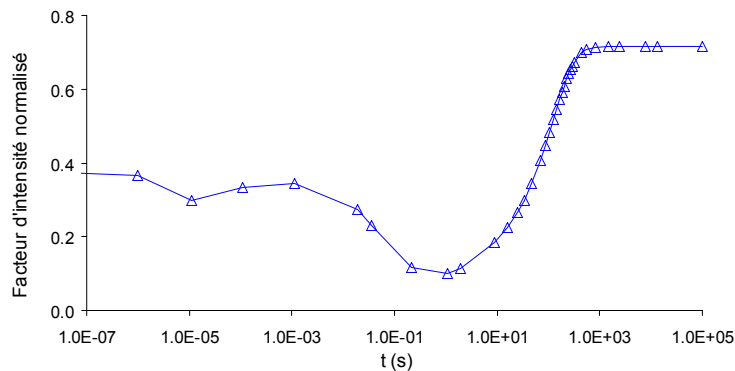
3.3.4.2 Injection à débit constant

Dans cette section, le fluide est injecté dans la fracture avec un débit constant q_0 . Les paramètres et les conditions aux limites sont identiques à ceux du cas d'injection de fluide à pression constante. La Figure 3-17a présente le profile de la pression interstitielle dans la matrice et dans la fracture à différents temps. Il est à noter que le champ de pression interstitielle évolue progressivement afin d'atteindre sa valeur maximale à l'état stationnaire.

En poursuivant la même procédure que dans la section précédente, l'évolution temporelle du facteur d'intensité de contraintes normalisé K_I / K_I^0 est présentée dans la Figure 3-17b. Le facteur d'intensité de contraintes atteint toujours sa valeur maximale à l'état stationnaire final mais son évolution est plus complexe par rapport au cas d'injection de pression constante.



(a)



(b)

Figure 3-17 – (a) Evolution temporelle de la pression interstitielle sur la ligne de la fracture et sa continuité dans la matrice poreuse entourée, (b) Evolution du facteur d'intensité de contraintes normalisé lors de l'injection de fluide à débit constant.

Quelques simulations avec différentes valeurs de paramètres montrent les mêmes tendances (voir les [Figure 3-18a](#) et [Figure 3-18b](#)) : une augmentation monotone du facteur d'intensité de contrainte pour l'injection d'une pression constante, et une tendance non-monotone avec une phase descendante avant la phase ascendante finale pour le cas d'injection d'un débit constant.

Cette tendance non-monotone est probablement le résultat de deux phénomènes concurrents avec différentes cinématiques et effets opposés sur le facteur d'intensité de contraintes : (i) la diffusion relativement rapide du fluide dans la fracture qui tend à ouvrir la fracture et donc augmenter le facteur d'intensité de contraintes, et (ii) la diffusion lente du fluide dans la matrice poreuse environnante qui provoque un gonflement de cette matrice et ainsi diminuer le facteur d'intensité de contraintes.

3.3.4.3 Etude paramétrique de l'influence de la conductivité de la fracture sur le facteur d'intensité de contraintes

Une étude paramétrique de l'influence de la conductivité de la fracture sur le facteur d'intensité de contraintes est réalisée. Les [Figure 3-18a](#) et [Figure 3-18b](#) présentent des résultats obtenus respectivement pour les cas d'injection de fluide à pression constante et à débit constant avec une gamme large de la variation de la conductivité de la fracture (i.e. variation de l'ouverture hydraulique de la fracture). Dans cette étude paramétrique, la perméabilité de la matrice poreuse et la longueur de la fracture sont maintenues constantes, égales aux valeurs utilisées dans les [Section 3.3.4.1](#) et [Section 3.3.4.2](#). Par conséquent, les résultats sont présentés pour différentes valeurs du rapport η/η_0 , où $\eta = c/kL$ et η_0 est la valeur utilisée dans les sections précédentes.

Comme mentionné ci-dessus, la variation du facteur d'intensité de contraintes est monotone et croissante pour le cas d'injection d'une pression constante et est plus complexe pour le cas d'injection d'un débit constant mais toujours atteint sa valeur maximale à l'état d'écoulement stationnaire final.

Ce résultat est valable pour toutes les valeurs de η variant dans une gamme très large de 6 ordres de grandeur. Cela semble suffisant pour admettre que ce résultat reste valable pour des valeurs réelles de la conductivité de fractures pouvant être rencontrées dans les roches réservoirs.

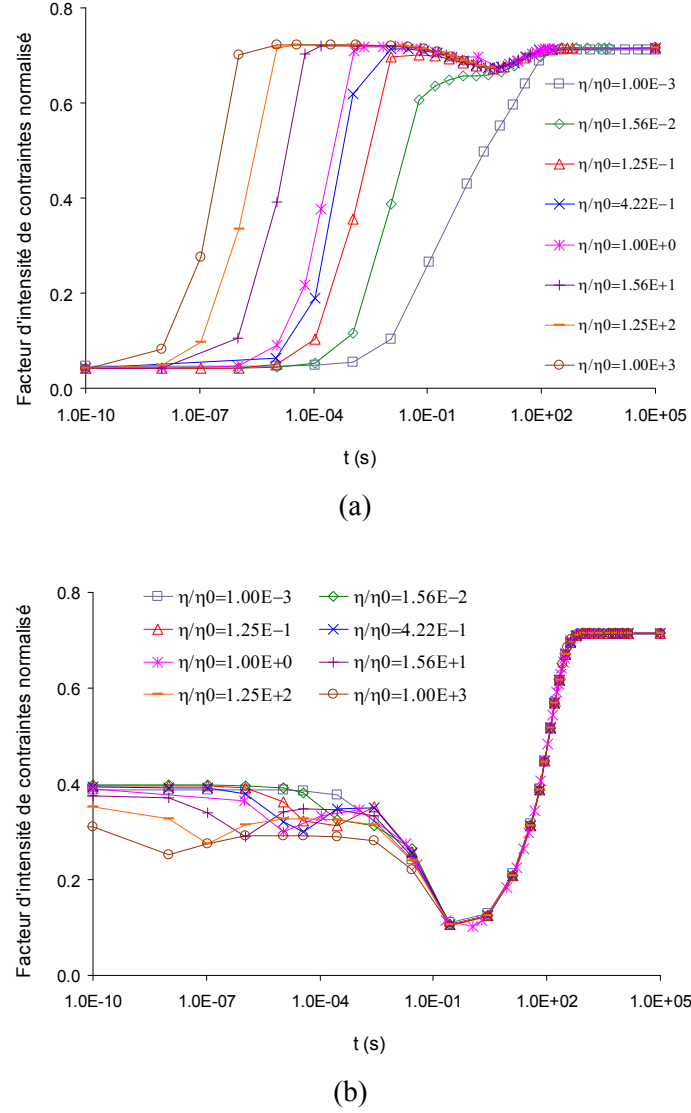


Figure 3-18 – Evolution du facteur d'intensité de contraintes normalisé pour (a) le cas d'injection de fluide à pression constante, et (b) le cas d'injection de fluide à débit constant. Le facteur d'intensité de contraintes est normalisé à la valeur donnée dans l'Eq. (3.33) et η/η_0 , où $\eta = c/kL$ et η_0 est obtenu en utilisant des propriétés des matériaux dans les [Section 3.3.4.1](#) et [Section 3.3.4.2](#).

3.3.4.4 Cas de fractures multiples avec intersections

Dans cette section, un exemple illustratif avec un massif contenant plusieurs fractures intersectées a été réalisé. Une pression constante est injectée à l'entrée d'une fracture coupant le bord gauche tandis qu'une pression nulle est appliquée sur le bord droit afin de modéliser des conditions à l'infini. Autres conditions aux limites ainsi que des propriétés des matériaux sont identiques à celles utilisées dans la [Section 3.3.4](#).

Les [Figure 3-19a1,b1,c1,d1](#) et [Figure 3-19a2,b2,c2,d2](#) présentent respectivement l'évolution du champ de pression interstitielle et la déformée du massif fracturé à différents instants jusqu'à l'établissement d'un régime d'écoulement stationnaire. Le fluide s'écoule tout d'abord et plus facilement dans la fracture et puis se diffuse dans la matrice poreuse.

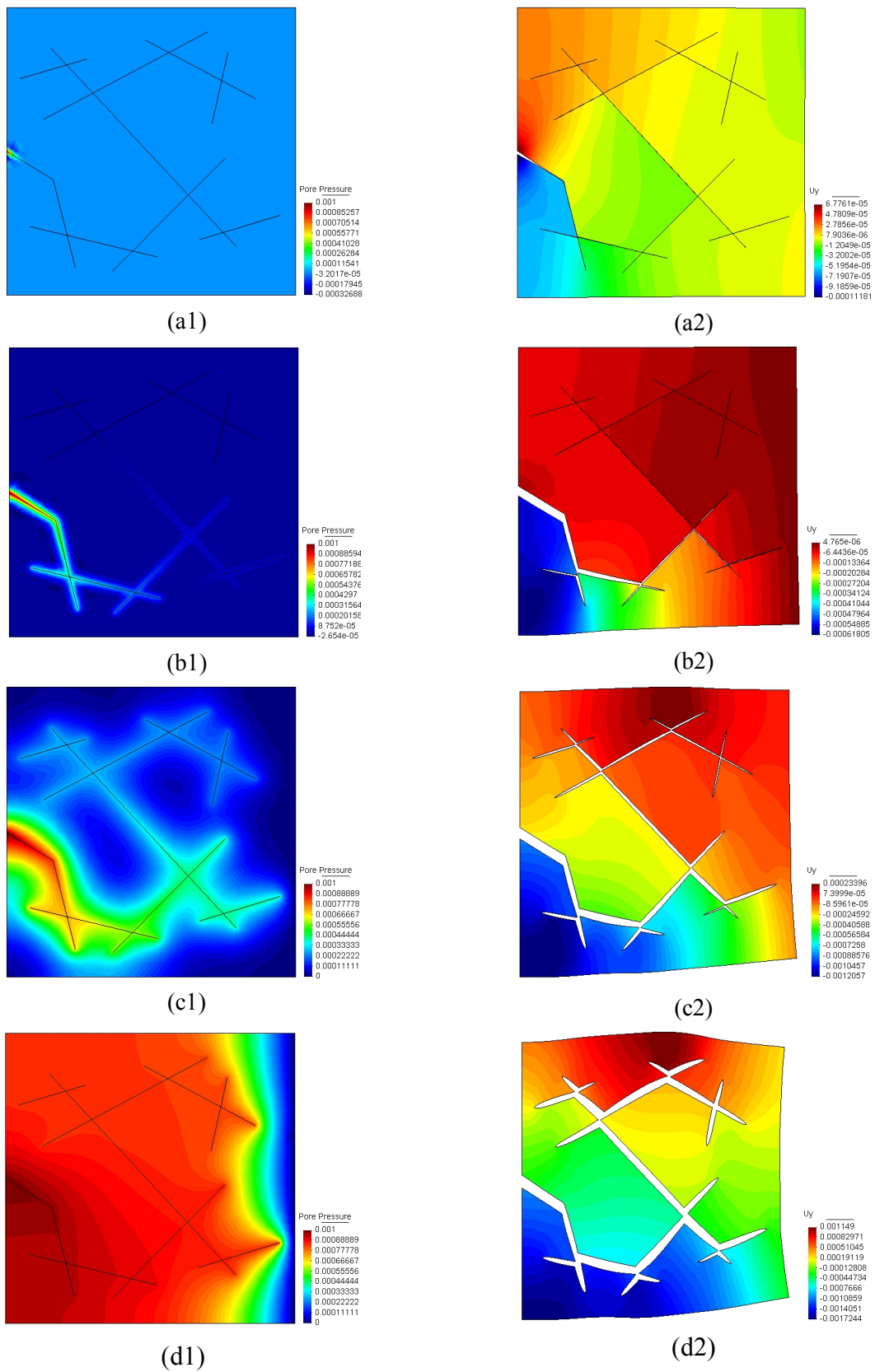


Figure 3-19 – Evolution du champ de pression interstitielle (a1,b1,c1,d1) et de la déformée (a2,b2,c2,d2) dans un massif fracturé à différents instants jusqu'à quand le régime d'écoulement stationnaire s'établit.

3.3.5 Solutions semi-analytiques pour le calcul des facteurs d'intensité de contraintes en régime stationnaire

Dans cette section, de nombreuses simulations ont été réalisées pour les configurations plane et axisymétrique ainsi que pour les cas d'injection de fluide à pression constante et à débit constant. L'ajustement de courbes accompagné des analyses théoriques ont permis de dériver des solutions semi-analytiques pour le calcul des facteurs d'intensité de contraintes. Deux exemples d'application d'injection de fluide utilisant des solutions semi-analytiques sont enfin présentés.

3.3.5.1 Configurations planes

Dans cette section, l'écoulement en régime stationnaire est étudié. Ainsi, les champs de pression, contraintes et déplacements sont indépendants du temps. En plus, en raison de simplification, la conductivité de la fracture c_f est supposée constante sur toute la longueur de la fracture. Le problème hydraulique dans l'Eq. (3.31) devient indépendant du problème mécanique et ces deux problèmes peuvent être séparément résolus. Des variables adimensionnelles suivantes sont introduites :

$$X = x/L, \quad Y = y/L, \quad \eta = c/kL, \quad Q_0 = q_0L/c \quad (3.34)$$

avec la notation $\underline{X} = (X, Y)$. Les équations adimensionnelles pour le problème hydraulique stationnaire avec deux cas d'injection s'écrivent donc :

$$\begin{aligned} \forall \underline{X} \in \Omega; \quad \Delta p(X, Y) &= 0 \\ \forall X \in [0, 1]; \quad \eta \partial_X p(X, 0) + \llbracket \partial_Y p(X, 0) \rrbracket &= 0 \\ \forall Y \neq 0; \quad \partial_X p(0, Y) &= 0, \quad \lim_{\|\underline{X}\| \rightarrow \infty} p(X, Y) = 0 \\ (a) \quad p(0, 0) &= p_0, \quad (b) \quad -\partial_X p(0, 0) = Q_0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

La solution de ce problème dépend d'un paramètre adimensionnel η et est une fonction linéaire des conditions aux limites p_0 ou bien Q_0 . La solution du cas (a) peut être écrite :

$$\text{Cas (a):} \quad p(\eta, X, Y) = p_0 \Phi(\eta, X, Y) \quad (3.36)$$

La solution pour le cas (b) peut être déduit en utilisant la même fonction $\Phi(\eta, X, Y)$. En réalité, si la fonction $\Phi(\eta, X, Y)$ est connue, puis en calculant $\partial_X p(\eta, 0, 0) = p_0 \partial_X \Phi(\eta, 0, 0)$ et en mettant cette quantité égale à $-Q_0$, la solution pour le cas (b) est obtenue sous la forme:

$$\text{Cas (b):} \quad p(\eta, X, Y) = -[Q_0 / \partial_X \Phi(\eta, 0, 0)] \Phi(\eta, X, Y) \quad (3.37)$$

La solution du champ de pression dans les deux cas (a) and (b) peut être connue si la fonction Φ est déterminée.

Puis, il est à noter que la solution du champ de déplacement \underline{u} de l'Eq. (3.30) peut être décomposée en deux parties $\underline{u}^{(1)}$ et $\underline{u}^{(2)}$, celles qui sont les solutions de deux systèmes des équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall \underline{x} \in \Omega; \quad C_{ijkl} \partial_{jk} u_l^{(1)}(\underline{x}) = 0 \\ \forall \underline{x} \in \partial_f \Omega; \quad n_j C_{ijkl} \partial_k u_l^{(1)}(\underline{x}) = -(1-b)p(\underline{x}) n_i \\ \forall \underline{x} \in \partial_u \Omega; \quad u_x^{(1)}(\underline{x}) = 0 \\ \lim_{\|\underline{x}\| \rightarrow \infty} \underline{u}^{(1)}(\underline{x}) = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \forall \underline{x} \in \Omega; \quad C_{ijkl} \partial_{jk} u_l^{(2)}(\underline{x}) = b \partial_i p(\underline{x}) \\ \forall \underline{x} \in \partial_f \Omega; \quad n_j C_{ijkl} \partial_k u_l^{(2)}(\underline{x}) = 0 \\ \forall \underline{x} \in \partial_u \Omega; \quad u_x^{(2)}(\underline{x}) = 0 \\ \lim_{\|\underline{x}\| \rightarrow \infty} \underline{u}^{(2)}(\underline{x}) = 0 \end{array} \right. \quad (3.38)$$

La fonction $\underline{u} = \underline{u}^{(1)} + \underline{u}^{(2)}$ vérifie l'Eq. (3.30). Le facteur d'intensité de contraintes est une fonction linéaire de \underline{u} , et est également la somme des deux contributions de $\underline{u}^{(1)}$ et $\underline{u}^{(2)}$, notées respectivement $K_I^{(1)}$ et $K_I^{(2)}$. D'où :

$$K_I = K_I^{(1)} + K_I^{(2)} \quad (3.39)$$

Les deux contributions $K_I^{(1)}$ et $K_I^{(2)}$ au facteur d'intensité de contraintes global expriment les effets de deux phénomènes différents. Le champ de déplacement $\underline{u}^{(1)}$ et le facteur d'intensité de contraintes correspondant $K_I^{(1)}$ résultent de l'application d'une force extérieure sur les lèvres de la fracture dans un solide élastique. L'aspect poreux de la matrice n'a aucun effet à l'exception que la force appliquée sur les lèvres de la fracture ne soit pas p mais $(1-b)p$. Le champ de déplacement $\underline{u}^{(2)}$ et le facteur d'intensité de contraintes correspondant $K_I^{(2)}$ résultent de la pression interstitielle dans la matrice poreuse en l'absence de toute force extérieure. Cette contribution peut être mieux comprise en comparant avec les effets de retrait dans les sols non-saturés entraînant des fractures. Dans ce cas, il n'y a aucune force extérieure dans les fractures, mais la succion dans le sol poreux autour de la fracture induit la déformation de retrait (i.e. effet de traction dans la fracture) et génère donc un facteur d'intensité de contraintes, ce qui tend à propager des fractures. La différence avec le champ de déplacement $\underline{u}^{(2)}$ est que la pression interstitielle a l'effet opposé d'une succion (celle qui est comprise comme une pression négative selon la convention de signe de la mécanique des sols), et la partie $K_I^{(2)}$ résultant de l'injection de fluide dans la fracture a des valeurs négatives et empêche la propagation de fracture.

Notons que les équations adimensionnelles suivantes seront utilisées dans cette section :

$$\tilde{\partial}_i(.) = \partial(.) / \partial X_i = L \partial(.) / \partial x_i = L \partial_i(.), \quad U = u/L \quad (3.40)$$

Pour l'élasticité linéaire avec le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν reliés aux coefficients de Lamé λ et G^* , et en utilisant des notations adimensionnelles (3.40), les composantes de l'Eq. (3.38) peuvent être écrites :

$$\begin{aligned}
 C_{ijkl} \partial_{jk} u_l^{(1)}(\underline{x}) &= \partial_j \left[C_{ijkl} \partial_k u_l^{(1)}(\underline{x}) \right] = \partial_j \left[\lambda (\partial_k u_k) \delta_{ij} + G (\partial_i u_j + \partial_j u_i) \right] (\underline{x}) \\
 &= \frac{E}{(1+\nu)} \left[\frac{\nu}{(1-2\nu)} (\partial_j \partial_k u_k) \delta_{ij} + \frac{1}{2} (\partial_i \partial_j u_j + \partial_{jj} u_i) \right] (\underline{x}) \\
 &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left[\frac{1}{(1-2\nu)} (\partial_i \partial_k u_k) + \partial_{kk} u_i \right] (\underline{x}) \\
 &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left[\frac{1}{(1-2\nu)} \left(\frac{\tilde{\partial}_i}{L} \frac{\tilde{\partial}_k}{L} L U_k \right) + \frac{\tilde{\partial}_k}{L} \frac{\tilde{\partial}_k}{L} L U_i \right] (L \underline{X}) \\
 &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left[\frac{1}{(1-2\nu)} (\tilde{\partial}_i \tilde{\partial}_k U_k) + \tilde{\partial}_{kk} U_i \right] (\underline{X})
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

et:

$$\begin{aligned}
 n_j C_{ijkl} \partial_k u_l^{(1)}(\underline{x}) &= n_j \left[\lambda (\partial_k u_k) \delta_{ij} + G^* (\partial_i u_j + \partial_j u_i) \right] (\underline{x}) \\
 &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left[\frac{2\nu}{(1-2\nu)} (\partial_k u_k) \delta_{ij} + (\partial_i u_j + \partial_j u_i) \right] (\underline{x}) n_j \\
 &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left[\frac{2\nu}{(1-2\nu)} \left(\frac{\tilde{\partial}_k}{L} L U_k \right) + \left(\frac{\tilde{\partial}_i}{L} L U_j + \frac{\tilde{\partial}_j}{L} L U_i \right) \right] (L \underline{X}) n_j \\
 &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left[\frac{2\nu}{(1-2\nu)} (\tilde{\partial}_k U_k) + (\tilde{\partial}_i U_j + \tilde{\partial}_j U_i) \right] (L \underline{X}) n_j
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

$$-(1-b)p(\underline{x}) n_i = -(1-b)p(L \underline{X}) n_i = -(1-b)p(L \underline{X}) n_i \tag{3.43}$$

$$b \partial_i p(\underline{x}) = b \frac{\tilde{\partial}_i}{L} p(L \underline{X}) = b \tilde{\partial}_i p(\underline{X}) \tag{3.44}$$

$$u_x^{(1)}(\underline{x}) = 0 \Leftrightarrow L U_X^{(1)}(L \underline{X}) = 0 \Leftrightarrow U_X^{(1)}(\underline{X}) = 0 \tag{3.45}$$

En introduisant les composantes (3.41), (3.42), (3.43), (3.44), et (3.45) dans l'Eq. (3.38), deux systèmes d'équations suivants sont obtenus :

$$\begin{aligned}
 \forall \underline{X} \in \Omega; \quad & \frac{1}{1-2\nu} \tilde{\partial}_{ik} U_k^{(1)} + \tilde{\partial}_{kk} U_i^{(1)} = 0 \\
 \forall \underline{X} \in \partial_f \Omega; \quad & \frac{1}{2(1+\nu)} \left(\frac{2\nu}{1-2\nu} \tilde{\partial}_k U_k^{(1)} + \tilde{\partial}_i U_j^{(1)} + \tilde{\partial}_j U_i^{(1)} \right) n_j = -\frac{1-b}{E} p(\eta, \underline{X}) n_i \\
 \forall \underline{X} = (0, Y); \quad & U_X^{(1)}(\underline{X}) = 0, \quad \lim_{\|\underline{x}\| \rightarrow \infty} U^{(1)}(\underline{X}) = 0
 \end{aligned} \tag{3.46}$$

et :

$$\begin{aligned}
 \forall \underline{X} \in \Omega; \quad & \frac{1}{2(1+\nu)} \left(\frac{1}{1-2\nu} \tilde{\partial}_{ik} U_k^{(2)} + \tilde{\partial}_{kk} U_i^{(2)} \right) = \frac{b}{E} \tilde{\partial}_i p(\eta, \underline{X}) \\
 \forall \underline{X} \in \partial_f \Omega; \quad & \left(\frac{2\nu}{1-2\nu} \tilde{\partial}_k U_k^{(2)} + (\tilde{\partial}_i U_j^{(2)} + \tilde{\partial}_j U_i^{(2)}) \right) n_j = 0 \\
 \forall \underline{X} = (0, Y); \quad & U_X^{(2)}(\underline{X}) = 0, \quad \lim_{\|\underline{X}\| \rightarrow \infty} \underline{U}^{(2)}(\underline{X}) = 0
 \end{aligned} \tag{3.47}$$

On déduit de ces équations que le champ de déplacement $U^{(1)}$ dépend de (η, ν, E) . En raison de la linéarité des équations, le champ $U^{(1)}$ est proportionnel à $(1-b)/E$ et également à p_0 ou bien Q_0 , dépendant de la condition d'injection. De façon similaire, $U^{(2)}$ dépend de (η, ν, E, b) et est proportionnel à b/E et à p_0 ou bien Q_0 . Dans ce qui suit des conditions d'injection du cas (a) correspondant à l'injection d'une pression constante p_0 sont considérées. L'analyse de ces équations permet d'écrire la solution sous la forme suivante :

$$\underline{U}^{(1)} = \frac{(1-b)p_0}{E} \underline{W}^{(1)}(\nu, \eta, \underline{X}), \quad \underline{U}^{(2)} = \frac{bp_0}{E} \underline{W}^{(2)}(\nu, \eta, \underline{X}) \tag{3.48}$$

où les fonctions $\underline{W}^{(1)}$ et $\underline{W}^{(2)}$ de la position \underline{X} dépend seulement des paramètres adimensionnels ν et η . En introduisant des variables adimensionnelles $\underline{U} = \underline{U}^{(1)} + \underline{U}^{(2)}$ et $D = d/L$ dans l'Eq. (3.32), l'expression du facteur d'intensité de contraintes s'obtient :

$$K_I = \frac{E\sqrt{2\pi}}{8\delta} \sqrt{L} \lim_{D \rightarrow 0} \frac{\llbracket U_Y(D) \rrbracket}{\sqrt{D}} \tag{3.49}$$

Pourtant, selon les expressions précédentes de $U^{(1)}$ et $U^{(2)}$ dans l'Eq. (3.48), des expressions suivantes peuvent s'écrire :

$$\frac{\sqrt{2\pi}}{8\delta} \times \lim_{D \rightarrow 0} \frac{\llbracket U_Y^{(1)}(D) \rrbracket}{\sqrt{D}} = \frac{(1-b)p_0}{E} \Psi_1(\nu, \eta) \tag{3.50}$$

$$\frac{\sqrt{2\pi}}{8\delta} \times \lim_{D \rightarrow 0} \frac{\llbracket U_Y^{(2)}(D) \rrbracket}{\sqrt{D}} = \frac{bp_0}{E} \Psi_2(\nu, \eta) \tag{3.51}$$

En tenant compte des Eqs. (3.50) et (3.51), l'expression générale du facteur d'intensité de contraintes dans l'Eq. (3.49) devient :

$$K_I = p_0 \sqrt{L} [(1-b)\Psi_1(\nu, \eta) + b\Psi_2(\nu, \eta)] \tag{3.52}$$

Il convient de noter que le facteur K_I est indépendant du module d'Young E et est une fonction affine du coefficient de Biot b . Les fonctions $\Psi_1(\nu, \eta)$ et $\Psi_2(\nu, \eta)$ sont numériquement calculées et une expression approximative pour ces fonctions est déterminée par ajustement de courbe. Pour chercher l'expression de l'ajustement de courbe $\Psi_1(\nu, \eta)$, il

est important de prendre en considération le fait que la limite de cette fonction pour $\eta \rightarrow \infty$ est analytiquement connue. Dans ce cas, la pression dans la fracture est constante et égale à p_0 . Les formules du facteur d'intensité de contrainte déduites de la théorie de la mécanique linéaire de la rupture (Kanninen et Popelar, 1985 ; Broek, 1982 ; Tada et al., 2000) donne $K_I = p_0 \sqrt{\pi L}$ avec $b = 0$, et puis selon l'Eq. (3.52) :

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} \Psi_1(v, \eta) = \sqrt{\pi} \quad (3.53)$$

Cette expression est valable pour les deux conditions : contrainte et déformation plane.

Pour déterminer numériquement les deux fonctions $\Psi_1(v, \eta)$ et $\Psi_2(v, \eta)$, un domaine carré de taille 10×10 (de longueurs adimensionnelles) contenant une fracture d'unité de longueur est modélisé. Toutes les conditions aux limites hydrauliques et mécaniques sont reproduites comme celles présentées dans la Figure 3-11. La matrice est supposée poroélastique linéaire et isotrope avec $E = 1$, $b = 1$, $k = 1$. La fracture a une conductivité $c = \eta$, celle qui est variée dans une gamme large. Les résultats pour le cas d'injection d'une pression constante $p_0 = 1$ sont présentés dans les Figure 3-20 and Figure 3-21.

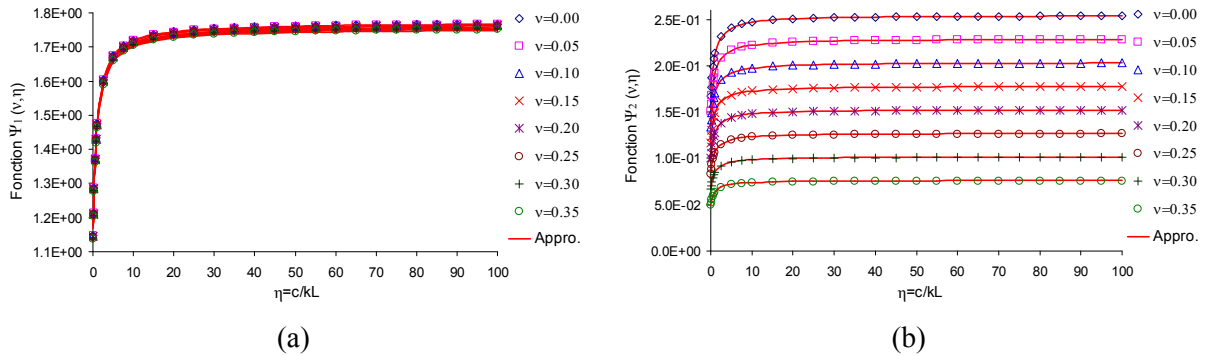


Figure 3-20 – Evolution des fonctions (a) Ψ_1 et (b) Ψ_2 dépendant des deux coefficients v et η dans la configuration de contrainte plane.

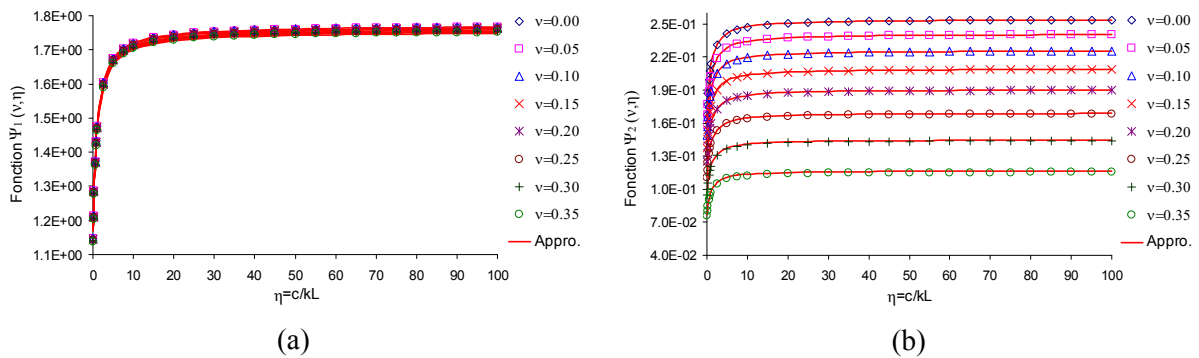


Figure 3-21 – Evolution des fonctions (a) Ψ_1 et (b) Ψ_2 dépendant des deux coefficients v et η dans la configuration de déformation plane.

Les résultats numériques sont utilisés afin de construire des expressions approximatives pour $\Psi_1(v, \eta)$ et $\Psi_2(v, \eta)$ par ajustement de courbe. Les solutions approximatives déterminées pour ces deux fonctions par ajustement de courbe pour les cas de contrainte plane et déformation plane sont donnés dans les expressions suivantes :

$$\Psi_1(\eta, v) = \frac{\sqrt{\pi}}{3} \frac{2+3\eta}{1+\eta} \quad (3.54)$$

$$\Psi_2(\eta, v) = \frac{\sqrt{\pi}}{21} \frac{2+3\eta}{1+\eta} \zeta \quad (3.55)$$

où $\zeta = 1 - 2v$ en contrainte plane et $\zeta = (1 - 2v)/(1 - v)$ en déformation plane.

Une petite dépendance de v sur $\Psi_1(v, \eta)$ dans l'Eq. (3.54) a été trouvée (un facteur de $1 - 0.03v$), celle qui est négligée et également un facteur numérique 0.048 trouvé pour $\Psi_2(v, \eta)$ dans l'Eq. (3.55) a été simplifié à $1/21$. Il est à noter que l'expression (3.54) vérifie la condition (3.53). En plus, la même fonction de η est trouvée pour les deux fonctions $\Psi_1(v, \eta)$ et $\Psi_2(v, \eta)$ en contrainte plane et déformation plane.

Les Figure 3-20a et Figure 3-20b présentent des résultats numériques (symboles) pour les deux fonctions $\Psi_1(v, \eta)$ et $\Psi_2(v, \eta)$ dans le cas de contrainte plane et des prédictions par des expressions d'ajustement (lignes continues). Un bon accord est obtenu entre ces expressions approximatives et des résultats numériques.

De façon similaire, les Figure 3-21a et Figure 3-21b présentent des résultats pour $\Psi_1(v, \eta)$ et $\Psi_2(v, \eta)$ dans le cas de déformation plane. Les expressions approximatives sont en bon accord avec des résultats numériques.

3.3.5.2 Configurations axisymétriques

Le cas de symétrie axiale (i.e. axisymétrique) représente une fracture de forme d'un disque autour d'un puits de rayon r_0 depuis lequel le fluide est injecté dans le réservoir (Figure 3-22).

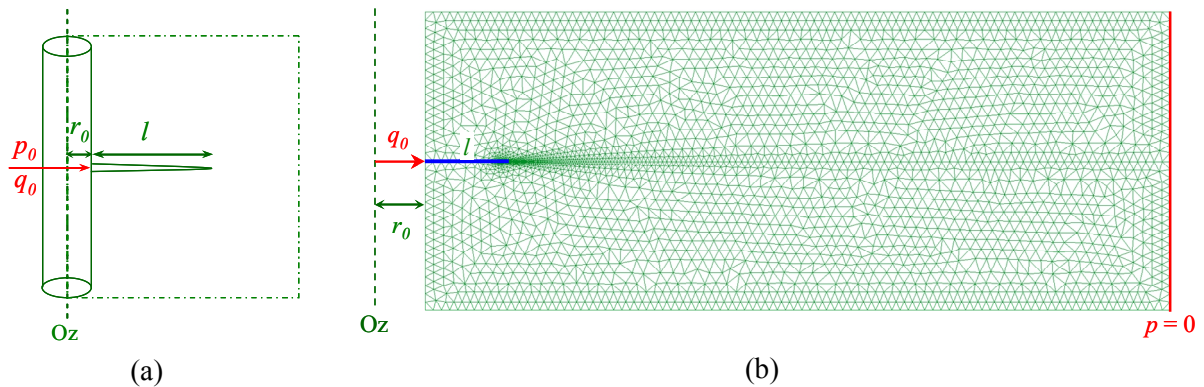


Figure 3-22 – (a) Géométrie du puits d'injection pour le cas axisymétrique, (b) Géométrie de l'injection d'un fluide à débit constant pour le cas axisymétrique.

Deux cas d'injection de fluide, (a) avec une pression constante p_0 ou bien (b) avec un débit d'injection constant q_0 sont considérés. Le système des équations pour le champ de pression $p(r, z)$ est le suivant :

$$\begin{aligned}
 \forall \underline{x} \in \Omega; \quad C_p \partial_t p &= k \Delta p - b \partial_t (\partial_i u_i) \\
 \forall \underline{x} \in \partial_f \Omega; \quad \frac{1}{r} \partial_r (cr \partial_r p) + k [\partial_z p] &= \partial_t [u_z] \\
 \forall z \neq 0; \quad \partial_r p(r_0, z) &= 0 \text{ and } \lim_{\|\underline{x}\| \rightarrow \infty} p(\underline{x}) = 0 \\
 (a) \quad p(r_0, 0) &= p_0, \quad (b) \quad -c \partial_r p(r_0, 0) = q_0
 \end{aligned} \tag{3.56}$$

Il est à noter que q_0 désigne le débit injecté dans la fracture sur l'unité de longueur de sa section avec le puits. La masse totale de fluide injecté dans la fracture est ainsi $M = 2\pi r_0 q_0$.

Pour le problème plan, la longueur de la fracture L est prise comme la longueur de référence. Or, pour le problème axisymétrique, il est plus approprié de prendre le rayon du puits d'injection r_0 comme la longueur de référence et de définir des variables adimensionnelles suivantes :

$$\begin{aligned}
 Z &= z/r_0, \quad R = r/r_0, \quad L^* = l/r_0 \\
 \eta^* &= c/kr_0, \quad Q_0 = q_0/k
 \end{aligned} \tag{3.57}$$

avec $\underline{X} = (R, Z)$. Les équations adimensionnelles pour le problème d'écoulement stationnaire avec deux cas d'injection s'écrivent:

$$\begin{aligned}
 \forall \underline{X} \in \Omega; \quad \Delta p(R, Z) &= 0 \\
 \forall R \in [1, 1+L^*]; \quad \eta^* \frac{1}{R} \partial_R [R \partial_R p(R, 0)] + [\partial_Z p(R, 0)] &= 0 \\
 \forall Z \neq 0; \quad \partial_R p(1, Z) &= 0, \quad \lim_{\|\underline{X}\| \rightarrow \infty} p(R, Z) = 0 \\
 (a) \quad p(1, 0) &= p_0, \quad (b) \quad \eta^* \partial_R p(1, 0) = -Q_0
 \end{aligned} \tag{3.58}$$

Différemment du problème plan, L^* représente la longueur adimensionnelle de la fracture. Il est à noter que la solution $p(R, Z)$ dépend seulement de deux paramètres η^* et L^* et est proportionnel à la pression imposée p_0 ou bien le débit imposé Q_0 . La solution pour le cas (a) s'écrit :

$$\text{Cas (a):} \quad p(p_0, \eta^*, L^*, R, Z) = p_0 \Phi(\eta^*, L^*, R, Z) \tag{3.59}$$

Si la solution $\Phi(\eta^*, L^*, R, Z)$ est connue puis en calculant $\partial_R p(1, 0) = p_0 \partial_R \Phi(\eta^*, L^*, 1, 0)$ et en mettant cette quantité égale à $-Q_0$, la solution pour le cas (b) peut être obtenue :

$$\text{Cas (b):} \quad p(Q_0, \eta^*, L^*, R, Z) = -[Q_0 / \partial_R \Phi(\eta^*, L^*, 1, 0)] \Phi(\eta^*, L^*, R, Z) \tag{3.60}$$

Ainsi la solution du champ de pression dans les deux cas (a) et (b) peuvent être connues si la fonction Φ est déterminée. Il est supposé que la fonction Φ , et donc le champ de pression p soit connue. La notation suivante est employée afin d'établir des équations adimensionnelles:

$$\underline{X} = \underline{x}/r_0, \quad \tilde{\partial}_i(\cdot) = \partial(\cdot)/X_i = r_0 \partial(\cdot)/x_i = r_0 \partial_i(\cdot), \quad \underline{U} = \underline{u}/r_0 \quad (3.61)$$

Pour l'élasticité linéaire et isotrope avec le coefficient de Poisson ν et en utilisant des notations adimensionnelles dans l'Eq. (3.61), l'Eq. (3.38) deviendra :

$$\begin{aligned} \forall \underline{X} \in \Omega; \quad & \frac{1}{1-2\nu} \tilde{\partial}_{ik} U_k^{(1)} + \tilde{\partial}_{kk} U_i^{(1)} = 0 \\ \forall \underline{X} \in \partial_f \Omega; \quad & \frac{1}{2(1+\nu)} \left(\frac{2\nu \tilde{\partial}_k U_k^{(1)}}{1-2\nu} + \tilde{\partial}_i U_j^{(1)} + \tilde{\partial}_j U_i^{(1)} \right) n_j \\ & = -\frac{1-b}{E} p(\eta^*, L^*, \underline{X}) n_i \\ \forall \underline{X} \in \partial_u \Omega; \quad & U_X^{(1)}(\underline{X}) = 0, \quad \lim_{\|\underline{X}\| \rightarrow \infty} \underline{U}^{(1)}(\underline{X}) = 0 \end{aligned} \quad (3.62)$$

et :

$$\begin{aligned} \forall \underline{X} \in \Omega; \quad & \frac{1}{2(1+\nu)} \left(\frac{1}{1-2\nu} \tilde{\partial}_{ik} U_k^{(2)} + \tilde{\partial}_{kk} U_i^{(2)} \right) \\ & = \frac{b}{E} \tilde{\partial}_i p(\eta^*, L^*, \underline{X}) \\ \forall \underline{X} \in \partial_f \Omega; \quad & \left(\frac{2\nu}{1-2\nu} \tilde{\partial}_k U_k^{(2)} + (\tilde{\partial}_i U_j^{(2)} + \tilde{\partial}_j U_i^{(2)}) \right) n_j = 0 \\ \forall \underline{X} \in \partial_u \Omega; \quad & U_X^{(2)}(\underline{X}) = 0, \quad \lim_{\|\underline{X}\| \rightarrow \infty} \underline{U}^{(2)}(\underline{X}) = 0 \end{aligned} \quad (3.63)$$

On déduit de cette linéarité que la solution $\underline{U}^{(1)}$ est proportionnel à $(1-b)/E$ et à p_0 ou bien Q_0 à travers la fonction p , et que la solution $\underline{U}^{(2)}$ est proportionnel à b/E et à p_0 ou bien Q_0 en fonction des conditions d'injection. Dans la suite de cette section, le cas d'injection (a), correspondant à la condition d'injection d'une pression constante p_0 , est considéré. L'analyse de ces équations permet d'écrire la solution sous la forme suivante :

$$\underline{U}^{(1)} = \frac{(1-b)p_0}{E} \underline{W}^{(1)}(\nu, \eta^*, L^*, \underline{X}), \quad \underline{U}^{(2)} = \frac{bp_0}{E} \underline{W}^{(2)}(\nu, \eta^*, L^*, \underline{X}) \quad (3.64)$$

Les fonctions $\underline{W}^{(1)}$ et $\underline{W}^{(2)}$ ne dépendent que des paramètres ν , η^* et L^* . En notant que $\underline{U} = \underline{U}^{(1)} + \underline{U}^{(2)}$ et en introduisant la variable adimensionnelle $D^* = d/r_0$ dans l'Eq. (3.32), l'expression suivante du facteur d'intensité de contraintes peut s'obtenir :

$$K_I = \frac{E\sqrt{2\pi}}{8\delta} \sqrt{r_0} \lim_{D^* \rightarrow 0} \frac{\llbracket U_Y(D^*) \rrbracket}{\sqrt{D^*}} \quad (3.65)$$

Puis, si les fonctions $\Psi_1(v, \eta^*, L^*)$ et $\Psi_2(v, \eta^*, L^*)$ sont définies par :

$$\Psi_1(v, \eta^*, L^*) = \frac{\sqrt{2\pi}}{8\delta} \times \lim_{D^* \rightarrow 0} \frac{\llbracket W_Y^{(1)}(D^*) \rrbracket}{\sqrt{D^*}} \quad (3.66)$$

$$\Psi_2(v, \eta^*, L^*) = \frac{\sqrt{2\pi}}{8\delta} \times \lim_{D^* \rightarrow 0} \frac{\llbracket W_Y^{(2)}(D^*) \rrbracket}{\sqrt{D^*}} \quad (3.67)$$

Puis, le facteur d'intensité de contraintes K_I s'obtient :

$$K_I = p_0 \sqrt{r_0} \left[(1-b) \Psi_1(v, \eta^*, L^*) + b \Psi_2(v, \eta^*, L^*) \right] \quad (3.68)$$

Il est à noter que le facteur d'intensité de contraintes K_I est indépendant du module d'Young E de la matrice et est une fonction affine du coefficient de Biot b . Les deux fonctions $\Psi_1(v, \eta^*, L^*)$ et $\Psi_2(v, \eta^*, L^*)$ sont numériquement calculées et une expression approximative pour ces fonctions est déterminée par ajustement de courbe. L'attention est également attirée sur le fait que pour le cas limite de $\eta^* \rightarrow \infty$, la pression devient constante et égale à p_0 dans la fracture. Dans ce cas, pour le cas limite de $r_0 \rightarrow 0$, la fracture devient un disque circulaire et puis une expression limite peut être déduite à partir des résultats analytiques bien connus dans la bibliographie pour des solides élastiques ([Kanninen et Popelar, 1985](#) ; [Broek, 1982](#) ; [Tada et al., 2000](#)) :

$$K_I = (2/\sqrt{\pi}) p_0 \sqrt{l} \quad (3.69)$$

A partir de cette limite et l'expression (3.68) lors que $b = 0$, la condition limite suivante est déduite pour la fonction $\Psi_1(v, \eta^*, L^*)$:

$$\lim_{\eta^* \rightarrow \infty} \Psi_1(v, \eta^*) = 2/\sqrt{\pi} \quad (3.70)$$

La limite (3.70) sera utilisée pour contraindre l'expression de la fonction $\Psi_1(v, \eta^*, L^*)$ par ajustement de courbe.

Afin de déterminer numériquement deux fonctions $\Psi_1(v, \eta^*, L^*)$ et $\Psi_2(v, \eta^*, L^*)$, un domaine de la taille 100×20 unités de longueur (adimensionnelle) contenant une fracture située à la ligne médiane du domaine est considéré. La longueur de fracture prend 6 valeurs différentes entre 0.5 et 10 (voir la [Figure 3-22](#)). Le rayon du puits est supposé égal à $r_0 = 1$. Aucun chargement mécanique n'est appliqué sur le modèle. Le déplacement horizontal est bloqué sur le bord gauche du domaine représentant la paroi du puits, tandis que le

déplacement vertical est seulement bloqué au point situé au milieu du bord droite. Tous les deux bords supérieur et inférieur sont supposés libres en contrainte. La matrice est supposée poroélastique linéaire et isotrope avec $E = 1$, $b = 1$, $k = 1$. La fracture n'a aucune raideur mais a une conductivité $c = \eta^*$, qui est variée dans une large gamme. Les résultats pour le cas d'injection d'une pression constante $p_0 = 1$ sont utilisés afin de construire des expressions approximatives pour deux fonctions $\Psi_1(v, \eta^*, L^*)$ et $\Psi_2(v, \eta^*, L^*)$. Les expressions obtenues par cette méthode sont les suivantes :

$$\Psi_1(v, \eta^*, L^*) \simeq \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{2L^{*3/2}\eta^* + 7(L^* + 1)}{2L^*\eta^* + 7(2L^* + 1)} \right] \quad (3.71)$$

$$\Psi_2(v, \eta^*, L^*) \simeq \frac{40}{3}(1 + v - 5v^2) \left[\frac{1 + \eta^*}{3 + \eta^*} \right] \left[\frac{L^*}{9 + 16L^* + 5L^{*2}} \right] \quad (3.72)$$

La Figure 3-23 présente l'évolution de la fonction $\Psi_1(v, \eta^*, L^*)$ dépendant de η^* et L^* . Il est intéressant de noter que la fonction $\Psi_1(v, \eta^*, L^*)$ ne dépend pas de coefficient de Poisson v . Les courbes approximatives sont en bon accord avec des résultats numériques représentés par des symboles. Il est évident que l'Eq. (3.71) satisfait bien la limite (3.70) lors que r_0 tend vers zéro et η^* tend vers l'infini.

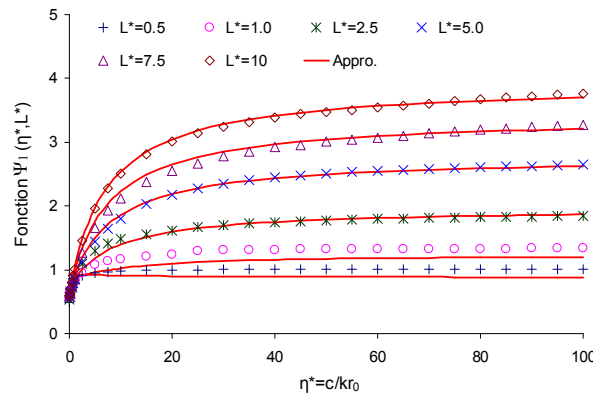


Figure 3-23 – Evolution de la fonction Ψ_1 dépendant des paramètres v et $\eta^* = c/kr_0$ pour le cas axisymétrique lors qu'une pression constante $p_0 = 1$ est injectée dans la fracture.

Les Figure 3-24a,b,c,d,e,f présentent l'évolution de la fonction $\Psi_2(v, \eta^*, L^*)$ dépendant de v , η^* et l/r_0 pour le cas axisymétrique. Les courbes approximatives et les résultats numériques sont en bon accord.

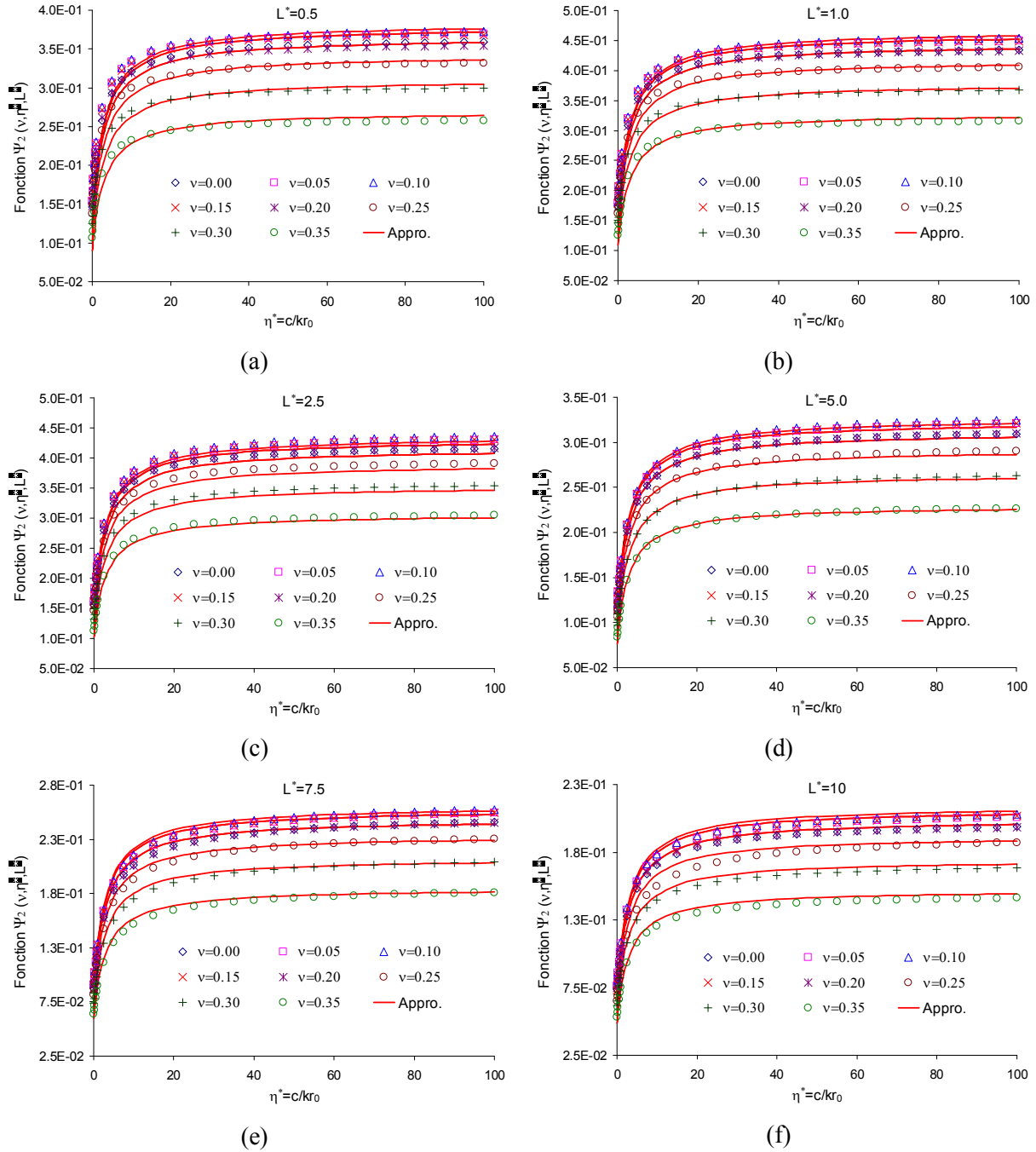


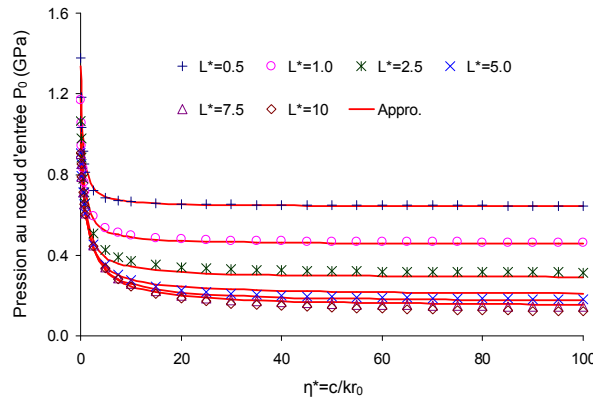
Figure 3-24 – Evolution de la fonction Ψ_2 dépendant des paramètres ν , $\eta^* = c/kr_0$ and $L^* = l/r_0$ pour le cas axisymétrique lors de l'injection d'une pression constante $p_0 = 1$ dans la fracture avec différentes valeurs de L^* : (a) $L^* = 0.5$, (b) $L^* = 1.0$, (c) $L^* = 2.5$, (d) $L^* = 5.0$, (e) $L^* = 7.5$, (f) $L^* = 10$.

Pour le facteur d'intensité de contraintes correspondant au cas d'injection d'un débit constant dans la fracture, les mêmes expressions que celles dans les Eqs. (3.71) et (3.72), obtenues lors de l'injection d'une pression constante p_0 , peuvent être utilisées. Par contre, il convient de remplacer la pression constante p_0 par son expression en fonction du débit constant Q_0 qui lui correspond en régime d'écoulement stationnaire. De cette manière, on obtient une expression du facteur d'intensité de contraintes en fonction de débit imposé. Pour

déterminer la relation entre p_0 et Q_0 , le problème hydraulique pour l'injection d'un débit constant est considéré et la pression au point d'entrée pour l'écoulement stationnaire est déterminée pour différentes valeurs de L^* et pour η^* variant entre 0 et 100. D'après les résultats de simulation, l'expression de p_0 en fonction de Q_0 peut être approximée par la formule ci-dessous :

$$p_0 = \frac{1 + \sqrt{L^*} + \sqrt{2}\eta^* / \sqrt{L^*}}{1/4 + \sqrt{2L^*} + 3\eta^*} \frac{r_0}{k} Q_0 \quad (3.73)$$

La Figure 3-25 présente des valeurs obtenues numériquement pour p_0 pour différentes valeurs de L^* et η^* (symboles) et des prédictions données dans l'Eq. (3.73). Un bon accord est observé entre les valeurs numériques et les valeurs approximatives.



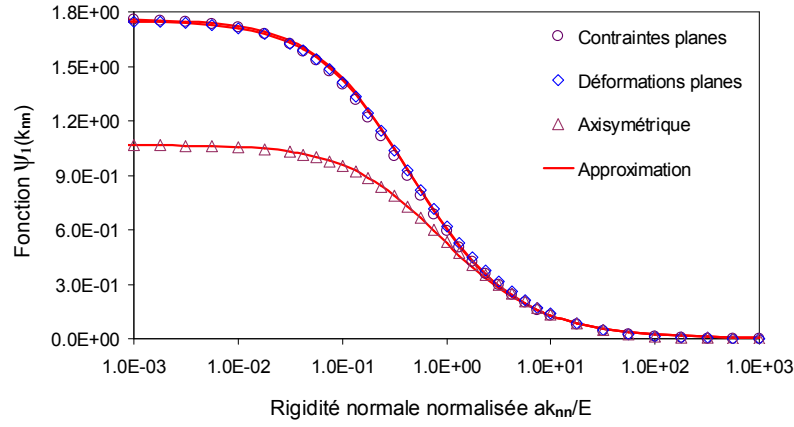
(a)

Figure 3-25 – Evolution de la pression interstitielle au point d'entrée de la fracture dépendant du rapport $L^* = l/r_0$ et $\eta^* = c/kr_0$ lors qu'un débit constant $Q_0 = 1$ est injecté.

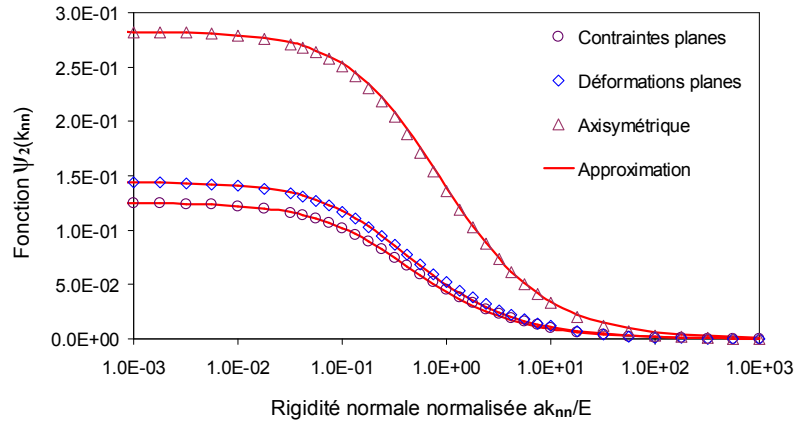
3.3.5.3 Influence des rigidités (pour le cas d'un joint rocheux)

Comme déjà mentionné dans la Section 3.2.3.2, lorsque la fracture est « pleine » (remplie d'autres matières) et se comporte comme un joint élastique, l'expression du facteur d'intensité de contraintes de la théorie de la mécanique linéaire élastique de la rupture n'est plus valable. Dans cette section, une étude paramétrique sur l'influence des rigidités de la fracture sur les deux fonctions Ψ_1 , Ψ_2 et le facteur d'intensité de contraintes K_I est effectuée. Le modèle géométrique, des conditions aux limites ainsi que des propriétés de matériaux utilisés dans la Section 3.3.5.1 sont réemployés sauf que la rigidité normale de la fracture varie dans une large gamme de 6 ordres de grandeur. Le calcul est effectué en régime stationnaire pour différentes configurations : contraintes planes, déformations planes et axisymétriques.

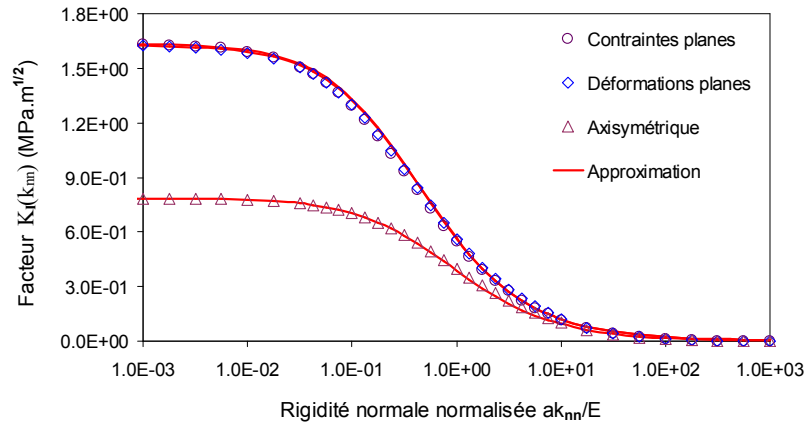
Les Figure 3-26a,b,c présentent des résultats de simulations numériques (symboles) et des valeurs approximatives (lignes continues rouges) par ajustement de courbe.



(a)



(b)



(c)

Figure 3-26 – Comparaison entre des résultats numériques (symboles) et approximatifs (lignes continues rouges) des fonctions adimensionnelles Ψ_1 , Ψ_2 et du facteur d'intensité de contraintes K_I dépendant de la raideur normale k_{nn} de la fracture pour différentes configurations : contraintes planes, déformations planes et axisymétriques.

Les formules approximatives trouvées sont les suivantes :

- Pour des configurations planes :

$$\frac{\Psi_1(k_{nn})}{\Psi_1^0} \text{ ou } \frac{\Psi_2(k_{nn})}{\Psi_2^0} \text{ ou } \frac{K_I(k_{nn})}{K_I^0} = \left[1 + \pi \frac{ak_{nn}}{E} \right]^{-\pi/4} \quad (3.74)$$

- Pour des configurations axisymétriques :

$$\frac{\Psi_1(k_{nn})}{\Psi_1^0} \text{ ou } \frac{\Psi_2(k_{nn})}{\Psi_2^0} \text{ ou } \frac{K_I(k_{nn})}{K_I^0} = \left[1 + \frac{\pi}{2} \frac{ak_{nn}}{E} \right]^{-\pi/4} \quad (3.75)$$

avec Ψ_1^0 , Ψ_2^0 et K_I^0 des valeurs correspondant à la valeur de la raideur normale $k_{nn} = 0$.

Les résultats numériques sont en très bon accord avec l'approximation donnée par ces formules. La forme des Eqs. (3.74) et (3.75) est identique à celle de l'Eq. (3.8) à part un coefficient de multiplicateur qui se distingue dans les cas planes (π) et axisymétriques ($\pi/2$).

3.3.5.4 Exemples d'application

Dans cette partie, deux exemples d'application sont présentés afin d'illustrer comment les expressions approximatives données dans les sections précédentes peuvent être utilisées.

Le premier exemple correspond au cas de fracturation hydraulique autour d'un puits pétrolier. La Figure 3-27a présente, pour la configuration axisymétrique, l'évolution du facteur d'intensité de contraintes par rapport à la longueur de la fracture ($L^* = l/r_0$) lorsque le fluide est injecté dans la fracture à un débit constant. Ainsi, la propagation de fracture est accompagnée par une diminution du facteur d'intensité de contraintes et puis s'arrête nécessairement pour une longueur donnée de la fracture lorsque le facteur d'intensité de contraintes atteint la ténacité du matériau. La propagation peut être considérée comme stable dans ce cas. Ce résultat montre que pour la fracturation hydraulique sous un débit d'injection constant, une longueur maximale de la fracture est obtenue.

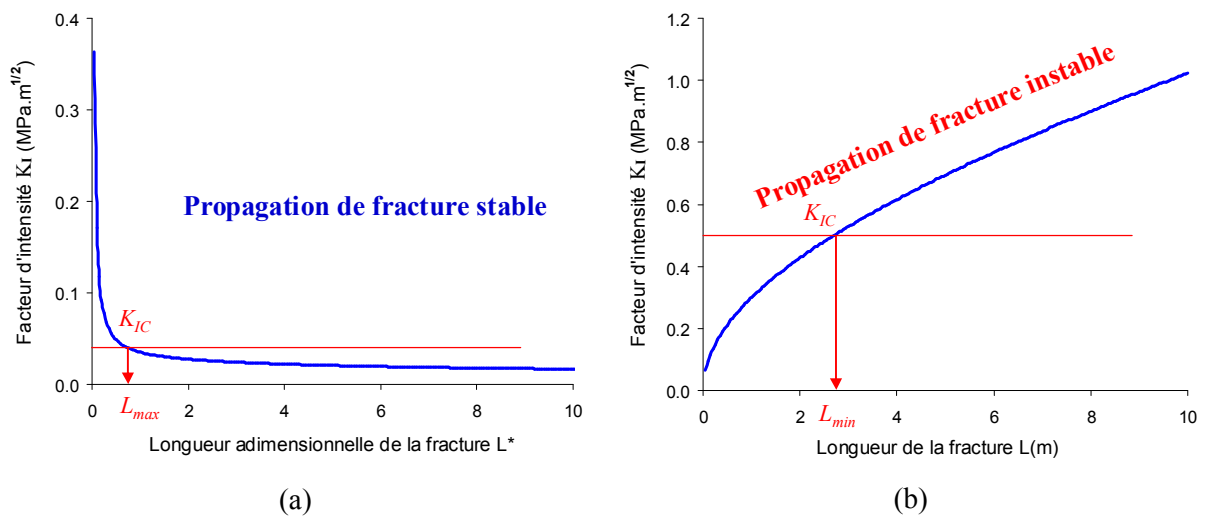


Figure 3-27 – Evolution du facteur d'intensité de contraintes lors de l'injection : (a) un débit constant pour le cas axisymétrique avec: $c=100$, $k=1$, $r_0=0.25$, $\nu=0.25$, $Q_0=1$, (b) une pression constante pour le cas plan avec: $c=100$, $k=1$, $\nu=0.25$, $p_0=1$.

En revanche, une autre situation peut être considérée, celle qui consiste en des projets de stockage géologique de CO_2 dans des formations de réservoir. Un risque parfois considéré et analysé, est que le CO_2 perce des couches supérieures notamment la couverture et que la fracture se propage dans ces couches sous l'effet de la pression d'injection de CO_2 dans le réservoir. Cette propagation peut être représentée par une géométrie plane avec hypothèse de déformation plane, sous l'injection d'une pression constante égale à la pression du réservoir. La [Figure 3-27b](#) présente l'évolution du facteur d'intensité de contraintes par rapport à la longueur de la fracture sous ces conditions (déformation plane, pression d'injection constante).

Le facteur d'intensité de contraintes augmente avec la longueur de la fracture. Lorsque la fracture se propage, le facteur d'intensité de contraintes à la pointe de la fracture augmente et la propagation ne peut pas s'arrêter si la ténacité de matériau ne change pas. Ainsi, la propagation de fracture sous une pression d'injection de fluide constante est instable. Ce résultat montre que si dans un réservoir de stockage de CO_2 , les couches de couverture sont percées par une fracture, la propagation continuera jusqu'à ce que la fracture atteigne les couches avec des propriétés mécaniques différentes ou un état de contraintes différent.

3.3.5.5 Influence d'une succion dans la matrice poreuse

Dans des projets de stockage géologique de CO_2 ou bien lors de la fracturation hydraulique, la fracture s'initie et se propage à cause de l'injection d'un fluide à une certaine pression dans cette fracture. Ce fluide injecté agit comme une contrainte extérieure de traction (dans la matrice) appliquée sur les deux lèvres de la fracture tendant à ouvrir la fracture. En raison de l'effet poroélastique, le fluide diffusé dans la matrice entraîne le gonflement de cette dernière et a tendance à fermer la fracture. Lorsque le facteur d'intensité de contrainte résultant de l'effet combiné de ces deux phénomènes dépasse la ténacité de la matrice environnante, la fracture commence à se propager.

Un autre phénomène très courant met en jeu une combinaison de forces hydrauliques et mécaniques pour entraîner la propagation des fractures mais de manière différente de la fracturation hydraulique. Ce phénomène appelé fissuration hydrique provient de l'évaporation d'eau en surface du massif (i.e. la sécheresse) liée aux variations de température. Dans les sols, l'évaporation d'eau génère une pression capillaire (i.e. pression négative ou bien succion selon la convention de signe en mécanique des sols). L'augmentation de la succion se traduit aussi par le développement d'une tension entre les particules qui, en certains points, peut générer des fractures. A l'échelle macroscopique, si le massif est parfaitement homogène sans défaut et les conditions aux limites sont libres de contraintes, le retrait dans ce massif sera homogène et induit une déformation sans provoquer des fractures. Or, lorsque des défauts sont présents dans le massif, le retrait entraîne une concentration de contrainte autour de ces défauts. Si le facteur d'intensité de contraintes résultant de cette concentration dépasse la ténacité du massif, la fracture s'initie et puis se propage.

L'initiation et l'évolution du réseau des fractures dans les sols ont été étudiées par des travaux expérimentaux ([Sanchez et al., 2013](#)) et des modélisations numériques ([Sanchez et al.,](#)

2014). La plupart des modélisations réalisées jusqu'à présent considère un milieu continu et n'introduit pas explicitement des fractures. Certains modèles récents (Sanchez et al., 2014) introduisent des fractures dans le modèle mécanique mais indépendamment du problème hydraulique. La modélisation du problème couplé de fissuration hydrique avec la prise en compte des fractures reste encore un problème ouvert.

L'objectif de cette analyse est d'étudier la répartition de pression interstitielle ainsi que la réponse de ce massif fracturé soumis à une succion. La géométrie du modèle étudié reste similaire à celle dans les analyses précédentes dans la Section 3.2 sauf que la longueur de la fracture est prolongée de 2 à 4m. La symétrie géométrique permet de modéliser seulement la moitié du problème complet. Les propriétés hydrauliques (relatives et adimensionnelles) sont choisies de façon arbitraire comme suit :

- **Joint (fracture)** : conductivité longitudinale $c_t = 1000$, conductivité transversale infinie $c_n \gg c_t$, raideur tangentielle $k_n = 0$, raideur normale $k_{nn} = 1000$ et $k_{nn} = 0$.
- **Matrice poreuse** : la perméabilité est supposée isotrope : $k_{xx} = k_{yy} = 1$ et $k_{xy} = 0$, module d'Young $E = 4000$, coefficient de Poisson $\nu = 0.3$.

En termes des conditions aux limites et initiales, le massif est supposé saturé et une pression $p_1 = p_2 = -1$ est appliquée aux deux côtés gauche et droit du massif tandis que les deux bords supérieur et inférieur sont supposés à flux de fluide nul. Il en résulte une pression homogène dans la matrice. En ce qui concerne les conditions aux limites mécaniques, le déplacement vertical est bloqué aux deux bords supérieur et inférieur. Le déplacement horizontal est bloqué sur les deux coins du côté gauche. Un calcul en régime d'écoulement stationnaire s'effectue pour cette analyse.

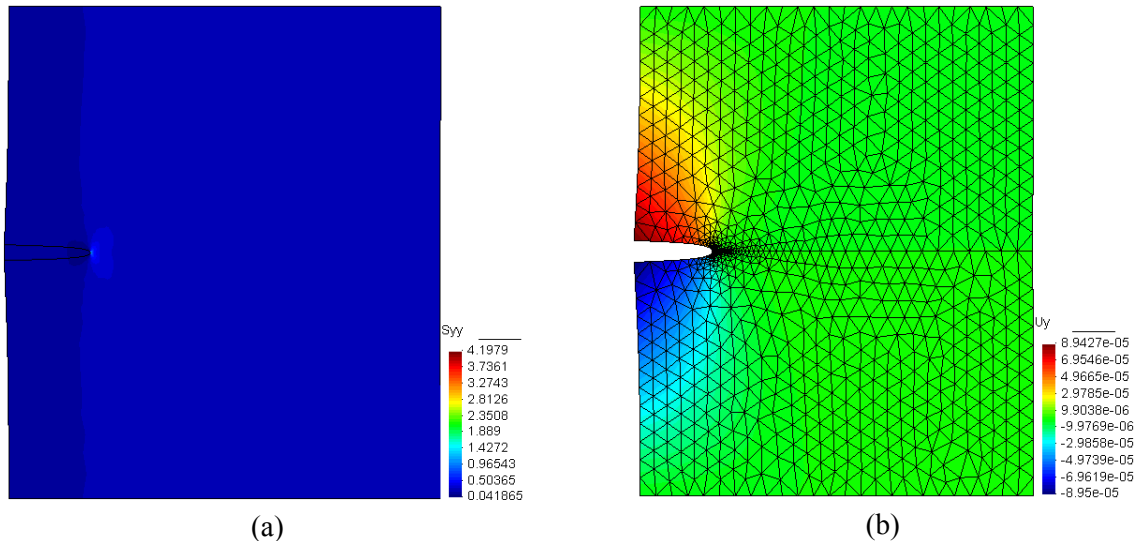


Figure 3-28 – (a) Champ de contraintes σ_{yy} dans le modèle, (b) Champ de déplacement vertical u_y dans le modèle.

Les résultats présentés sur la Figure 3-28 montrent que sous l'effet d'une succion, la matrice poreuse se contracte. A cause des blocages aux bords, cette contraction se transforme en une tension appliquée sur les lèvres de la fracture (i.e. le joint), ce qui provoque l'ouverture de ce dernier. Une valeur de $K_I = 0.2681 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ est évaluée par cette analyse.

Dans cet exemple, un certain nombre d'hypothèses simplificatrices ont été introduites et méritent d'être améliorées. Plusieurs volets peuvent être considérés : (i) modélisation transitoire en tenant compte de l'aspect non saturé (dans lequel interviennent le degré de saturation et la courbe de rétention d'eau), (ii) utilisation du modèle de fracture cohésive pour modéliser l'initiation et la propagation de fracture, (iii) prise en compte de la dépendance de la perméabilité relative au degré de saturation ou à la succion. L'objectif de cette analyse était de montrer que les mêmes outils et concepts permettant de modéliser la fracturation hydraulique peuvent s'appliquer aussi à l'étude de la fissuration hydrique dans les géomatériaux.

3.4 Conclusion

La propagation des fractures dans les milieux poreux fracturés présente un grand intérêt dans plusieurs domaines d'applications industrielles: stockage souterrain (CO_2 , déchets radioactifs), géothermie, et domaine pétrolier. Ce phénomène avec le risque de réactivation des failles dans les formations géologiques sont une des préoccupations majeures dans les projets de stockage géologique de CO_2 . L'étude de propagation des fractures exige donc des études approfondies non seulement sur le plan théorique mais aussi sur le plan de modélisation numérique. L'avancé sur ces deux plan permet aussi de progresser sur l'étude de la fissuration ou fracturation dans les milieux poreux soumis à des écoulements multiphasiques, ce qui reste encore, sur certains plans, un problème ouvert.

L'objectif de ce chapitre a été de contribuer à l'étude du problème de propagation hydromécanique des fractures. Pour ce faire, après des études et formulations théoriques du problème, de nombreuses simulations numériques des champs de contraintes et de déformations dans un milieu contenant une fracture ont été réalisées. Les résultats de modèles purement mécaniques ont montré une très bonne compatibilité avec les solutions analytiques existantes, ce qui a permis de valider les démarches de modélisation. Le problème hydromécanique a été résolu en se basant sur le modèle poroélastique de Biot. Les résultats des calculs hydromécaniques ont montré un effet couplé de la contrainte et de la pression interstitielle sur la propagation d'une fracture dans un milieu poreux en présence d'un fluide.

Le couplage hydromécanique entre l'écoulement et la déformation autour d'une fracture dans un milieu poreux a été étudié dans ce chapitre dans le cadre de la poroélasticité linéaire et de l'écoulement de Poiseuille dans les fractures. Une modélisation tenant compte des échanges de la masse de fluide fracture-matrice a été réalisée en utilisant le code aux éléments finis *Porofis*. Il est montré que, quand un fluide est injecté dans la fracture à une pression constante, et en l'absence de propagation de fracture, la valeur maximale du facteur d'intensité de contraintes à l'extrémité de la fracture est atteinte à l'état d'écoulement stationnaire.

L'écoulement stationnaire est plus facile de modéliser tant analytiquement (moins de couplages) que numériquement (temps de calcul plus courts), et permet d'obtenir, dans beaucoup de cas, la propagation maximum de fracture pour une pression d'injection donnée. Des expressions approchées du facteur d'intensité de contraintes pour le cas d'une fracture dans un milieu semi-infini soumis à l'injection de fluide ont été obtenues sur la base des études théoriques et numériques. Il est intéressant de noter que toutes les relations présentées dans ce chapitre et spécialement la décomposition des relations (3.52) et (3.68) pour le calcul du facteur d'intensité de contraintes sont les relations exactes obtenues sur la base de l'étude analytique, et que seules les équations (3.54), (3.55) puis (3.71) à (3.73) sont des solutions approchées obtenues par ajustement des résultats numériques. Ces expressions sont assez précises et, comme il a été montré, très utiles pour la discussion des conditions de propagation de fracture dans différentes situations. Dans le cadre de la fracturation hydraulique, en raison de la propagation rapide de la fracture, le fluide ne peut pas avoir suffisamment de temps pour remplir tout l'espace poreux dans la fracture et le phénomène de "fluid lag" peut apparaître près de l'extrémité de la fracture. Ce phénomène n'est pas encore pris en compte dans cette étude et d'une manière générale, les résultats présentés dans cette étude sont moins adéquats pour les cas de propagation rapide de fracture. Mais ces résultats peuvent être particulièrement intéressants et utiles dans le contexte de stockage géologique de CO₂ où la propagation de fracture est contrôlée par la diffusion du fluide dans le réservoir et devrait être suffisamment lente.

CHAPITRE 4. MODELE DE FRACTURE COHESIVE ET PROPAGATION HYDRO-MECANIQUE DES FRACTURES

Sommaire

CHAPITRE 4. MODELE DE FRACTURE COHESIVE ET PROPAGATION HYDRO-MECANIQUE DES FRACTURES	99
4.1 Introduction.....	100
4.2 Description du modèle.....	101
4.2.1 Définition de la variable d'endommagement.....	102
4.2.2 Modèle de fracture cohésive avec élasticité non linéaire	103
4.2.3 Critère d'endommagement.....	106
4.2.4 Evolution de la variable d'endommagement	108
4.2.5 Comportement en présence d'une pression interstitielle	113
4.3 Simulations numériques avec chargements mécaniques purs	114
4.3.1 Propagation et instabilité en mode I (mode de traction).....	114
4.3.2 Propagation et instabilité en mode II (mode de cisaillement).....	119
4.3.3 Problème de branchement de fracture	123
4.3.4 Equivalence de propagation entre la MLR et le MFC en mode I	125
4.4 Simulations numériques avec chargements hydromécaniques	135
4.4.1 Injection dans une fracture sous contrainte normale	135
4.4.2 Injection dans des fractures inclinées sous contraintes de cisaillement	140
4.5 Conclusion	144

4.1 Introduction

L'injection de fluide, comme du CO_2 en état supercritique, dans des formations rocheuses modifie les champs de contraintes et de pression du fluide dans ces formations ainsi que dans les failles qui peuvent être présentes à proximité. L'étude des risques de réactivation de failles, et aussi de leur extension et propagation possible, nécessite une modélisation de la propagation des discontinuités (fractures, failles) sous sollicitations hydromécaniques.

En général, il est admis que les processus de déformation mécanique dans les milieux poreux puissent être modélisés en remplaçant simplement le tenseur de contraintes pour des solides non-poreux par la contrainte effective définie pour des matériaux poreux. Dans les milieux poreux, le concept de la contrainte effective s'est montré efficace pour modéliser le comportement mécanique des solides, spécialement ses déformations élastoplastiques. Pourtant, l'application de ce concept à l'étude de propagation de fracture reste encore un problème ouvert. Le gradient du champ de pression est, comme le champ de contraintes, singulier à la pointe de la fracture. La forte variation de la pression au voisinage de la fracture soulève la difficulté de définir une contrainte effective appropriée à l'extrémité de la fracture en dépit de nombreuses études sur la fracturation hydraulique (Bjerrum et al., 1972 ; Jaworski et al., 1981 ; de Pater et al., 1994). De plus, l'effet de la pression du fluide dans la fracture sur le champ de pression autour de l'extrémité de la fracture peut être différent selon la nature miscible/immiscible de ce fluide par rapport au fluide dans les pores. La validité du concept de la contrainte effective pour la propagation de fracture dans le contexte d'un matériau poreux multiphasique nécessite, toutefois, des travaux de recherche spécifiques. Des progrès sur la compréhension de ces phénomènes peuvent être réalisés grâce à la modélisation numérique des champs de pression interstitielle et de contrainte au voisinage de l'extrémité de la fracture dans un matériau poreux sous l'écoulement de fluide.

Dans le cadre de la Mécanique Linéaire de la Rupture (MLR), les critères de propagation de fracture sont basés soit sur le taux de restitution d'énergie (approche globale en énergie) ou le concept des facteurs d'intensité de contraintes (approche locale en contraintes). Cependant, la MLR présente certaines limites parce qu'elle néglige des rigidités de la fracture et admet l'infinité des contraintes à la pointe de la fracture, ce qui n'est pas réaliste. Pour surmonter ces difficultés, le Modèle de Zone Cohésive a été proposé dans la littérature. Les modèles de zone cohésive ont été proposés essentiellement pour représenter la décohésion, le plus souvent en mode normal, dans le matériau avec une loi simple de contrainte-déplacement. En partant d'un modèle de joints rocheux avec les phénomènes de non linéarité élastique et de plasticité qu'on observe pour ces joints, Pouya et Bemani Yazdi (2015) l'ont enrichi par le phénomène d'endommagement et ont obtenu un modèle englobant le comportement des joints rocheux et la possibilité de décohésion. Ce modèle, appelé Modèle de Fracture Cohésive (MFC), sera présenté dans la suite.

Ce chapitre vise à décrire un modèle constitutif de la fracture cohésive pour un problème hydromécanique. Un critère de rupture de type Mohr-Coulomb, prenant en compte l'évolution de la résistance normale, de la résistance en cisaillement ainsi que des paramètres de rigidité élastiques avec endommagement (sans plasticité) est proposé. Ce modèle est une extension de celui proposé par [Pouya et Bemani Yazdi \(2015\)](#) pour des problèmes mécaniques purs.

Dans un premier temps, le cadre théorique de ce nouveau modèle est décrit tant pour le comportement mécanique pur que pour le comportement hydromécanique en présence d'une pression interstitielle. Ensuite des simulations numériques sous chargements mécaniques purs en utilisant ce modèle seront présentées afin de reproduire les phénomènes d'instabilité et de branchement de fracture qui sont rencontrés sous des chargements en mode I (traction) et mode II (cisaillement). Il est à noter que sur les deux phénomènes mentionnés ci-dessus, cette étude est limitée à une démonstration, autrement dit la possibilité d'approcher ces phénomènes par le MFC. En plus, une équivalence entre les paramètres du MFC et ceux du modèle de la MLR en termes de propagation de fracture est établie (i.e. l'équivalence de la longueur de propagation de fracture sous des charges similaires). Enfin, des simulations numériques sous chargements hydromécaniques pour une géométrie de fracture et des conditions aux limites simples sont réalisées pour contribuer à la compréhension du phénomène de micro-sismicité induite rencontré dans le cadre de la fracturation hydraulique et/ou des projets de stockage géologique de CO₂.

4.2 Description du modèle

Dans cette section, en se basant sur la théorie de l'endommagement et notamment sur le modèle de fracture cohésive proposée par [Pouya et Bemani Yazdi \(2015\)](#), un nouveau modèle conceptuel endommagement-élastique est proposé pour des interfaces de comportement passant de quasi-fragiles à ductiles. Le modèle de [Pouya et Bemani Yazdi \(2015\)](#) étend le modèle de [Carol et al. \(1997\)](#) en incluant l'évolution de la cohésion de la fracture, la résistance en traction ainsi que des raideurs élastiques avec endommagement. Dans le nouveau modèle, la plasticité n'est pas prise en compte. Les principaux aspects de ce modèle sont les suivants :

Sous chargement de traction/compression :

- comportement linéaire élastique avant le pic de contrainte
- radoucissement et diminution de la résistance en traction avec déplacement après le pic
- dégradation de la raideur après le pic
- dégradation totale de la raideur et de la résistance en traction après l'endommagement entier
- raideur résiduelle en compression sous une forme non-linéaire jusqu'à une raideur résiduelle

Sous chargement de cisaillement :

- comportement linéaire élastique avant le pic de contrainte

- radoucissement et diminution de la résistance au cisaillement avec le déplacement après le pic
- dégradation de la raideur après le pic
- dégradation totale de la raideur et de la résistance au cisaillement après l'endommagement entier

Pour ce modèle, sous chargements mécaniques purs les contraintes normale (σ_n) et tangentielle (τ) sont reliées aux raideurs de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} \tau \\ \sigma_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{tt} & k_{tn} \\ k_{nt} & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_t \\ u_n \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

où k_{tt} et k_{nn} représentent respectivement les raideurs tangentielle et normale du joint, k_{tn} et k_{nt} sont supposées nulles, ce qui signifie l'absence de la dilatance ainsi que l'effet de la contrainte normale (ou tangentielle) sur le déplacement tangentiel (ou normal) dans le domaine élastique. u_t et u_n sont respectivement les déplacements tangentiel et normal.

4.2.1 Définition de la variable d'endommagement

Dans ce modèle, la variable d'endommagement, notée D , est définie comme le rapport entre la surface totale endommagée (S_D) et la surface totale initiale des ponts rocheux (S_B^i) (voir Figure 4-1). Pour des joints rocheux, il n'y a qu'un seul plan sur lequel la densité des fissures puisse être considérée et cela simplifie la définition de la variable d'endommagement et la réduit à une variable scalaire.

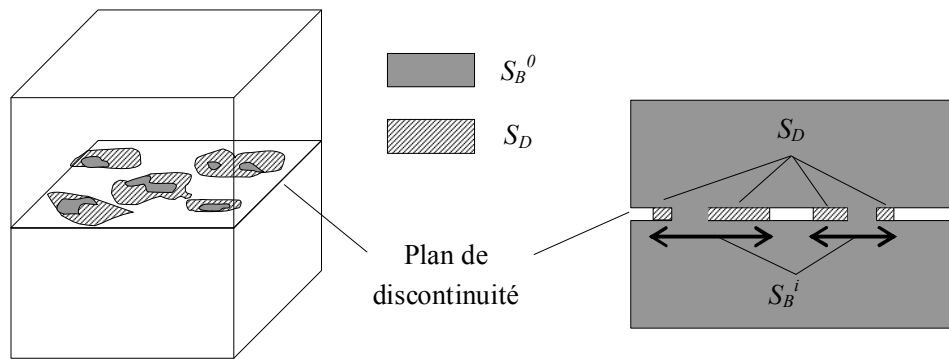


Figure 4-1 – Variable d'endommagement D définie comme le rapport entre la surface totale endommagée et la surface totale initiale des ponts rocheux. La surface des ponts rocheux initiale S_B^0 diminue à S_D avec endommagement (Pouya et Bemani Yazdi, 2015).

$$D = S_D / S_B^i \quad (4.2)$$

Par sa définition, la variable d'endommagement évolue entre 0 (à l'état sain/vierge, $S_D = 0$) et 1 (à l'état totalement endommagé, $S_D = S_B^i$). Lors de l'endommagement, la surface

endommagée S_D est créée et développée. Ainsi la surface effective S_{eff} qui est soumise aux sollicitations diminue. Cette surface effective a pour expression :

$$S_{eff} = S_B^i - S_D \quad (4.3)$$

Dans le cas de chargement unidimensionnel et de l'endommagement isotrope, la contrainte effective, notée $\tilde{\sigma}$, est définie en se basant sur le principe de l'équilibre de force (Rabotnov, 1968) : la force résultante de l'état vierge et celle de l'état endommagé dans une même structure doivent rester strictement identiques. Ce principe se traduit par la relation suivante :

$$F = \sigma S_B^i = \tilde{\sigma} S_{eff} \quad (4.4)$$

En introduisant l'Eq. (4.3) dans l'expression (4.4), la contrainte effective s'obtient :

$$\tilde{\sigma} = \sigma / (1 - D) \quad (4.5)$$

Il est évident de noter que $\tilde{\sigma} \geq \sigma$. Il suffit de travailler avec la contrainte effective $\tilde{\sigma}$ pour y intégrer automatiquement les effets de l'endommagement. En tenant compte de l'Eq (4.5), l'Eq. (4.1) devient :

$$\begin{bmatrix} \tau \\ \sigma_n \end{bmatrix} = (1 - D) \begin{bmatrix} k_{tt} & k_{tn} \\ k_{nt} & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_t \\ u_n \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

La matrice elle-même peut être également endommagée sous chargements appliqués. L'étude de l'endommagement tenant compte de la rupture macroscopique a été initiée par Kachanov (1958) pour des métaux. Lemaître (1971) a proposé le principe d'équivalence en déformations en postulant que l'équivalence en déformation entre la roche saine de module E , supportant une contrainte effective $\tilde{\sigma}$ et la roche de module effective \tilde{E} sollicitée par une contrainte σ . D'où :

$$\varepsilon = \sigma / \tilde{E} = \tilde{\sigma} / E \quad (4.7)$$

En introduisant l'Eq. (4.5) dans l'Eq. (4.7), la variable d'endommagement peut être définie via le module E de la manière suivante :

$$D = 1 - \tilde{E} / E \quad (4.8)$$

La relation (4.8) permet d'estimer la variable d'endommagement par des essais de décharge en mesurant des modules sécants successifs \tilde{E} .

4.2.2 Modèle de fracture cohésive avec élasticité non linéaire

Dans la relation (4.6), à l'état d'endommagement ultime ($D = 1$), les raideurs s'annulent et le joint ne résiste plus. Or, l'Eq. (4.6) ne prend pas en compte la raideur résiduelle en compression sous une forme non-linéaire comme décrite précédemment. Ainsi, il convient d'ajouter un terme dans l'Eq. (4.6) pour présenter cette raideur résiduelle. Il est à noter que

dans la bibliographie, les lois cohésives peuvent être dérivées à partir d'un potentiel $\Phi(u_n, u_t)$ qui vérifie un certain nombre de propriétés (Needleman, 1987 ; Park et Paulino, 2012 ; parmi d'autres). Ainsi, l'expression des contraintes dans le modèle cohésif se détermine en dérivant le potentiel $\Phi(u_n, u_t)$ selon ses deux composantes de déplacement. Dans le cadre de ce travail, le potentiel proposé doit vérifier les propriétés suivantes :

- (i) les dérivées premières du potentiel Φ doivent avoir la dimension d'une contrainte.
- (ii) le comportement en compression de la fracture cohésive est élastique non-linéaire sous la forme analogue de celle de la loi de Bandis et al. (1983).
- (iii) les dérivées deuxièmes du potentiel Φ doivent avoir la dimension d'une raideur.
- (iv) les dérivées (deuxièmes) croisées du potentiel Φ selon u_n et u_t doivent être strictement identiques. Ces dérivées croisées non-nulles représentent un comportement dilatant sous chargement en cisaillement.
- (v) les pentes de la courbe du comportement normal pour deux parties (compression et traction) doivent être continues en $u = 0$.

En se basant sur l'Eq. (4.6) et des descriptions ci-dessus, les équations constitutives du modèle des contraintes normale et tangentielle s'écrivent :

$$\underline{\sigma} = (1 - D) \underline{K} \underline{u} + \partial \Phi / \partial \underline{u} \quad (4.9)$$

où le potentiel $\Phi(u_n, u_t)$ est proposé de la manière suivante :

$$\Phi = -s \ln \left(\left| 1 + \frac{u_n}{e} \right| \right) \left(\frac{u_n^2}{2k_{nR}^{-1}} + \frac{u_t^2}{2k_{tR}^{-1}} \right) \quad (3.10)$$

Dans l'équation (4.10), u_n est le déplacement normal du joint, e est la fermeture minimale du joint, k_{tR} and k_{nR} sont deux termes pour décrire le comportement résiduel du joint sous chargement de cisaillement et compression, s est un paramètre utilisé pour différencier les deux cas de chargement :

- pour le cas de traction (i.e. $u_n > 0$) : comme la raideur normale et la résistance en traction sont totalement dégradées, ainsi $s = 0$.
- pour le cas de compression (i.e. $u_n \leq 0$) : comme la raideur en compression est sous une forme non-linéaire et tend vers une valeur résiduelle fixe donnée, $s = 1$.

Les dérivées premières du potentiel Φ s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi}{\partial u_t} = -s \ln \left(\left| 1 + \frac{u_n}{e} \right| \right) k_{tR} u_t \\ \frac{\partial \Phi}{\partial u_n} = -s \ln \left(\left| 1 + \frac{u_n}{e} \right| \right) k_{nR} u_n - \frac{s}{e \left| 1 + \frac{u_n}{e} \right|} \left(\frac{k_{nR} u_n^2}{2} + \frac{k_{tR} u_t^2}{2} \right) \end{cases} \quad (4.11)$$

Dans l'expression (4.11), si $-e < u_n < 0$, on en déduit que $0 < 1 + u_n/e < 1$ et $\ln|1 + u_n/e| < 0$. Ainsi, tous les deux termes de l'Eq. (4.11) sont négatifs, ceux qui représentent la chute de contrainte (i.e. la dégradation des propriétés mécaniques de joint avec l'endommagement). Lorsque $u_n < -e$, la partie $1 + u_n/e$ change brusquement de signe, pour maintenir la stabilité, la condition suivante est introduite :

$$\text{Si } u_n < -e(1-10^{-3}) \Rightarrow u_n = -e(1-10^{-3}) \quad (4.12)$$

La condition (4.12) impose que la quantité $1 + u_n/e$ est toujours positive. Les équations (4.10) et (4.11) peuvent être simplifiées en supprimant le signe de valeur absolue. Il est évident que selon l'Eq. (4.11) les propriétés (i) et (iv) mentionnées auparavant sont vérifiées.

Les dérivées deuxièmes du potentiel Φ s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial u_t^2} = -s \ln \left(1 + \frac{u_n}{e} \right) k_{tR} \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial u_t \partial u_n} = -\frac{s}{e \left(1 + \frac{u_n}{e} \right)} k_{tR} u_t \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial u_n \partial u_t} = -\frac{s}{e \left(1 + \frac{u_n}{e} \right)} k_{tR} u_t \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial u_n^2} = -s \ln \left(1 + \frac{u_n}{e} \right) k_{nR} - \frac{2s}{e \left(1 + \frac{u_n}{e} \right)} k_{nR} u_n + \frac{s}{e^2 \left(1 + \frac{u_n}{e} \right)^2} \left[\frac{k_{nR} u_n^2}{2} + \frac{k_{tR} u_t^2}{2} \right] \end{array} \right. \quad (4.13)$$

D'après l'Eq. (4.13), les propriétés (iii) et (iv) sur les dérivées deuxièmes du potentiel Φ sont également vérifiées.

Posons $1 + u_n/e = \alpha$, d'où $e + u_n = e\alpha$. Selon la condition (4.12), si $u_n < -e$, $\alpha = 10^{-3}$. A partir des Eq. (4.9) et (4.13), les raideurs équivalentes du joint au cours de l'endommagement s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{tD} = (1-D)k_{tt} - s k_{tR} \ln \alpha \\ k_{mD} = -\frac{s}{e\alpha} k_{tR} u_t \\ k_{ntD} = k_{mD} = -\frac{s}{e\alpha} k_{tR} u_t \\ k_{nD} = (1-D)k_{nn} - s k_{nR} \ln \alpha - \frac{2s}{e\alpha} k_{nR} u_n + \frac{s}{(e\alpha)^2} \left[\frac{k_{nR} u_n^2}{2} + \frac{k_{tR} u_t^2}{2} \right] \end{array} \right. \quad (4.14)$$

Selon les Eqs. (4.9) et (4.14), la pente de la courbe de comportement en $\underline{u} = 0$ s'obtient :

- en traction : $s = 0$, ce qui entraîne une pente $k_{nD} = (1-D)k_{nn}$.

- en compression : $s = 1$ et $\alpha = 1$, ceux qui donne une pente $k_{nD} = (1 - D)k_{nn}$.

D'où la pente de la courbe est continue en $\underline{u} = 0$ et les propriétés (v) sont donc vérifiées.

En tenant compte des raideurs dans l'Eq. (4.14), le comportement dans l'Eq. (4.9) devient :

$$\begin{cases} \tau = k_{tD}u_t + k_{mD}u_n \\ \sigma_n = k_{nD}u_n + k_{ntD}u_t \end{cases} \quad (4.15)$$

4.2.3 Critère d'endommagement

Dans le cas général, le critère d'endommagement hyperbolique du modèle conceptuel dans le domaine des contraintes est proposé de manière suivante :

$$F(\underline{\sigma}, D) = \tau^2 - \sigma_n^2 \tan^2 \varphi + 2g(D)\sigma_c\sigma_n - g^2(D)C_{coh}^2 \quad (4.16)$$

Le critère sera défini de telle sorte que si $F(\underline{\sigma}, D) < 0$, il n'y aura pas d'endommagement et si $F(\underline{\sigma}, D) = 0$ ainsi que $\dot{F}(\underline{\sigma}, D) = 0$ le matériau s'endommagera. Dans l'Eq. (4.16) :

$$\sigma_c = \frac{C_{coh}^2 + \sigma_R^2 \tan^2 \varphi}{2\sigma_R} \quad (4.17)$$

$$g(D) = (1 - D)(1 - \beta \ln(1 - D)) \quad (4.18)$$

et :

- $\tau^2 = \underline{\tau} \cdot \underline{\tau}$, avec $\underline{\tau} = \underline{\sigma} - \sigma_n \underline{n}$ où \underline{n} est le vecteur normal du joint,
- σ_R : résistance en traction du joint à l'état vierge,
- C_{coh} : cohésion (i.e. résistance au cisaillement sous contrainte normale nulle) du joint à l'état vierge,
- φ : angle de frottement interne du joint à l'état entièrement endommagé,
- β : paramètre caractérisant le comportement radoucissant du matériau,
- $g(D)$: fonction de la variable d'endommagement déterminant l'effet de l'endommagement sur l'extension du domaine (effet 'écrouissage') (Pouya et Bemani Yazdi, 2015). La fonction auxiliaire $g(D)$ est déterminée en se basant sur la condition de consistance. Cette condition exprime que la fonction $F(\underline{\sigma}, D)$ doit rester égale à zéro sous le processus d'endommagement. Autrement dit, dès que F atteint zéro, si l'endommagement continue, l'augmentation de la variable D doit être telle que le critère soit toujours respecté.

La Figure 4-2a représente l'évolution de la surface du critère en fonction de l'état d'endommagement. La condition de consistance entre des paramètres implique que $C_{coh}/\tan \varphi > \sigma_R$. A l'état vierge, le joint n'est pas encore endommagé, ainsi $D = 0$ et $g(D) = 1$. Le joint travaille avec tous ses termes de résistance (σ_R , C_{coh} , φ) et le critère est sous une forme hyperbolique. Dans cette configuration, lorsque la contrainte normale σ_n (en

mode I) dépasse la résistance en traction σ_R , ou la contrainte tangentielle τ (en Mode II) est plus grande que la cohésion C_{coh} , ou bien sous des modes mixtes satisfaisant le critère (4.16), le système commence à s'endommager. Lorsque la variable d'endommagement augmente, la surface du critère diminue. Il convient de noter qu'un endommagement en mode I (traction) entraîne également une dégradation de la résistance en cisaillement, et un endommagement en mode II (cisaillement dans le plan) implique également une dégradation de la résistance en traction. A l'état final de l'endommagement, $D = 1$ et $g(D) = 0$, le critère (4.16) devient tout simplement :

$$F(\underline{\sigma}, D) = \tau^2 - \sigma_n^2 \tan^2 \varphi \quad (4.19)$$

Il est important de noter que dans cet état le critère (4.19) se réduit à celui de Mohr-Coulomb. La Figure 4-2b représente l'évolution de la fonction $g(D)$ en fonction de la variable d'endommagement D et sous différentes valeurs du paramètre de radoucissement β . Lorsque $\beta > 1$ (i.e. des matériaux quasi-ductiles et ductiles), $g(D)$ peut être plus grande que 1 pour une certaine gamme de la variable d'endommagement. Ceci entraîne le fait qu'en maintenant toutes les autres propriétés du joint (sauf le paramètre β) la résistance de joint est supérieure à σ_R (en mode I pure), ou bien C_{coh} (en mode II pure). Ce résultat s'explique par une phase de durcissement après la phase élastique (avec sa limite σ_R). Cette phase de durcissement est à l'origine de l'augmentation la résistance en traction avant de passer à la phase de radoucissement avec la dégradation des propriétés mécaniques du joint.

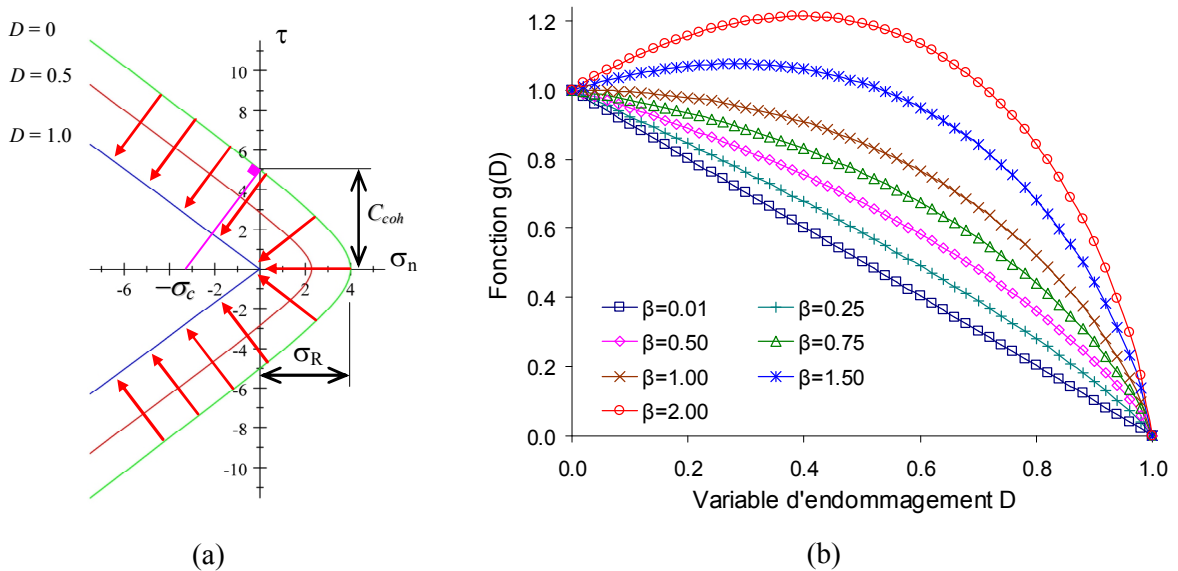


Figure 4-2 – (a) Evolution de la surface d'endommagement d'un joint rocheux de son état vierge ($D = 0$), à un état intermédiaire ($D = 0.5$), et à l'état entièrement endommagé ($D = 1$) (Pouya et Bemani Yazdi, 2015), (b) évolution de la fonction $g(D)$ en fonction de la variable d'endommagement et sous différentes valeurs du paramètre de radoucissement β .

4.2.4 Evolution de la variable d'endommagement

La loi d'évolution de la variable d'endommagement D dépend du déplacement relatif de la fracture cohésive par rapport à la valeur limite du déplacement élastique u_0 . Ce déplacement limite élastique peut être comparé à la distance de séparation du modèle de fracture cohésive. Pour le cas spécial dans le quel une contrainte normale progressive de traction est appliquée sur la fracture cohésive, le comportement endommagement-élastique de la fracture cohésive s'écrit :

$$\underline{\sigma} = (1 - D) \underline{K} \underline{u} \quad (4.20)$$

La variable d'endommagement reste égale à zéro jusqu'à la valeur de déplacement u_0 , et puis évolue exponentiellement avec le déplacement normal du joint u_n :

$$D = 1 - e^{-\frac{(u_n - u_0)}{\beta u_0}} \quad \text{pour } u_n \geq u_0 \quad (4.21)$$

Dans l'Eq. (4.21), le paramètre β caractérise la ductilité du matériau endommageable. β varie dans l'intervalle $[0, \infty[$ et plus β est grand, plus le matériau est ductile. La valeur limite de $\beta = 0$ correspond au comportement fragile de la fracture cohésive. En introduisant l'Eq. (4.21) dans l'Eq. (4.20), lorsqu'une contrainte en traction est appliquée, la loi constitutive de la fracture cohésive s'obtient :

$$\sigma_n = k_n u_n e^{-\frac{(u_n - u_0)}{\beta u_0}} \quad (4.22)$$

L'évolution de la variable d'endommagement et de la contrainte normale d'un joint (normalisée par rapport à la résistance en traction d'un joint rocheux intacte σ_R , avec $\sigma_R = k_n u_0$) en fonction du déplacement normal (normalisé par rapport au déplacement limite élastique u_0) et avec différentes valeurs de β , sont respectivement présentées dans la [Figure 4-3a](#) et la [Figure 4-3b](#).

Il est intéressant de noter que dans le modèle de fracture cohésive, le paramètre β est une constante et peut être déterminé en ajustant la courbe contrainte-déplacement $\underline{\sigma} = f(\underline{u})$. [Pouya and Bémani Yazdi \(2015\)](#) ont déterminé quelques valeurs du paramètre β en ajustant des données expérimentales pour différents essais: (i) [Slowik et al. \(1996\)](#) essais de traction sur le béton, (ii) [Reinhardt and Cornelissen \(1984\)](#) essais cycliques de traction-compression sur le béton, (iii) [Backers \(2004\)](#) essais de cisaillement cyclique sur la marbre de Carrara. Les valeurs de β obtenues pour ces essais sont respectivement égales à 0.20, 2.40 et 0.50.

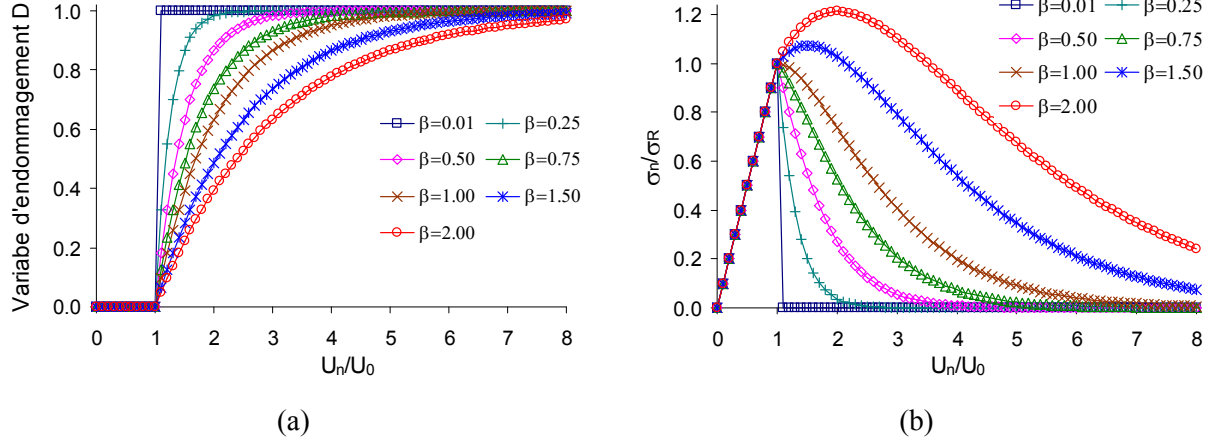


Figure 4-3 – (a) Evolution de la variable d’endommagement par rapport au déplacement normal dans l’élément de joint (normalisé par rapport à la valeur du déplacement limite élastique) avec différentes valeurs du paramètre de radoucissement β , (b) Evolution de la contrainte normale (normalisée par rapport à la résistance en traction de joints rocheux) en fonction du déplacement normal dans l’élément de joint (normalisé par rapport à la valeur du déplacement limite élastique) avec différentes valeurs du paramètre de radoucissement β .

Pour des cas de charge complexe, la variable d’endommagement est implicitement calculée en résolvant la condition de consistance du critère (4.16). Cette condition implique qu’après un incrément de contrainte (chargement) à partir d’un état de contrainte situé sur la surface d’endommagement, le vecteur de contrainte doit rester sur la surface d’endommagement. Cette condition est traduite mathématiquement par:

$$dF = 0 \quad (4.23)$$

A cette étape, deux méthodes de calcul de l’incrément de la variable d’endommagement peuvent être adoptées :

(a) Méthode 1 :

Un incrément petit de charge $d\sigma$ entraîne un incrément de la variable d’endommagement dD afin d’assurer la condition de consistance (4.23). D’où :

$$F(\sigma + d\sigma, D + dD) = 0 \quad (4.24)$$

Le développement limité de l’Eq. (4.24) s’écrit :

$$F(\sigma, D) + \frac{\partial F}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial F}{\partial D} dD = F(\sigma, D) + \frac{\partial F}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial D} dD + \frac{\partial F}{\partial D} dD = 0 \quad (4.25)$$

On en déduit :

$$dD = - \frac{F(\sigma, D)}{\frac{\partial F}{\partial D} + \frac{\partial F}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial D}} \quad (4.26)$$

Les dérivées partielles de la fonction F et $\underline{\sigma}$ s'obtiennent :

$$\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}} = \begin{cases} \partial F / \partial \tau = 2\tau \\ \partial F / \partial \sigma_n = -2\sigma_n \tan^2 \varphi + 2g\sigma_c \end{cases} \quad (4.27)$$

$$\partial F / \partial D = [2\sigma_c \sigma_n - 2gC_{Coh}^2] \partial g / \partial D \quad (4.28)$$

$$\partial g / \partial D = -1 + \beta + \beta \ln(1 - D) \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial \underline{\sigma}}{\partial D} = \begin{cases} \frac{\partial \tau}{\partial D} = -k_{tt} u_t = -\frac{\tau + sk_{tR} u_t \left(\ln \alpha + \frac{u_n}{e\alpha} \right)}{(1 - D)} \\ \frac{\partial \sigma_n}{\partial D} = -k_{nn} u_n = -\frac{\sigma_n + sk_{nR} u_n \left(\ln \alpha + \frac{2u_n}{e\alpha} \right) + \frac{su_n}{(e\alpha)^2} \left(\frac{k_{nR} u_n^2}{2} + \frac{k_{tR} u_t^2}{2} \right)}{1 - D} \end{cases} \quad (4.30)$$

En introduisant les dérivées partielles (4.30) dans l'Eq. (4.26), l'incrément de la variable d'endommagement en fonction des incréments de contrainte s'obtient en général :

$$dD = - \frac{F(\underline{\sigma}, D)}{\left[2\sigma_c \sigma_n - 2g(D)C_{Coh}^2 \right] [-1 + \beta + \beta \ln(1 - D)] - 2\tau \frac{\tau + sk_{tR} u_t \left(\ln \alpha + \frac{u_n}{e\alpha} \right)}{(1 - D)} + \left(2\sigma_n \tan^2 \varphi - 2\sigma_c \right) \frac{\sigma_n + sk_{nR} u_n \left(\ln \alpha + \frac{2u_n}{e\alpha} \right) + \frac{su_n}{(e\alpha)^2} \left(\frac{k_{nR} u_n^2}{2} + \frac{k_{tR} u_t^2}{2} \right)}{1 - D}} \quad (4.31)$$

Pour le cas de traction pure : $s = 0$, en tenant compte de l'expression (4.18), le dénominateur de l'Eq. (4.31) se réduit à :

$$\begin{aligned} \text{Dénom} &= [2\sigma_c \sigma_n - 2g(D)C_{Coh}^2] [-1 + \beta + \beta \ln(1 - D)] - \frac{2}{1 - D} [\tau^2 + g(D)\sigma_c \sigma_n - \sigma_n^2 \tan^2 \varphi] \\ &= [2\sigma_c \sigma_n - 2g(D)C_{Coh}^2] \left[\beta - \frac{g(D)}{1 - D} \right] - \frac{2}{1 - D} [F(\underline{\sigma}, D) - g(D)\sigma_c \sigma_n + g^2(D)C_{Coh}^2] \\ &= -\frac{2F(\underline{\sigma}, D)}{1 - D} + 2\beta(\sigma_c \sigma_n - g(D)C_{Coh}^2) \end{aligned} \quad (4.32)$$

D'où l'incrément de la variable d'endommagement pour le cas de traction pure s'écrit :

$$dD = - \frac{F(\underline{\sigma}, D)}{-\frac{2F(\underline{\sigma}, D)}{1 - D} + 2\beta(\sigma_c \sigma_n - g(D)C_{Coh}^2)} \quad (4.33)$$

(b) Méthode 2 :

Pour cette méthode, posons $\sigma_0 = \sigma_c / \tan \varphi$, d'où :

$$\sigma_0 = \frac{C_{Coh}^2 + \sigma_R^2 \tan^2 \varphi}{2\sigma_R \tan \varphi} \quad (4.34)$$

$$\sigma_0^2 - C_{Coh}^2 = \left(\frac{C_{Coh}^2 + \sigma_R^2 \tan^2 \varphi}{2\sigma_R \tan \varphi} \right)^2 - C_{Coh}^2 = \left(\frac{C_{Coh}^2 - \sigma_R^2 \tan^2 \varphi}{2\sigma_R \tan \varphi} \right)^2 > 0 \quad (4.35)$$

Le critère (4.16) est réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} F(\underline{\sigma}, D) &= \tau^2 + g^2(D) [\sigma_0^2 - C_{Coh}^2] - [g(D)\sigma_0 - \sigma_n \tan \varphi]^2 \\ &= \left[\sqrt{\tau^2 + g^2(D) [\sigma_0^2 - C_{Coh}^2]} + \sigma_n \tan \varphi - g(D)\sigma_0 \right] \\ &\quad \times \left[\sqrt{\tau^2 + g^2(D) [\sigma_0^2 - C_{Coh}^2]} - \sigma_n \tan \varphi + g(D)\sigma_0 \right] \end{aligned} \quad (4.36)$$

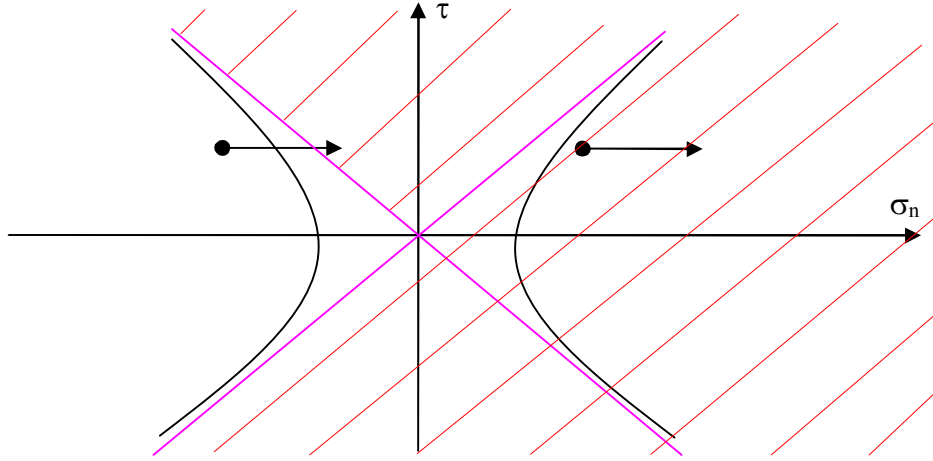


Figure 4-4 – Deux branches du critère de la rupture (4.36) dans le plan de contraintes normale et tangentielle d'un joint.

Le critère (4.36) a deux branches (voir la [Figure 4-4](#)), la branche droite n'est pas la solution car plus la contrainte en traction augmente, plus on rentre vers l'intérieur du domaine élastique, ce qui n'est pas réaliste. D'où la solution du problème doit être la branche gauche et le critère d'endommagement se réduit donc à :

$$F(\underline{\sigma}, D) = \sqrt{\tau^2 + g^2(D) [\sigma_0^2 - C_{Coh}^2]} + \sigma_n \tan \varphi - g(D)\sigma_0 \quad (4.37)$$

A ce stade, l'incrément de la variable d'endommagement dD peut être calculé selon l'Eq. (4.26) en réécrivant les dérivées de la fonction $F(\underline{\sigma}, D)$, $\underline{\sigma}$ and $g(D)$:

$$\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}} = \begin{cases} \frac{\partial F}{\partial \tau} = \frac{\tau}{\sqrt{\tau^2 + [\sigma_0^2 - C_{Coh}^2] g^2(D)}} \\ \frac{\partial F}{\partial \sigma_n} = \tan \varphi \end{cases} \quad (4.38)$$

$$\frac{\partial F}{\partial D} = \frac{\partial F}{\partial g} \frac{\partial g}{\partial D} = \left[\frac{(\sigma_0^2 - C_{Coh}^2) g(D)}{\sqrt{\tau^2 + [\sigma_0^2 - C_{Coh}^2] g^2(D)}} \right] [-1 + \beta + \beta \ln(1-D)] \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial \underline{\sigma}}{\partial D} = \begin{cases} \frac{\partial \tau}{\partial D} = -k_{tt} u_t = -\frac{\tau + s k_{tR} u_t \left(\ln \alpha + \frac{u_n}{e\alpha} \right)}{(1-D)} \\ \frac{\partial \sigma_n}{\partial D} = -k_{nn} u_n = -\frac{\sigma_n + s k_{nR} u_n \left(\ln \alpha + \frac{2u_n}{e\alpha} \right) + \frac{s u_n}{(e\alpha)^2} \left(\frac{k_{nR} u_n^2}{2} + \frac{k_{tR} u_t^2}{2} \right)}{1-D} \end{cases} \quad (4.40)$$

En introduisant les dérivées (4.38), (4.39), et (4.40) dans l'expression (4.26), l'incrément de la variable d'endommagement s'obtient :

$$dD = - \frac{F(\underline{\sigma}, D)}{\left[\begin{aligned} & \left[\frac{(\sigma_0^2 - C_{Coh}^2) g(D)}{\sqrt{\tau^2 + [\sigma_0^2 - C_{Coh}^2] g^2(D)}} \right] [-1 + \beta + \beta \ln(1-D)] \\ & - \frac{\tau}{\sqrt{\tau^2 + [\sigma_0^2 - C_{Coh}^2] g^2(D)}} \frac{\tau + s k_{tR} u_t \left(\ln \alpha + \frac{u_n}{e\alpha} \right)}{(1-D)} \\ & - \tan \varphi \frac{\sigma_n + s k_{nR} u_n \left(\ln \alpha + \frac{2u_n}{e\alpha} \right) + \frac{s u_n}{(e\alpha)^2} \left(\frac{k_{nR} u_n^2}{2} + \frac{k_{tR} u_t^2}{2} \right)}{1-D} \end{aligned} \right]} \quad (4.41)$$

Pour le cas de traction pure : $s = 0$, l'Eq. (4.31) se réduit à :

$$dD = - \frac{F(\underline{\sigma}, D)}{\left[\begin{aligned} & \left[\frac{(\sigma_0^2 - C_{Coh}^2) g(D)}{\sqrt{\tau^2 + [\sigma_0^2 - C_{Coh}^2] g^2(D)}} \right] [-1 + \beta + \beta \ln(1-D)] \\ & - \frac{1}{1-D} \left[\frac{\tau^2}{\sqrt{\tau^2 + [\sigma_0^2 - C_{Coh}^2] g^2(D)}} + \sigma_n \tan \varphi \right] \end{aligned} \right]} \quad (4.42)$$

4.2.5 Comportement en présence d'une pression interstitielle

En présence d'une pression interstitielle p (voir la Figure 4-5), le comportement poroélastique des fractures pose des problèmes conceptuels. Si les fractures sont considérées comme des espaces vides remplis de fluide, la contrainte dans la fracture est représentée seulement par une pression interstitielle p . Lorsque ces fractures ont une certaine rigidité élastique, le concept de la contrainte effective de Biot permet d'introduire la pression interstitielle dans l'Eq. (4.9) de la manière suivante:

$$\begin{pmatrix} \sigma_n + b_f p \\ \tau \end{pmatrix} = (1-D) \begin{bmatrix} k_{nn} & k_{nt} \\ k_{tm} & k_{tt} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_n \\ u_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \partial\Phi/\partial u_n \\ \partial\Phi/\partial u_t \end{pmatrix} \quad (4.43)$$

où b_f et p sont respectivement le coefficient poroélastique de Biot pour la fracture (i.e. éléments de joint) et la pression interstitielle.

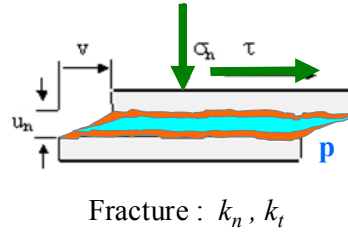


Figure 4-5 – Modèle hydromécanique de fracture cohésive (Pouya et Bendjeddou, 2011).

D'après Pouya et Bendjeddou (2011), le coefficient b_f doit être lié au pourcentage de la surface en contact des épontes, plus précisément, au rapport de la surface de contact des aspérités à la surface totale du joint. Une valeur de $b_f = 0$ ne conviendrait qu'à un joint dans lequel le fluide ne peut pénétrer. En effet, dès qu'un fluide sous pression peut pénétrer dans un joint, une ouverture en résulte nécessairement (sauf pour un joint infiniment rigide). Dans le cadre de ce chapitre, il est supposé que les éléments de joints sont tous ouverts avec de petits contacts. Ainsi, une valeur élevée du coefficient de Biot $b_f = 1.0$ est considéré et attribué à tous les éléments de joint. Pour des raisons de simplicité, le coefficient de Biot de la fracture (joint) est supposé constant au cours du processus de l'endommagement. Lorsque la fracture n'est pas encore endommagée ($D = 0$) et est en extension, en reprenant l'analyse de la Section 2.3.5 et en supposant le coefficient de Biot b_f pour la fracture (joint), on trouve les équations suivantes pour une matrice fracturée soumise à une pression interstitielle p :

$$\begin{aligned} \forall \underline{x} \in \Omega; \quad \partial_j [C_{ijkl} \partial_k u_l] &= b \partial_i p(\underline{x}) \\ \forall \underline{x} \in \partial_f \Omega; \quad [C_{ijkl} \partial_k u_l] n_i &= -(b_f - b) p(\underline{x}) n_i \\ \forall \underline{x} \in \partial_y \Omega; \quad u_x(\underline{x}) &= 0 \quad \text{et} \quad \lim_{\|\underline{x}\| \rightarrow \infty} u(\underline{x}) = 0 \end{aligned} \quad (4.44)$$

L'Eq. (4.44) montre que pour une matrice fracturée, sous l'effet poromécanique, une pression $(b_f - b)p$ est à l'origine du déplacement d'ouverture de la fracture (mais non $b_f p$ lorsqu'il y a seulement la pression p dans la fracture). Par analogie avec l'Eq. (4.43), la contrainte normale dans la fracture (joint) peut s'écrire :

$$\sigma_n = k_{nn} u_n - (b_f - b)p \quad (4.45)$$

D'où on obtient la formule suivante pour la variation de l'ouverture de la fracture (joint) due à l'incrément de contrainte et de pression interstitielle:

$$\Delta e = \frac{\Delta \sigma_n + (b_f - b)\Delta p}{k_{nn}} \quad (4.46)$$

où b est le coefficient de Biot pour la matrice poreuse. D'où, l'ouverture totale de la fracture devient $e = e_0 + \Delta e$ avec e_0 l'ouverture de la fracture à l'état initial. Cette augmentation de l'ouverture entraîne également une augmentation de la conductivité de la fracture qui est liée à la conductivité initiale c_{f0} de la manière suivante, selon la loi cubique de Poiseuille :

$$c_f = \frac{e^3}{12\mu} = \frac{e_0^3}{12\mu} \left(1 + \frac{\Delta e}{e_0}\right)^3 = c_{f0} \left(1 + \frac{\Delta e}{e_0}\right)^3 \quad (4.47)$$

4.3 Simulations numériques avec chargements mécaniques purs

Dans cette section, des simulations numériques sont réalisés en utilisant le MFC présenté dans les sections précédentes. Dans un premier temps, le cas de chargement purement mécanique est réalisé. Le phénomène d'instabilité de propagation est observé en mode de traction (mode I) et de cisaillement (mode II). En particulier, une relation d'équivalence est établie entre deux approches MFC et MLR en termes de la longueur de propagation de fracture sous des charges similaires. Le phénomène de branchement de fracture lors d'un chargement en cisaillement est modélisé.

4.3.1 Propagation et instabilité en mode I (mode de traction)

Dans cette section, deux applications avec chargements purement mécaniques sont présentées en utilisant le modèle de fracture cohésive décrit ci-dessus. La première application concerne l'instabilité des joints cohésifs propageant sous le chargement de traction, et la deuxième application traite le phénomène d'instabilité lors de propagation sous chargement de cisaillement. L'objectif de cette section est de montrer que le modèle de fracture cohésive pourra simuler quelques caractéristiques spécifiques de propagation de fracture.

Le phénomène d'instabilité lors de la propagation de fracture attire l'attention de nombreux chercheurs en raison de sa présence dans l'expérimentation et aussi dans les simulations numériques. [Chaboche et al. \(2001\)](#) ont utilisé un système de ressorts en séries pour simuler

cette instabilité dans une structure simple 2D uniaxiale. Pichler et Dormieux (2009b) réfèrent à l'approche micromécanique afin d'expliquer ce phénomène. Carpinteri et Monetto (1999) ont employé la méthode des éléments de frontière de discontinuité de déplacement (en acronyme anglais DDBEM : Displacement Discontinuity Boundary Element Methods) implémenté par Brencich et Carpinteri (1986) pour expliquer ce phénomène. Dans notre premier exemple, le phénomène d'instabilité est reproduit en utilisant le modèle de fracture cohésive. Une fracture de longueur de 7m dans un domaine de 10m×10m est considérée. La fracture est modélisée par des joints cohésifs, raffinés régulièrement le long de la fracture. La matrice entourée est supposée élastique linéaire et isotrope avec $E = 10 \text{ GPa}$ et $\nu = 0.25$. Les propriétés de la fracture cohésive sont les suivantes : raideur normale $k_{nn} = 10 \text{ GPa/m}$, raideur tangentielle $k_{tt} = 1000 \text{ GPa/m}$, et $k_{tn} = k_{nt} = 0$ ce qui signifie l'absence de dilatance et d'effet de contrainte normale sur le déplacement tangentiel dans le domaine d'élasticité, les raideurs résiduelles normale et tangentielle $k_{tR} = k_{nR} = 1 \text{ GPa/m}$, la fermeture minimale $e_0 = 1 \text{ mm}$. En plus, la résistance en traction $\sigma_R = 2.0 \text{ MPa}$, la cohésion $C_{coh} = 2.2 \text{ MPa}$, l'angle de frottement interne $\varphi = 30^\circ$, le paramètre de radoucissement $\beta = 1.0$. Il est à noter que sous une contrainte en traction pure, les raideurs résiduelles n'ont pas d'importance car lorsque $u_n > 0$, $s = 0$ et le potentiel Φ s'annule. Les conditions aux limites sont décrites dans la Figure 4-6a.

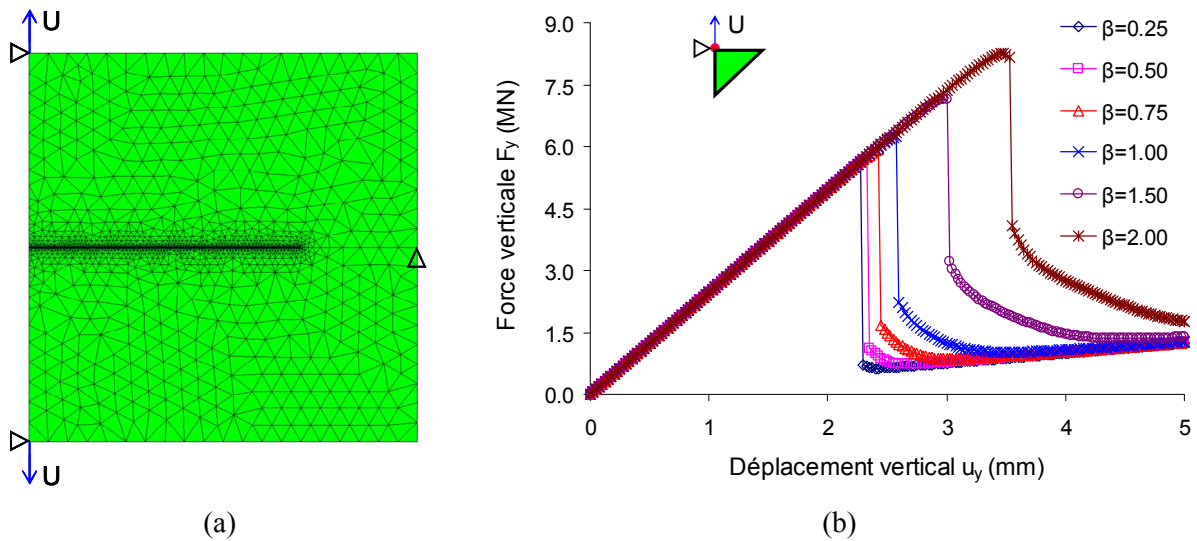


Figure 4-6 – (a) Géométrie et conditions aux limites du modèle sous chargement de traction (mode I), (b) Evolution de la force verticale par rapport au déplacement vertical à l'élément situé au coin haut du bord gauche du domaine sous différentes valeurs du paramètre de radoucissement β .

La Figure 4-6b présente des variations de la force verticale au nœud situé au coin haut du bord gauche du domaine en fonction du déplacement vertical imposé sous différentes valeurs du paramètre de radoucissement β . La courbe d'évolution peut être ainsi divisée en trois phases : (i) augmentation linéaire correspondant au comportement élastique, (ii) chute brusque décrivant l'endommagement des éléments de joint, et (iii) stabilité et augmentation

avec la même pente présentant le comportement élastique de la matrice après l'endommagement du dernier élément de joint (à la pointe de la fracture cohésive).

La [Figure 4-7a](#) montre des variations de la contrainte normale du joint (normalisée par rapport à la résistance de traction σ_R) le long de la ligne de la fracture sous différentes valeurs du déplacement vertical imposé (normalisé par rapport au déplacement limite élastique $u_0 = \sigma_R/k_{nn}$). Cette contrainte normalisée augmente afin d'atteindre la valeur d'unité lorsque les éléments de joint commencent à s'endommager. Avec l'augmentation du chargement, la contrainte dans les éléments endommagés diminue et s'approche à la valeur zéro lorsque ces éléments sont totalement endommagés. Pour des valeurs petites du déplacement imposé, les éléments proches de la pointe de la fracture sont sous compression. Les résultats de simulation montrent un saut net de la variation de la contrainte normale le long de la fracture lorsque le rapport u_y/u_0 est aux alentours d'une certaine valeur limite. Même un raffinement extrême des incréments du déplacement imposé ne parvient pas à surmonter ce problème, ce qui montre qu'il s'agit surtout d'un phénomène d'instabilité.

La [Figure 4-7b](#) présente l'évolution de la contrainte tangentielle (normalisée par rapport à la cohésion C_{coh}) le long la ligne des éléments de joint en fonction du déplacement vertical (normalisé par rapport au déplacement limite élastique $u_0 = \sigma_R/k_{nn}$). La valeur de cette contrainte est très petite et peut être négligée devant la cohésion ainsi que la résistance de traction du matériau. Il n'y a quasiment pas de glissement des éléments de joint lors des sollicitations en traction avec la configuration décrite dans la [Figure 4-6a](#).

La [Figure 4-7c](#) présente des variations de la variable d'endommagement le long de la fracture pour différents incréments de chargement. Cette variable reste nulle jusqu'au stade où la contrainte normale dans l'élément de joint atteint la résistance en traction, puis augmente avec le déplacement appliqué et finalement atteint la valeur d'unité représentant l'état d'endommagement entier. La variation de la variable d'endommagement entre zéro et un le long de la fracture est très brusque et localisée sur une distance très courte. Cela conduit à la détermination de la position de la pointe de la fracture avec seulement une petite erreur.

Les sauts observés dans les [Figure 4-7a](#), [Figure 4-7b](#) et [Figure 4-7c](#) montrent l'instabilité de la propagation dans la fracture cohésive. Cette instabilité est similaire au phénomène de « snap-back » obtenu dans la phase de décharge d'un test triaxial lors que la cellule n'est pas suffisamment rigide ([Carpinteri, 1989](#); [Chaboche et al., 2001](#)). L'[Annexe 6](#) et l'[Annexe 7](#) montrent plus en détails l'explication de l'influence du module d'Young de la matrice et la raideur d'un joint cohésif sur le phénomène d'instabilité en considérant un système matrice – fracture comme un système simple de deux ressorts en séries.

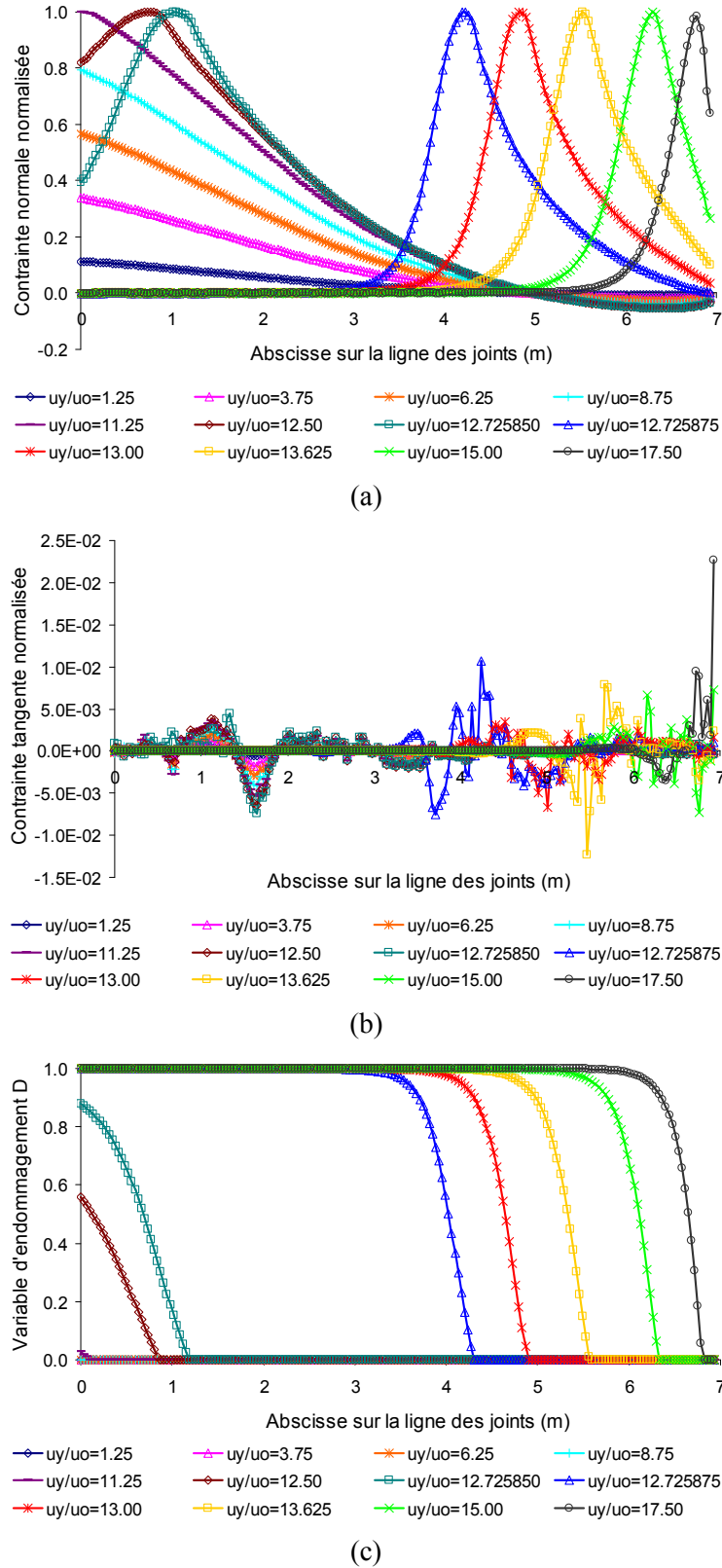


Figure 4-7 – Evolution de (a) la conainte normale, (b) la conainte tangentielle et (c) la variable d'endommagement le long la ligne des éléments de joint par rapport au déplacement vertical normalisé appliqué. Le paramètre de radoucissement est égal $\beta=1$. La conainte normale est normalisée par rapport à la résistance en traction σ_R , la conainte tangentielle est normalisée par rapport à la cohésion C_{Coh} et le déplacement imposé est normalisé au déplacement limite élastique $u_0 = \sigma_R / k_{nn}$.

Pour analyser l'influence des propriétés de matériau sur le phénomène d'instabilité plus en détails, une série de calculs paramétriques pour le modèle présenté dans la Figure 4-6a est réalisée. Un déplacement vertical constant $u_y \approx 12.725u_0$, correspondant à la valeur où le phénomène d'instabilité a eu lieu dans l'étude précédente (voir la Figure 4-7), est appliqué à deux nœuds se trouvant aux coins haut et bas du bord gauche.

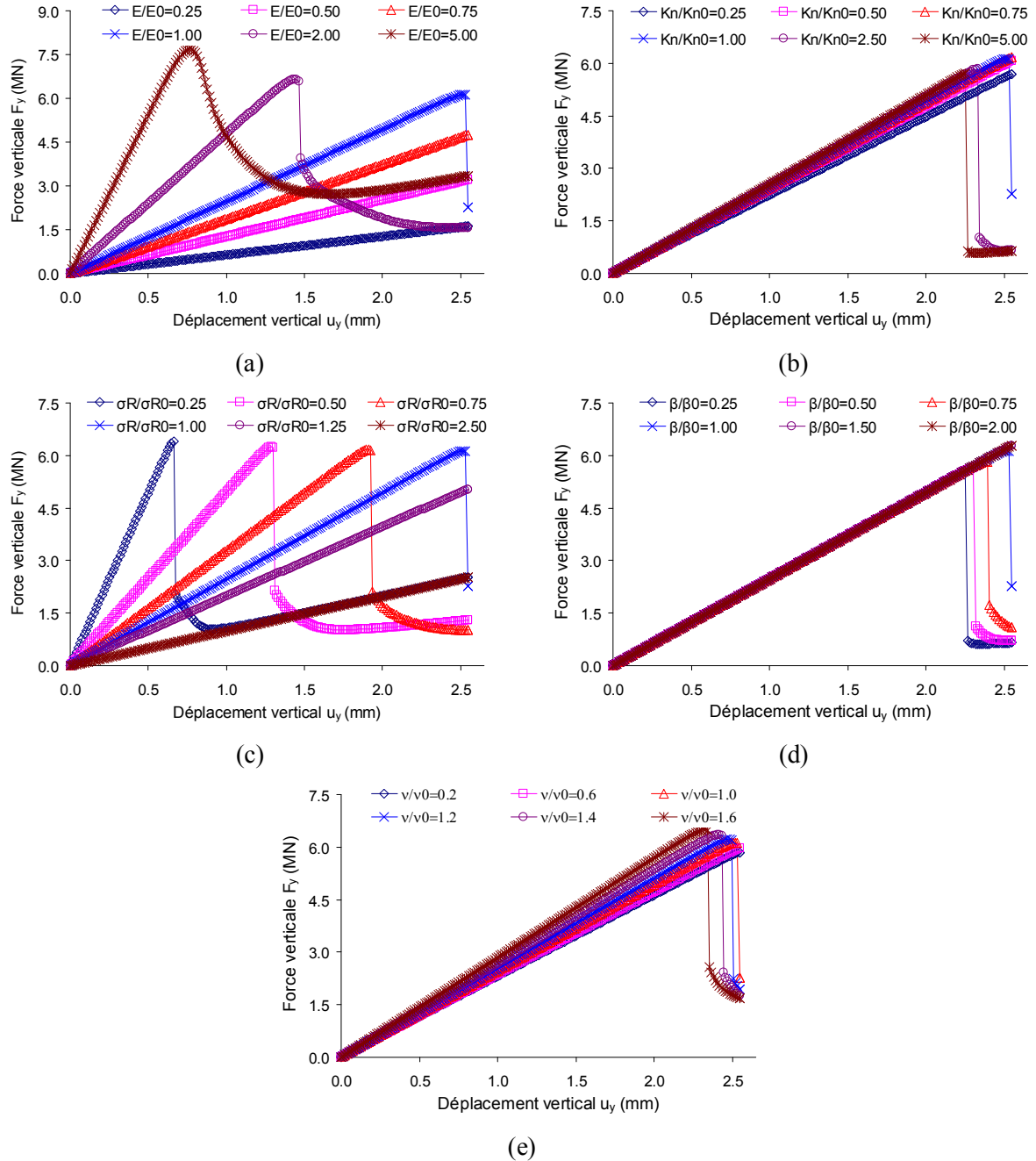


Figure 4-8 – Influence des propriétés : (a) module d'Young de la matrice, (b) raideur normale des éléments de joint, (c) résistance en traction des éléments de joint, (d) paramètre de radoucissement β , (e) coefficient de Poisson. La géométrie et des conditions aux limites sont identiques à celles dans l'étude précédente (Figure 4-6a). Toutes les propriétés du matériau dans l'étude précédente sont considérées comme des valeurs de référence avec un indice 0 telles que E_0 , σ_{R0} , k_{n0} , β_0 , ν_0 .

Les résultats de cette étude (voir Figure 4-8) montrent que le phénomène d'instabilité peut être surmonté en : (i) augmentant le module d'Young de la matrice élastique environnante, (ii) diminuant les raideurs des éléments de joint, (iii) augmentant la résistance en traction des éléments de joint, (iv) augmentant le paramètre de radoucissement β pour avoir un comportement plus ductile, ou bien (v) diminuant le coefficient de Poisson ν du matériau. En revanche, les résultats dans les Figure 4-9a,b,c montrent également que la cohésion, l'angle de frottement interne et la rigidité tangentielle d'un joint n'ont aucune influence sur le phénomène d'instabilité sous chargement en mode I (traction pure).

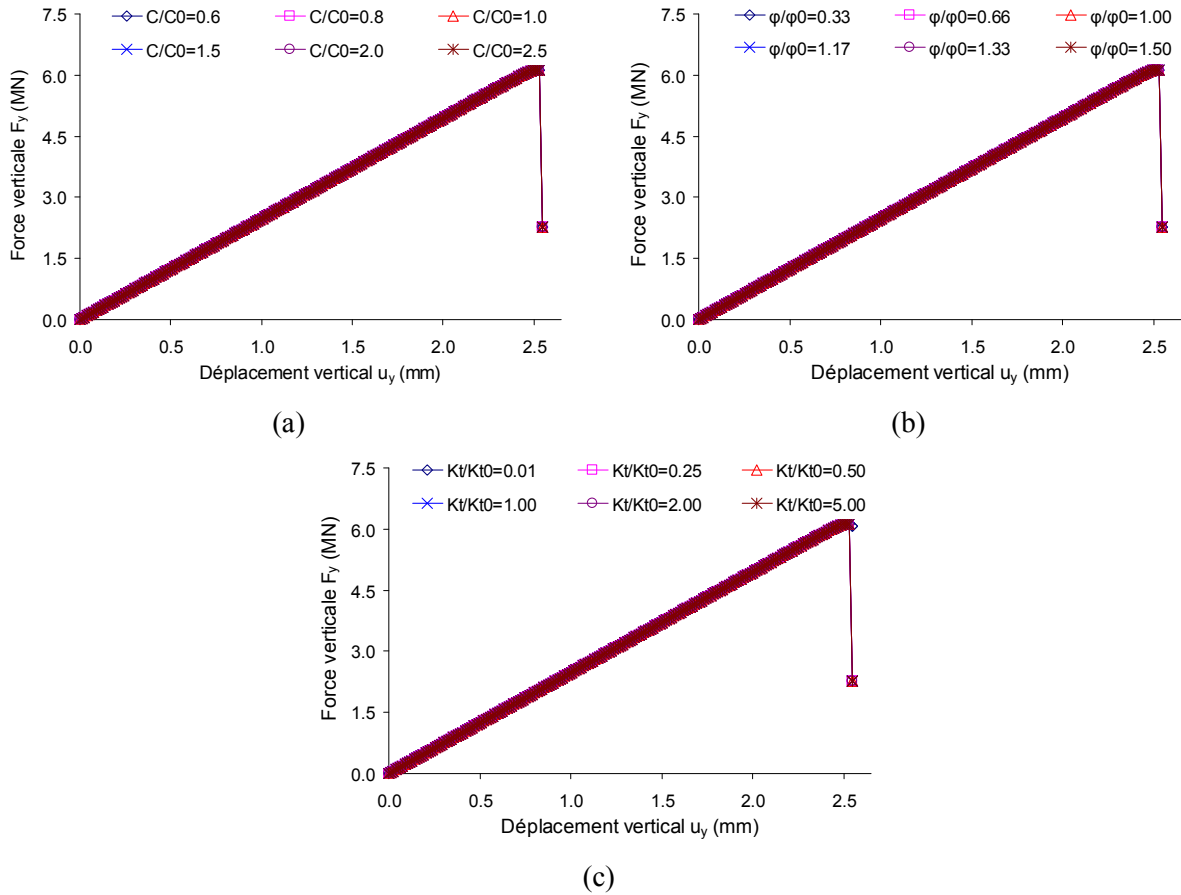


Figure 4-9 – Influence des propriétés du matériau sur le phénomène d'instabilité: (a) cohésion apparente, (b) angle de frottement interne, et (c) raideur tangentielle des éléments de joint. La géométrie et des conditions aux limites sont identiques à celles dans l'étude précédente (voir la Figure 4-6a). Toutes les propriétés du matériau dans l'étude précédente sont considérées comme des valeurs de référence avec un indice 0 telles que C_0 , ϕ_0 , et k_{t0} .

Ces résultats sont également en bon accord avec l'expression de la « ténacité équivalente » de la fracture, celle qui sera établie ultérieurement dans la Section 4.3.4.

4.3.2 Propagation et instabilité en mode II (mode de cisaillement)

Dans cette partie, le comportement de la fracture cohésive sous un chargement de cisaillement pur est étudié. Pour cette étude, le même modèle géométrique et les mêmes

caractéristiques du matériau que ceux dans la [Section 4.3.1](#) (sous le chargement de traction) sont réemployés. Les déplacements horizontaux non-nuls sont appliqués sur la partie supérieure du bord gauche. La partie inférieure du bord gauche est bloquée horizontalement tandis que le point situé au milieu du bord droite est bloqué verticalement ([Figure 4-10](#)).

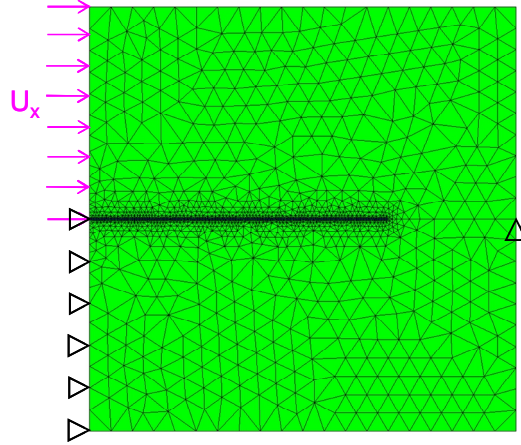


Figure 4-10 – Modèle géométrique et conditions aux limites.

La [Figure 4-11a](#) présente l'évolution de la contrainte tangentielle (normalisée par rapport à la cohésion C_{coh} du matériau) sur la ligne des éléments de joint sous différents déplacements horizontaux appliqués u_x . Pour des petits déplacements, l'endommagement des joints a lieu lorsque la contrainte tangentielle atteint la cohésion du matériau. Quant aux déplacements horizontaux plus grands, les pics de cette contrainte tangentielle, ceux qui sont nécessaires pour endommager les joints, dépassent la cohésion C_{coh} . Ce dépassement peut être expliqué par l'apparition des contraintes en compression importantes sous de grands déplacements horizontaux appliqués. Dans la [Figure 4-11b](#) la contrainte normale (normalisée par rapport à la résistance en traction du matériau) suivant la ligne des éléments de joint sous différentes valeurs des déplacements imposés est présentée. L'évolution de cette contrainte est assez complexe avec plusieurs changements de signe (signe positif caractérisant une traction et signe négatif présentant une compression). La valeur de cette contrainte de compression peut s'élever à environ deux fois la valeur de la contrainte limite en traction. Le critère de la rupture dans l'Eq. (4.16) et sa surface dans la [Figure 4-2a](#) montrent que sous une contrainte normale négative (i.e. une compression), le joint résiste à la fois par sa cohésion ainsi que par son frottement. D'où : (i) il convient d'appliquer une contrainte tangentielle (i.e. contrainte de cisaillement) plus grande que la cohésion apparente du matériau pour activer l'endommagement des joints, et (ii) plus la contrainte de compression est grande, plus la contrainte tangentielle nécessaire pour endommager des joints est importante.

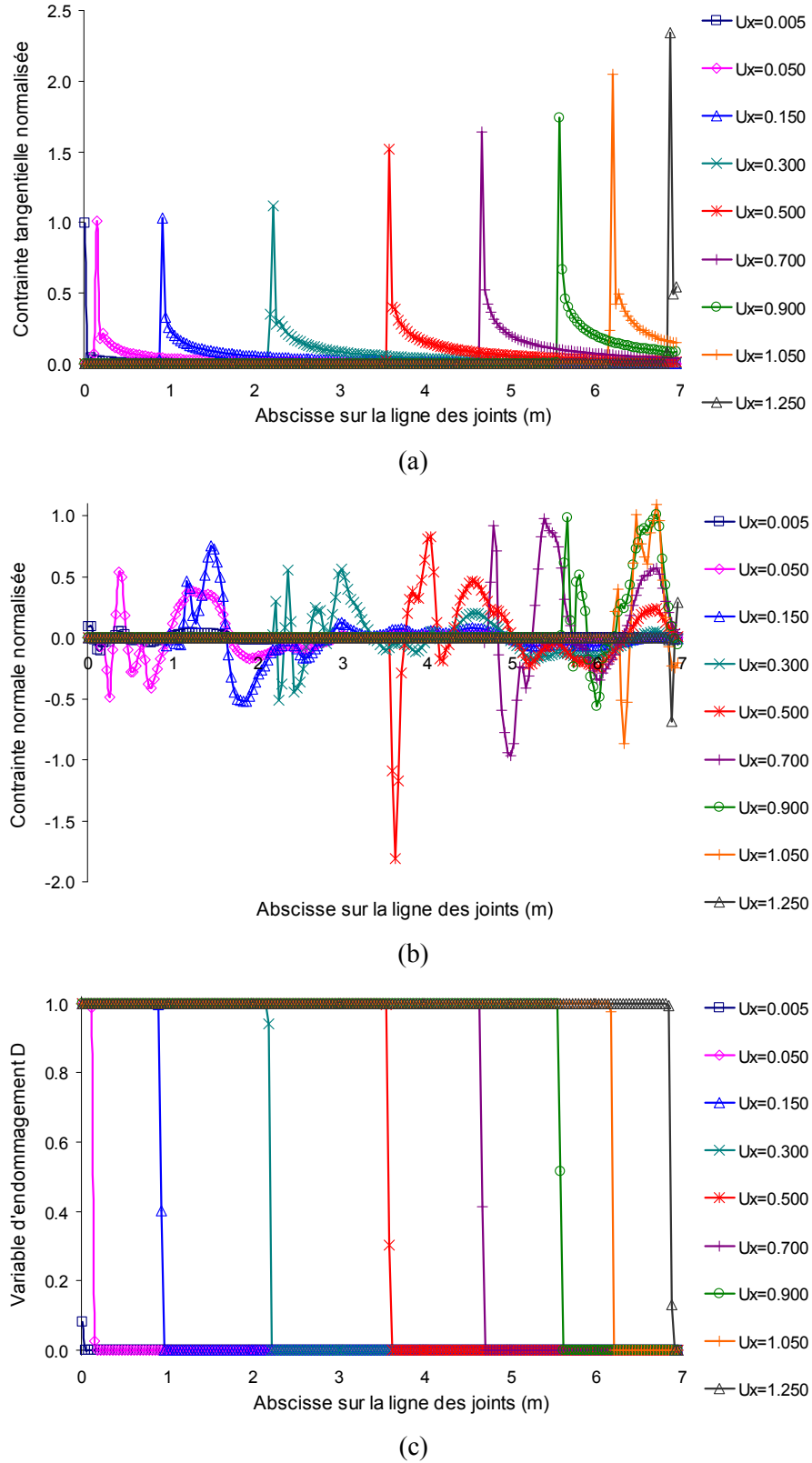


Figure 4-11 – Variations de la (a) contrainte tangentielle (normalisée par rapport à la cohésion C_{Coh} du matériau), (b) contrainte normale (normalisée par rapport à la résistance en traction σ_R du matériau), et (c) variable d'endommagement sur la ligne des éléments de joint sous différents déplacements horizontaux appliqués. L'unité des déplacements appliqués sont en mm.

Similairement au cas de chargement de traction, la variation de la variable d'endommagement dans les éléments de joint le long de la ligne des joints montre une chute très brusque entre 0 et 1 (voir la Figure 4-11c). La zone de variation brusque de la variable d'endommagement entre 0 et 1 couvre le pic de la contrainte tangentielle ainsi que le premier pic en compression (avec signe négatif) de la contrainte normale.

La Figure 4-12a présente la force horizontale résultante à l'élément situé au coin haut du bord gauche (où sont appliqués des déplacements horizontaux) par rapport aux déplacements horizontaux appliqués pour différentes valeurs du paramètre de radoucissement β .

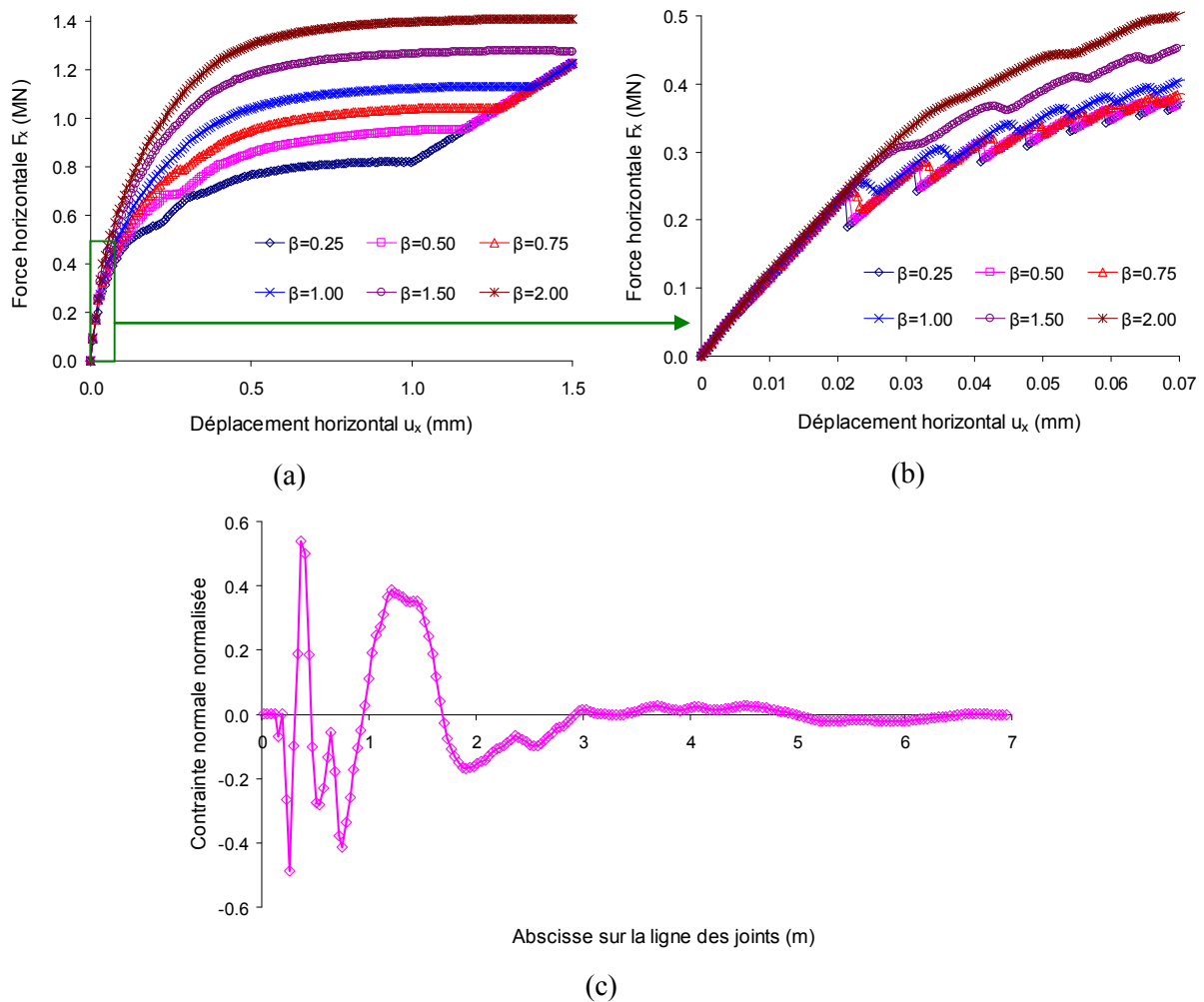


Figure 4-12 – (a) Variations de la force horizontale résultante à l'élément situé au coin haut du bord gauche par rapport au déplacement horizontal appliqué, (b) Agrandissement sur la première partie de la courbe de variations dans la Figure 4-12a, et (c) Contrainte normale normalisée sur la ligne des éléments de joint pour le cas $\beta = 1$

La Figure 4-12b est un agrandissement de la Figure 4-12a pour de petites valeurs de déplacements horizontaux appliqués. La courbe de la force horizontale peut être divisée en trois parties de la même façon que le cas d'application d'un chargement de traction précédemment : (i) augmentation linéaire de la force correspondant au comportement

élastique, (ii) endommagement des éléments de joint avec des chutes brusques consécutives, et (iii) stabilité et augmentation avec la même pente présentant le comportement élastique de la matrice environnante après l'endommagement du dernier élément de joint (à la pointe de la fracture cohésive). Les trois chutes – augmentations consécutives de la force horizontale dans la Figure 4-12b pour le cas $\beta=1$ lors de l'application d'un déplacement horizontal $u_x = 0.05$ mm peuvent être expliquées par le fait que la contrainte normale sur la ligne des éléments de joints change également de signe de négatif (compression) à positif (traction) trois fois (Figure 4-12c).

En plus, la diminution de la magnitude de ces trois chutes est liée à la diminution de la magnitude de variation de la contrainte normale en deux états compression – traction dans les éléments de joint. Avec des valeurs plus grandes du paramètre de radoucissement β , le phénomène d'instabilité semble être exclu. L'instabilité de la propagation de fracture apparaît également lors d'une augmentation des déplacements appliqués, celle qui a été observée par d'autres auteurs (Xu et Wei, 2012).

Les deux exemples présentés dans les Section 4.3.1 et Section 4.3.2 caractérisent des spécificités de la propagation de fracture y compris le phénomène de « snap-back » pour le mode I (traction) et le phénomène de « stick-slip » pour le mode II (cisaillement). Quelques auteurs (Brace, 1972; Nielsen et al., 2010), parmi d'autres, ont étudié le phénomène de « stick-slip » en laboratoire pour différents matériaux, et l'ont considéré comme un mécanisme possible des séismes. En plus, des modèles constitutives et modélisations numériques ont été également étudiés afin d'expliquer le phénomène de « stick-slip » observé en laboratoire et in-situ (Ida, 1975; Mori et Kawamura, 2005; parmi d'autres).

4.3.3 Problème de branchement de fracture

Il est bien connu qu'en mode de rupture II (mode de cisaillement dans le plan), le chemin rectiligne est instable et la fracture change de direction. Valente (1992), parmi d'autres, a utilisé le modèle de zone cohésive pour analyser le phénomène de branchement d'une poutre sous un essai de cisaillement à quatre points. Dans cette section, le branchement de fracture sous chargement de cisaillement est étudié. En outre, l'influence de la contrainte latérale (en compression) est également analysée. Pour simuler ce phénomène de branchement, une fracture cohésive de 5m de longueur dans un domaine de 10m×10m sera considérée. Une petite zone aux alentours de la pointe de la fracture où la fracture peut potentiellement brancher est extrêmement raffinée. Toutes les interfaces dans cette zone spécifique sont modélisées par des éléments cohésifs afin d'observer la direction de propagation de fracture (voir la Figure 4-13a). Dans cette simulation, la possibilité est donnée à la fracture à un point donné pour changer de direction. A ce point, la propagation de fracture peut brancher suivant un grand nombre de directions. Les propriétés de la matrice environnante sont identiques à celles utilisées dans l'étude précédente (Section 4.3.1) tandis que des propriétés de la fracture cohésive sont les suivantes : $k_t = k_{nn} = 100$ GPa/m, $k_m = k_{nt} = 0$, $\sigma_R = 2.0$ MPa,

$C_{coh} = 2.0 \text{ MPa}$, $\varphi = 30^\circ$, $\beta = 1.0$. Les conditions aux limites sont présentées dans la Figure 4-13b où un déplacement horizontal constant $u_x = 5 \text{ mm}$ est appliqué sur la partie haute du bord gauche du domaine et une contrainte normale en compression est appliquée sur le bord droit.

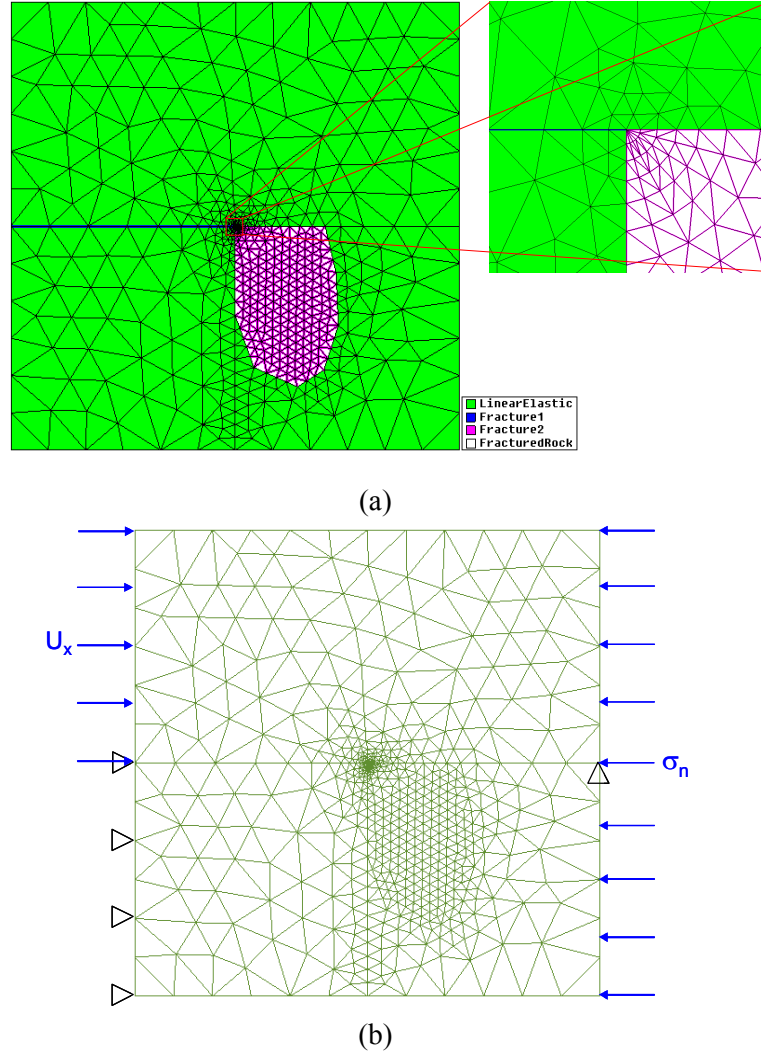


Figure 4-13 – (a) Modèle géométrique et (b) conditions aux limites. Il convient de noter que dans la Figure 4-13a la fracture de 5m de longueur (notée par Fracture1) et celles sur les interfaces des éléments triangulaires dans la zone spécifiquement maillée (notées par Fracture2) sont supposées à avoir les mêmes propriétés. Identiquement, les éléments triangulaires dans la zone spécifiquement maillée (notée par FracturedRock) ont les mêmes caractéristiques que celles de la matrice environnante (notée par LinearElastic).

La Figure 4-14 présente les résultats du chemin de branchement sous deux cas de contraintes de compression latérale. Il est à noter que lorsque la contrainte latérale (en compression) augmente, l'angle de branchement (i.e. angle par rapport à l'axe horizontal) diminue. Ceci correspond bien aux observations expérimentales ainsi qu'aux prédictions théoriques (Cotterell et Rice, 1980 ; Backers, 2004 ; parmi d'autres). Le phénomène de

branchement peut être bien simulé en utilisant le MFC présenté dans la [Section 4.2](#) et cela montre numériquement que la fracture a la possibilité pour choisir ses directions.

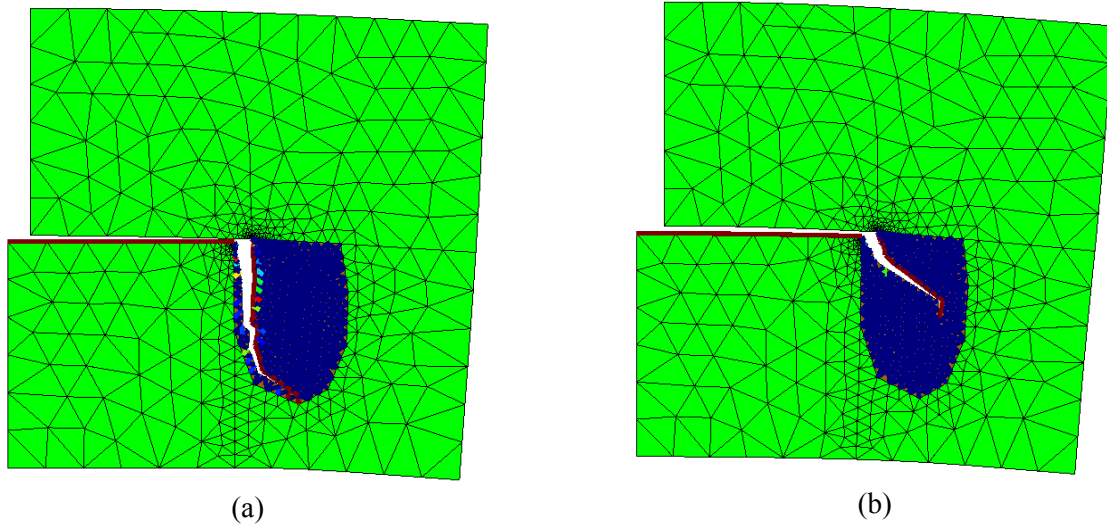


Figure 4-14 – Chemin de branchement préférentiel lors qu'un déplacement horizontal constant $u_x = 5\text{mm}$ est appliqué sur la partie haute du bord gauche, et sous des contraintes de compression latérales différentes sur tout le bord droite: (a) contrainte latérale petite, (b) contrainte latérale élevée.

Il est à noter que dans la MLR, l'angle de branchement dépend des caractéristiques de la matrice environnante (coefficient de Poisson par exemple) et des charges appliquées. Dans le MFC, en plus des caractéristiques de la matrice et des charges appliquées, cet angle dépend également des caractéristiques de la fracture cohésive (cohésion C_{coh} par exemple).

4.3.4 Equivalence de propagation entre la MLR et le MFC en mode I

Pour le mode I pure (en traction), dans le cadre de la Mécanique Linéaire de la Rupture (MLR), le critère de propagation de fracture est gouverné par un seul paramètre : le taux de restitution d'énergie (G_c) ou bien la ténacité de la fracture (K_{IC}). [Irwin \(1957\)](#) a établie une relation entre ces deux quantités, celle qui est connue sous le nom «relation d'Irwin» :

$$G_c = K_{IC}^2 / E^* \quad (4.48)$$

où $E^* = E$ en contraintes planes et $E^* = E / (1 - \nu^2)$ en déformations planes.

Pour la configuration présentée dans la [Figure 4-15a](#) lorsqu'une fracture se situe dans un milieu semi-infini, dans le cadre de la MLR, le facteur d'intensité de contraintes est donnée par des équations ci-dessous ([Hartranft and Sih, 1973](#)) :

$$K_I = \frac{2}{\pi} \frac{P\sqrt{a}}{\sqrt{a^2 - b^2}} \left[1 + f\left(\frac{b}{a}\right) \right] \quad \text{et} \quad K_{II} = \frac{2}{\pi} \frac{Q\sqrt{a}}{\sqrt{a^2 - b^2}} \left[1 + f\left(\frac{b}{a}\right) \right] \quad (4.49)$$

où $f(x) = (1 - x^2) \left[0.2945 - 0.3912x^2 + 0.7685x^4 - 0.9942x^6 + 0.5094x^8 \right]$.

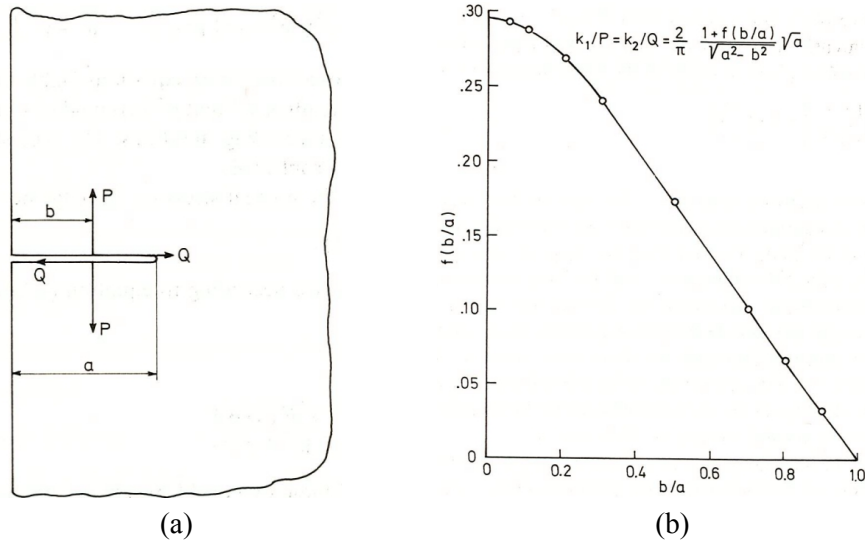


Figure 4-15 – (a) Forces ponctuelles appliquées à une fracture horizontale coupant le bord gauche du domaine et (b) Courbe de correction du facteur d'intensité de contrainte en fonction de différents rapports entre la distance où les forces ponctuelles sont appliquées et la longueur totale de la fracture (Hartranft et Sih, 1973).

Dans le cas limite où les forces ponctuelles sont appliquées sur le bord gauche ($b = 0$), le facteur d'intensité de contraintes à la pointe de la fracture, ce qui est égal à la ténacité de la fracture au moment de propagation, est donné par :

$$K_{IC} = \frac{2.589 P_C}{\pi \sqrt{a}} \quad \text{et} \quad K_{IIC} = \frac{2.589 Q_C}{\pi \sqrt{a}} \quad (4.50)$$

En combinant l'Eq. (4.48) et l'Eq. (4.50), la longueur de la fracture, sous le chargement en mode I, peut être écrite sous la forme ci-dessous:

$$a = \left(\frac{2.589}{\pi K_{IC}} \right)^2 P_C^2 = \frac{0.6791}{E^* G_C} P_C^2 = \lambda_{LEFM} P_C^2 \quad (4.51)$$

Dans l'Eq. (4.51) λ_{LEFM} est la pente de la courbe décrivant l'évolution de la pointe de la fracture (lors de sa propagation) comme une fonction du carré de chargement appliqué. λ_{LEFM} dépend des propriétés de la matrice élastique (E et ν) et l'énergie de séparation de la fracture G_C . On rappelle des Eqs. (4.16) à (4.22) pour la description de la surface hyperbolique du critère ainsi que la loi d'évolution de la variable d'endommagement du modèle de fracture cohésive. Ce modèle a été implémenté dans le code *Porofis*.

Dans cette section, une comparaison entre la MLR et le MFC en termes de propagation de fracture est réalisée. La comparaison est basée sur la longueur de propagation de fracture sous les mêmes chargements et géométries. Pour ce but, une étude est réalisée sur un cas simple de chargement en mode I à l'aide d'un couple de forces ponctuelles, présentées sur la Figure 4-15a en utilisant le modèle de fracture cohésive. Dans un premier temps, il est important de

vérifier si la longueur de fracture propagée est une fonction quadratique de la force appliquée comme prédite par la MLR dans l'Eq. (3.51). Puis, l'expression du paramètre λ_{LEFM} dans cette relation comme fonction d'autres paramètres du modèle sera examinée.

4.3.4.1 Géométrie du modèle, conditions aux limites et hypothèses

Un domaine de 35m×15m contenant une fracture cohésive à sa ligne médiane est modélisé. La fracture cohésive est modélisée par des éléments de joint (voir la Figure 4-16), et la région environnant cette fracture est finement maillée pour une bonne précision de résultats. Dans ce modèle, des éléments triangulaires linéaires sont utilisés pour la matrice tandis que des éléments à 4 nœuds sans épaisseur sont employés pour des joints. Le déplacement horizontal est bloqué sur les deux coins du bord gauche du domaine alors que le déplacement vertical est seulement appliqué au point situé au milieu du bord droit. Tous les deux bords supérieur et inférieur sont libres de contrainte. Les calculs sont réalisés en configuration de déformations planes, d'où le terme E^* dans les Eqs. (4.48) et (4.51) est remplacé par $E/(1-\nu^2)$.

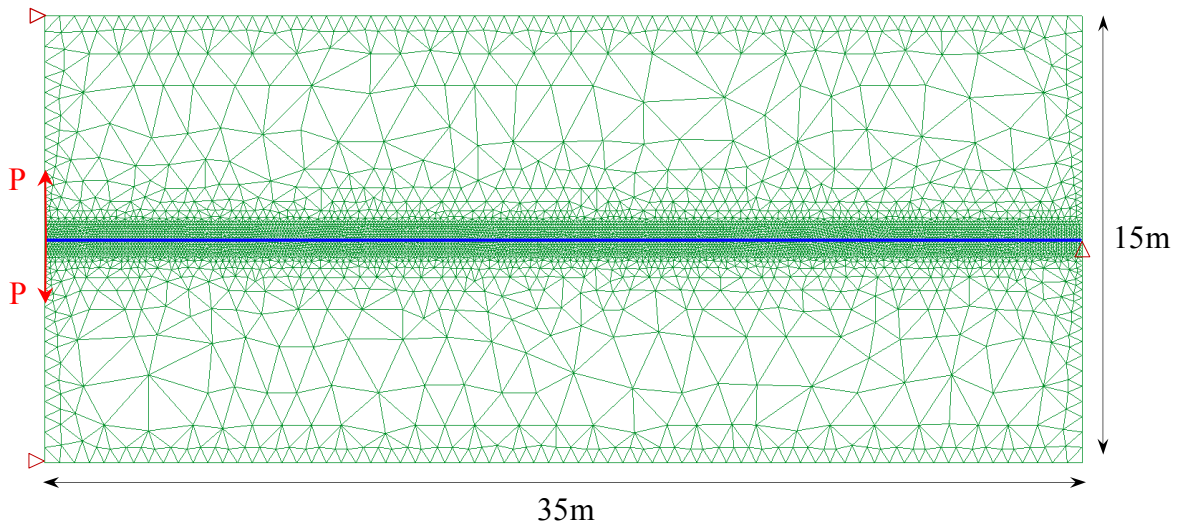


Figure 4-16 – Géométrie et conditions aux limites du modèle.

La matrice est supposée élastique linéaire et isotrope avec le module d'Young $E = 10 \text{ GPa}$ et la coefficient de Poisson $\nu = 0.25$. Les éléments de joint sont modélisés avec des caractéristiques suivantes : raideur normale $k_{nn} = 10 \text{ GPa/m}$, raideur tangentielle $k_{tt} = 1000 \text{ GPa/m}$, et $k_{nn} = k_{nt} = 0$, résistance en traction $\sigma_R = 2.0 \text{ MPa}$, cohésion $C_{coh} = 2.2 \text{ MPa}$, angle de frottement interne $\phi = 30^\circ$, paramètre de radoucissement $\beta = 0.5$. Un couple de forces ponctuelles P est appliqué sur le bord gauche de la fracture. Ces forces sont appliquées étape par étape en 1000 incréments afin de garantir des conditions de convergence pendant le processus de calcul.

Dans le cadre de la MLR, la propagation de fracture est un problème avec des conditions aux limites mobiles et la pointe de la fracture est un point unique. Or, dans le concept de MFC

la pointe de la fracture n'est, en général, pas clairement définie. Toutefois, pour pouvoir comparer la propagation de fracture entre la MLR et le MFC, la pointe « équivalente » de la fracture pour le MFC doit être nécessairement définie. La propagation de fracture avec le MFC peut être considérée comme un endommagement progressif d'une fracture existante sous chargement. Entre la zone de la fracture non-endommagée ($D=0$) et la zone de la fracture totalement endommagée ($D=1$), il y a une zone de transition dans laquelle la variable d'endommagement varie entre 0 et 1. Dans le cas d'un matériau quasi fragile, comme considéré dans ce travail en supposant une valeur petite pour le paramètre de radoucissement β , l'évolution de la variable d'endommagement dans la zone endommagée de la fracture est principalement concentrée dans une zone très petite (voir la Figure 4-7c et Figure 4-11c), comme schématisée dans la Figure 4-17. Dans ce cas, une hypothèse raisonnable peut être faite en définissant la pointe « équivalente » de la fracture pour le MFC comme le point auquel $D = 0.5$

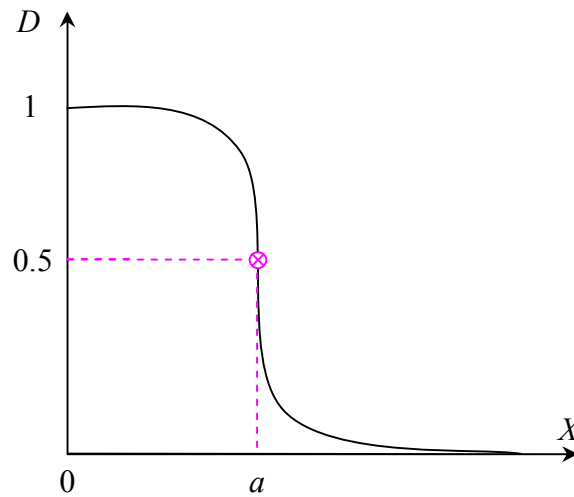


Figure 4-17 – Evolution de la variable d'endommagement le long de la ligne de la fracture cohésive.

Le choix de la pointe “équivalente” de la fracture pour le MFC est discuté par quelques auteurs (Shet and Chandra, 2002; Carpinteri, 1989). La pointe « équivalente » de la fracture cohésive peut être également choisie au point où le déplacement normal atteint sa valeur limite élastique (distance de séparation) ou bien la contrainte normale en traction atteint sa valeur de pic (i.e. sa résistance en traction).

4.3.4.2 Longueur de propagation de la fracture en fonction du chargement

Les résultats de simulation numérique pour la propagation de fracture sont présentés dans la Figure 4-18 montrant le déplacement vertical sur la déformée du domaine. La longueur de la fracture, notée par a , est mesurée entre le point A et le point B correspondant à $D = 0.5$. Le champ de déplacement est strictement symétrique en raison de la symétrie de la géométrie et du chargement. Les éléments endommagés dans le segment AB agissent de la même façon

qu'une fracture « vide » (i.e. raideurs nulles) dont les lèvres peuvent être détachées l'une de l'autre.

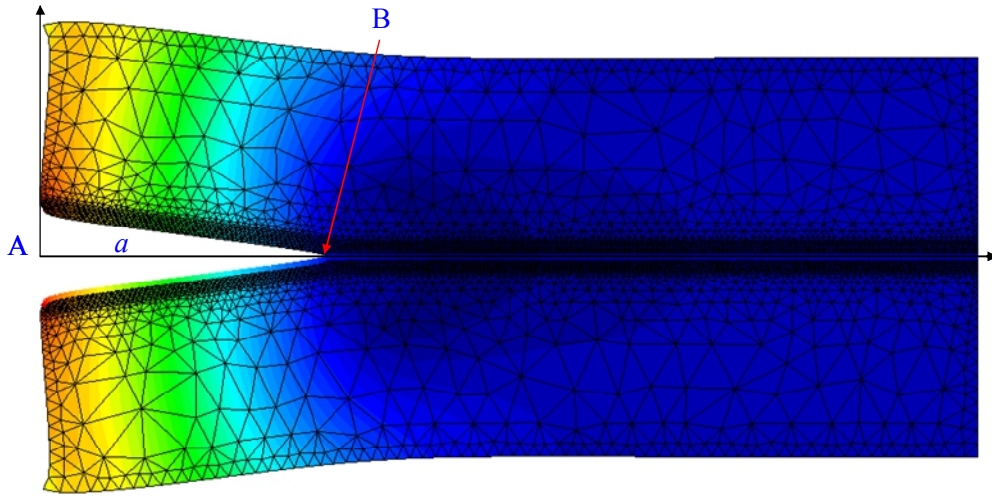


Figure 4-18 – Déplacement vertical montré sur la forme déformée sous un chargement de traction appliquée aux deux coins supérieur et inférieur du bord gauche.

Dans la Figure 4-19a la longueur de la fracture est tracée en fonction du carré du chargement appliqué P^2 . Dans cette courbe une première partie linéaire peut être observée, celle qui est séparément présentée dans la Figure 4-19b pour une meilleure visualisation. Cette partie linéaire montre que, en utilisant le MFC, la même tendance d'évolution de la longueur de propagation de fracture dépendant du carré de chargement, comme pour le cas de la MLR dérivé dans l'Eq. (4.51), peut être obtenue. La pente de cette approximation linéaire dans la Figure 4-19b est notée par λ . A ce stade, la relation entre la longueur de la fracture et le chargement appliqué peut s'écrire :

$$a = \lambda P^2 \quad (4.52)$$

La partie non-linéaire dans la Figure 4-19a peut être expliquée par des effets de bord: lorsque la longueur de la fracture augmente, elle n'est plus "petite" par rapport à la taille du domaine. Par conséquent les résultats ne peuvent plus être comparés à la relation quadratique entre a et P , ce qui représente une fracture dans un milieu semi-infini.

Il est donc possible d'établir une relation équivalente entre la MLR et le MFC. Dans ce but, l'expression de λ comme une fonction d'autres paramètres du modèle doit être déterminée. Dans les sections qui suivent, une étude paramétrique est effectuée afin de déterminer l'effet des propriétés de la matrice (E , ν) et des paramètres du MFC (σ_R , k_m , β) sur la pente λ .

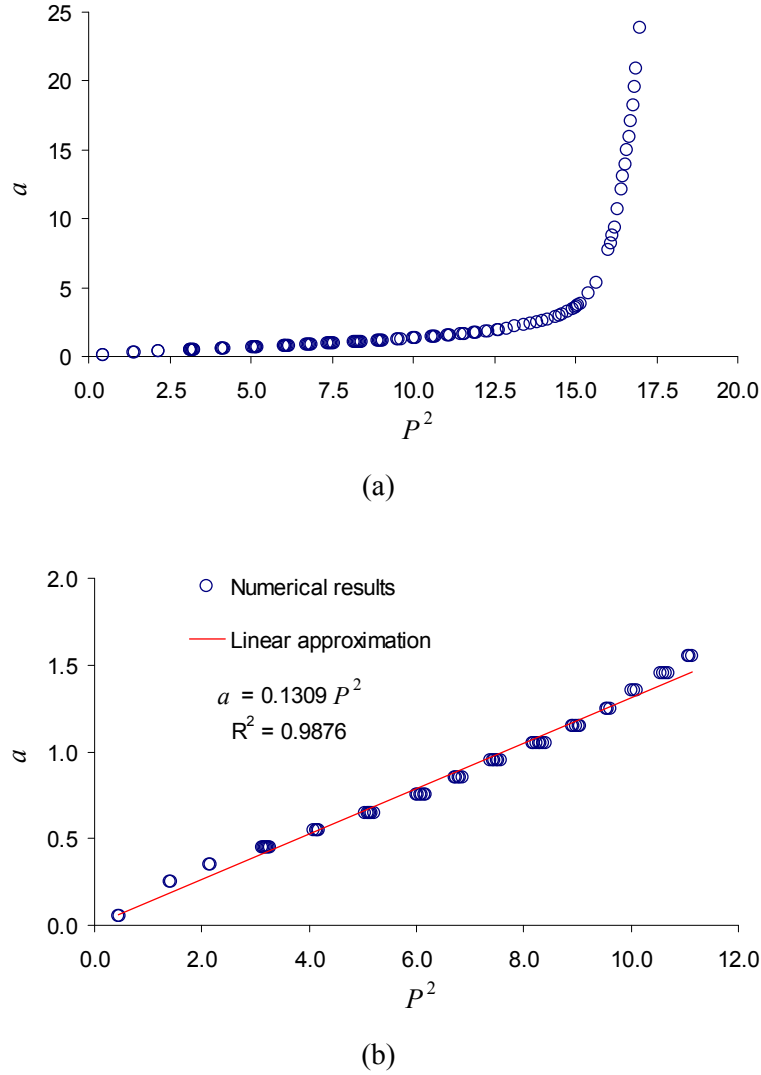
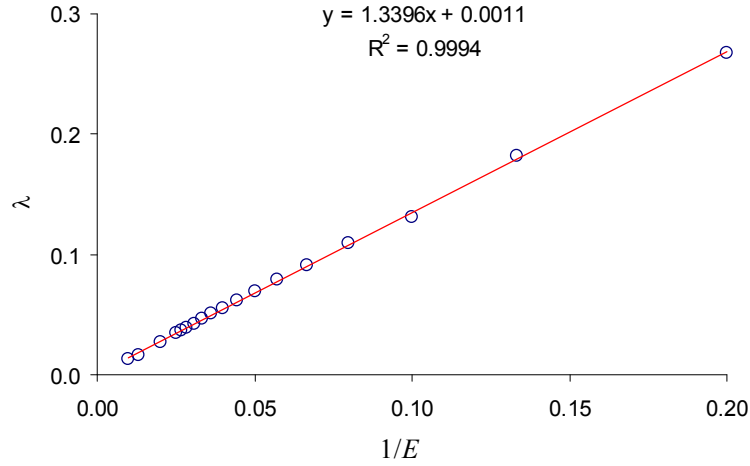


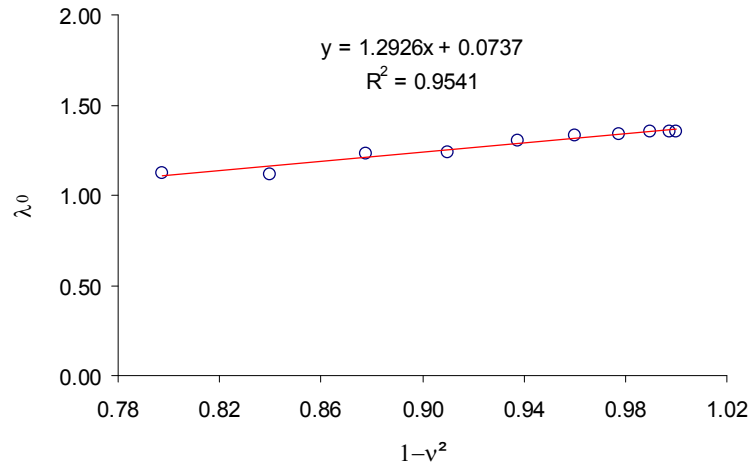
Figure 4-19 – (a) Evolution de l’abscisse des éléments de joint rocheux endommagés (pointe de la fracture) dépendant du carré du chargement appliqué, et (b) Evolution de la ligne d’approximation linéaire de l’abscisse des éléments de joint rocheux endommagés (pointe de la fracture) dépendant du carré du chargement appliqué.

4.3.4.3 Influence des propriétés de la matrice sur le paramètre λ

Commençant par le cas de base présenté dans la section précédente, le module d’Young de la matrice E est varié afin de déterminer ses effets sur le paramètre λ . Dans la Figure 4-20 λ est tracé comme une fonction de $1/E$. Cette figure montre que λ est une fonction linéaire de $1/E$ avec une très bonne précision. Cela permet d’écrire $\lambda = \lambda_0/E$ où λ_0 est indépendant de E . L’analyse suivante est réalisée pour étudier l’influence du coefficient de Poisson sur λ_0 .

Figure 4-20 – Evolution de λ comme une fonction de $1/E$.

Les résultats tracés sur la Figure 4-21 montre que le paramètre λ_0 est une fonction linéaire de $(1-\nu^2)$ avec une bonne précision. Ainsi, en notant $\lambda_0 = \lambda_1 (1-\nu^2)$, le paramètre λ_1 ne dépend pas de coefficient de Poisson. Il est intéressant de noter qu'en configuration de contrainte plane, deux paramètres λ_0 et λ_1 ne dépendent pas de coefficient de Poisson. Ce résultat vérifie bien la théorie de la MLR car le paramètre λ_{LEFM} dérivé dans l'Eq. (4.51) ne dépend pas de coefficient de Poisson dans la configuration de contrainte plane.

Figure 4-21 – Evolution de λ_0 comme une fonction de $1-\nu^2$.

4.3.4.4 Influence des propriétés de la fracture cohésive

L'analyse précédente des résultats de simulation numérique montre qu'une relation entre la longueur de la fracture et le chargement appliqué peut être écrite sous la forme $a = \lambda_1 (1-\nu^2) P^2 / E$ où λ_1 est indépendant des paramètres de la matrice (E et ν). Dans cette section, l'influence des paramètres du MFC sur λ_1 sera analysée. Il est à noter que $1/\lambda_1$ a la dimension d'une énergie. On note $G_0 = 1/\lambda_1$ et étudie l'influence des propriétés de la fracture

cohésive sur cette quantité par la même procédure présentée précédemment pour l'influence des paramètres de la matrice. Les résultats montrent que G_0 est une fonction quadratique de la résistance en traction σ_R . La Figure 4-22 présente des valeurs de G_0 tracées par rapport à la quantité σ_R^2 (cercles bleus) pour des valeurs de σ_R variant de 0.50 à 3.75 MPa.

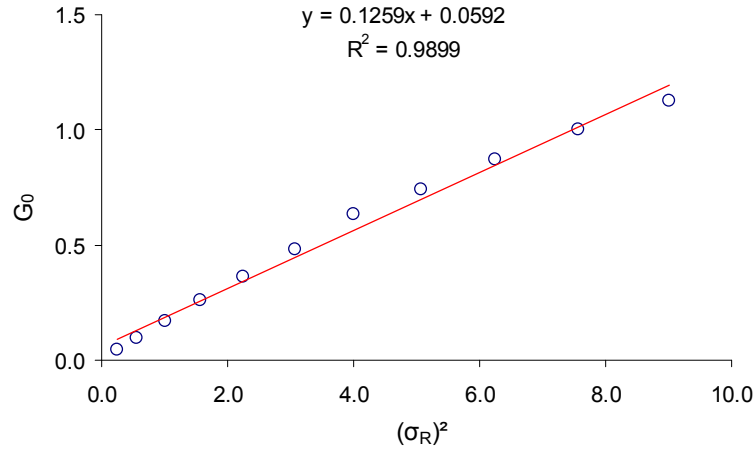


Figure 4-22 – Evolution de G_0 comme une fonction de σ_R^2 .

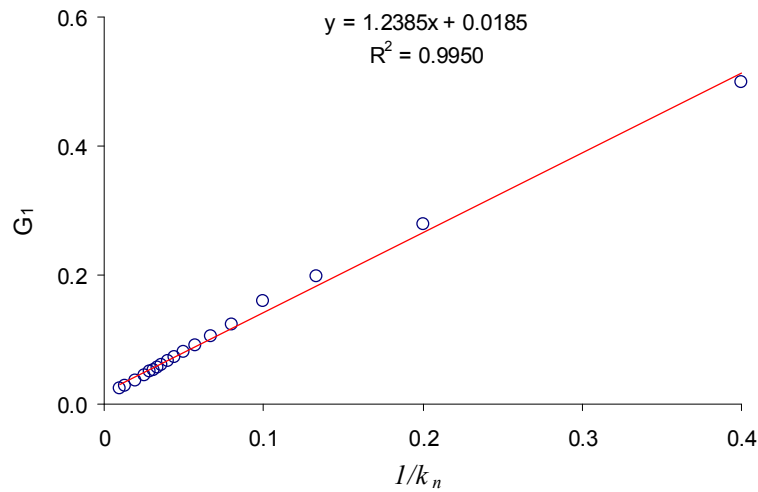


Figure 4-23 – Evolution de G_1 comme une fonction de $1/k_{nn}$ avec k_{nn} la raideur normale des éléments de joint.

Des variations de G_0 avec σ_R^2 peuvent être approximées par une ligne droite avec une excellente précision. Ainsi, on peut poser $G_0 = G_1 \sigma_R^2$ où G_1 est indépendant de σ_R . Puis, des simulations numériques avec k_{nn} variant dans l'intervalle $(0, 50]$ montre que G_1 diminue avec la raideur normale k_{nn} de la fracture cohésive. La Figure 4-23 présente l'évolution de G_1 comme une fonction de $1/k_{nn}$.

La tendance linéaire de la courbe permet d'écrire $G_2 = k_m G_1$ où G_2 peut dépendre seulement du dernier paramètre du MFC, le paramètre de radoucissement β . Le paramètre β caractérise le comportement radoucissant du matériau. Le cas limite d'un matériau fragile correspond à $\beta = 0$ et des valeurs plus grandes de β correspond au comportement plus ductile. Une fois encore, des simulations numériques pour différentes valeurs de β montrent une dépendance quadratique de G_2 avec β et puis un ajustement de courbe (voir la Figure 4-24) conduit à l'expression $G_2 = 0.5 + \beta(\beta + 1)$ avec une bonne précision.

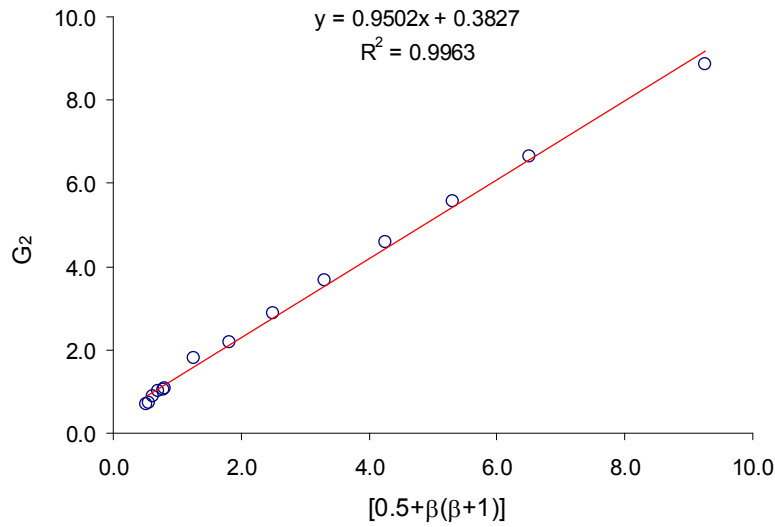


Figure 4-24 – Evolution de G_2 comme une fonction de $[0.5 + \beta(\beta + 1)]$.

Cela permet finalement d'écrire l'expression suivante pour G_0 :

$$G_0 = [1/2 + \beta(\beta + 1)] \sigma_R u_0 \quad (4.53)$$

dans laquelle la relation $u_0 = \sigma_R / k_m$ est employée.

4.3.4.5 Discussion

Théoriquement, $\beta = 0$ présente le comportement fragile des matériaux. Pour le MFC utilisé dans ce travail, le cas de $\beta = 0$ ne peut pas être pratiquement utilisé en raison des difficultés numériques rencontrées (pour plus de détails, voir les Eqs. (4.21) et (4.22)). Pourtant, l'Eq. (4.53) donne la valeur de G_0 pour le cas limite $\beta = 0$ comme suit:

$$G_0 = \sigma_R u_0 / 2 \quad (4.54)$$

Cette expression correspond exactement au taux de restitution d'énergie du MFC fragile pour lequel l'équivalence avec la MLR a été établie (Wang, 2010).

Il est intéressant de noter que cette équivalence peut être étendue aux matériaux non-fragiles avec $\beta \neq 0$ si l'expression (4.53) est employée. Une analyse plus approfondie montre que cette expression de G_0 correspond aussi exactement au taux de restitution d'énergie du MFC utilisé dans ce travail. En réalité, la loi de radoucissement pour ce MFC est une fonction exponentielle donnée par l'Eq. (4.22) (voir la Figure 4-25). Le taux de restitution d'énergie est défini comme la zone limitée par l'axe horizontal u .

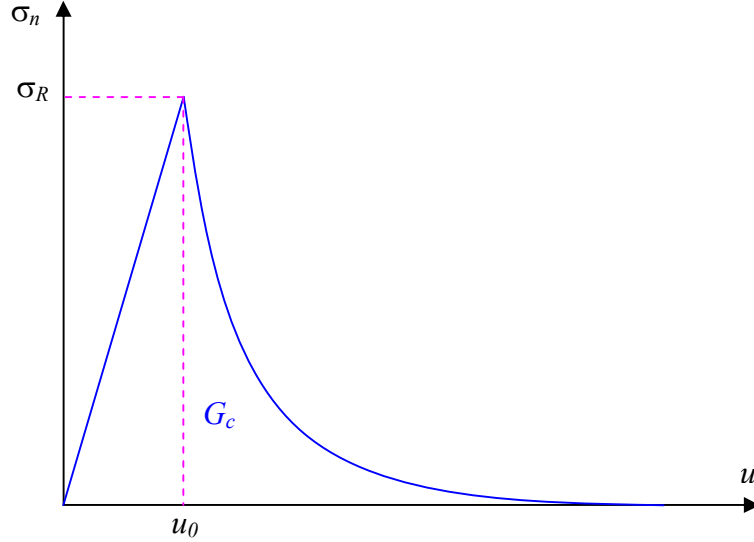


Figure 4-25 – Courbe de contrainte – déplacement pour le modèle de fracture cohésive.

Ce taux de restitution d'énergie critique pour le MFC, noté par G_C^{MFC} , dans le cas d'application d'une contrainte normale en prenant en compte l'Eq. (4.22), s'obtient :

$$G_C^{MFC} = \int_0^{\infty} \sigma_n du = \int_0^{u_0} k_{nn} u du + \int_{u_0}^{\infty} k_{nn} u e^{-\frac{u-u_0}{\beta u_0}} du = k_{nn} u_0^2 \left[\frac{1}{2} + \beta(\beta+1) \right] \quad (4.55)$$

En remplaçant $u_0 = \sigma_R / k_{nn}$, le taux de restitution d'énergie critique G_C^{MFC} devient:

$$G_C^{MFC} = \left[\frac{1}{2} + \beta(\beta+1) \right] \sigma_R u_0 \quad (4.56)$$

Ainsi, par cette analyse numérique, on montre que la longueur de propagation de fracture prédite par la MLR couvrant des matériaux fragiles, peut être également utilisée pour des matériaux quasi-fragiles ou bien ductiles modélisés par le MFC si l'expression correcte du taux de restitution d'énergie est employée pour ces matériaux. Plus précisément, en remplaçant l'Eq. (4.56) dans l'Eq. (4.51), l'expression suivante peut être obtenue pour la longueur de propagation de fracture comme une fonction de la force appliquée P pour la configuration de déformation plane.

$$a = \left(\frac{0.6791(1-\nu^2)}{E \sigma_R u_0 \left[\frac{1}{2} + \beta(\beta+1) \right]} \right) P^2 \quad (4.57)$$

En se basant sur l'équivalence obtenue pour la longueur de propagation de fracture pour le cas simple d'une fracture rectiligne soumise à un couple de forces ponctuelles, et en comparant des Eqs. (4.51), (4.52), (4.53) et (4.56), on peut admettre l'équivalence entre la MLR et le MFC en termes de prédiction de longueur de propagation pour des cas plus complexes (multi-fractures, chargements complexes,...) si la relation suivante est maintenue entre des paramètres du MFC et la ténacité K_{IC} de la MLR :

$$K_{IC}^{eq} = \sqrt{E^* G_0} = \sqrt{\left[1/2 + \beta(\beta+1)\right] E^* \sigma_R u_0} \quad (4.58)$$

où $E^* = E$ en contraintes planes et $E^* = E/(1-\nu^2)$ en déformations planes.

D'autre part, dans le cas de traction pure (mode I), des données expérimentales fournissent souvent la ténacité du matériau K_{IC} (ou bien le taux de restitution d'énergie critique G_{IC}), des paramètres élastiques de la matrice entourée, et la résistance de traction du matériau. Dans ce cas, l'Eq. (4.58) peut être utilisée afin d'estimer des paramètres du MFC. En plus, la relation (4.58) montre que la ténacité « équivalente » du MFC augmente en : (i) augmentant le module d'Young de la matrice élastique entourée, (ii) diminuant les raideurs des éléments de joint, (iii) augmentant la résistance en traction des éléments de joint, (iv) augmentant le paramètre de radoucissement β pour avoir un comportement plus ductile, ou bien (v) diminuant le coefficient de Poisson ν du matériau. Cette augmentation est à l'origine de l'exclusion du phénomène d'instabilité observé dans la Figure 4-7. L'Eq. (4.58) montre également que la raideur k_{tt} , la cohésion C_{coh} et l'angle de frottement interne ϕ n'ont aucune influence sur le comportement en mode I (traction).

4.4 Simulations numériques avec chargements hydromécaniques

4.4.1 Injection dans une fracture sous contrainte normale

Dans une première partie de cette section, un domaine de 10m×10m contenant une fracture cohésive de 7m de longueur sur sa ligne médiane est modélisé. Cette fracture cohésive est modélisée par des éléments de joint et raffinée régulièrement le long de la ligne de fracture. La zone entourée de la fracture cohésive est finement maillée pour une meilleure précision de résultats. Les conditions aux limites sont décrites dans la Figure 4-26a. Dans cette simulation, des éléments triangulaires linéaires sont utilisés pour la matrice tandis que des éléments à 4 nœuds sans épaisseur sont employés pour des éléments de joint. Au nœud d'entrée de la fracture cohésive, une pression de fluide constante est appliquée. Les calculs sont réalisés en régime stationnaire. Cet exemple a pour objective d'étudier le comportement hydromécanique de fracture cohésive, et également de déterminer la pression d'injection maximale possible sans avoir le risque d'instabilité de propagation des éléments de joint cohésif.

Les propriétés hydromécaniques de matériaux sont les suivantes : la matrice est supposée élastique linéaire et isotrope avec son module d'Young $E = 25 \text{ GPa}$, coefficient de Poisson

$\nu = 0.25$. La perméabilité de la matrice est isotrope avec $k_{int} = 10^{-14} \text{ m}^2$. Des éléments de joint (fracture cohésive) sont modélisés avec les caractéristiques suivantes : raideur normale $k_{nn} = 100 \text{ GPa/m}$, raideur tangentielle $k_{tt} = 100 \text{ GPa/m}$, et $k_{tn} = k_{nt} = 0$, résistance en traction $\sigma_R = 2.5 \text{ MPa}$, cohésion $C_{coh} = 2.0 \text{ MPa}$, angle de frottement interne $\varphi = 25^\circ$, paramètre de radoucissement $\beta = 1.0$. L'ouverture hydraulique de la fracture cohésive est supposée égale $e = 1 \text{ mm}$. L'écoulement de fluide dans cette fracture est supposé être gouverné par la loi de Poisseuille avec une conductivité hydraulique $c_f = 2 \times 10^{-7} \text{ m}^3/\text{Pa.s}$. La fracture cohésive est supposée super-conductrice dans la direction transversale (i.e. $c_n \gg c_f$). Les propriétés du fluide sont : densité volumique $\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3$ et viscosité dynamique $\mu = 4.04 \times 10^{-4} \text{ Pa.s}$. Le coefficient de Biot de la fracture b_f est supposé égal à 1.0.

La Figure 4-26b présente l'évolution de la pression interstitielle dans la matrice et dans des éléments de joint lors de l'injection d'une pression constante $p = 6.078 \text{ MPa}$ au nœud d'entrée de la fracture. Étant donné que la conductivité de la fracture cohésive est plus importante que celle de la matrice poreuse, le fluide s'écoule dans un premier temps et plus facilement dans la fracture et puis se diffuse vers la matrice environnante. La pression interstitielle est quasiment homogène dans la fracture.

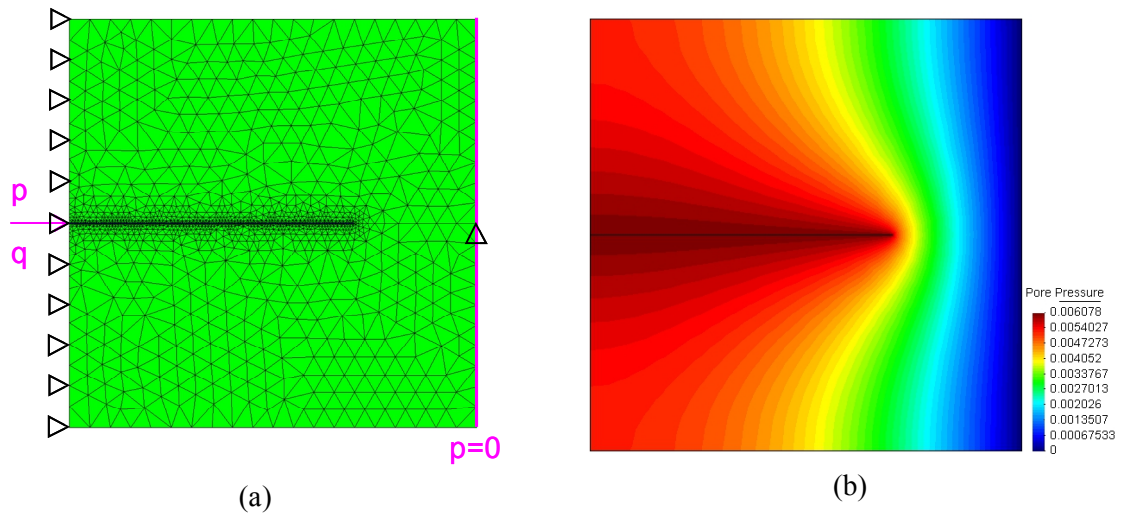


Figure 4-26 – (a) Géométrie et conditions aux limites du problème hydromécanique, (b) champ de pression interstitielle. L'unité de la pression interstitielle est en GPa.

La Figure 4-27 présente le champ de déplacement vertical u_y et le champ de contrainte σ_{yy} en configuration déformée. Ces champs sont strictement symétriques par rapport à la ligne de la fracture en raison de la géométrie et des conditions aux limites appliquées. Une concentration de contrainte est observée à l'intersection entre la matrice et la fracture.

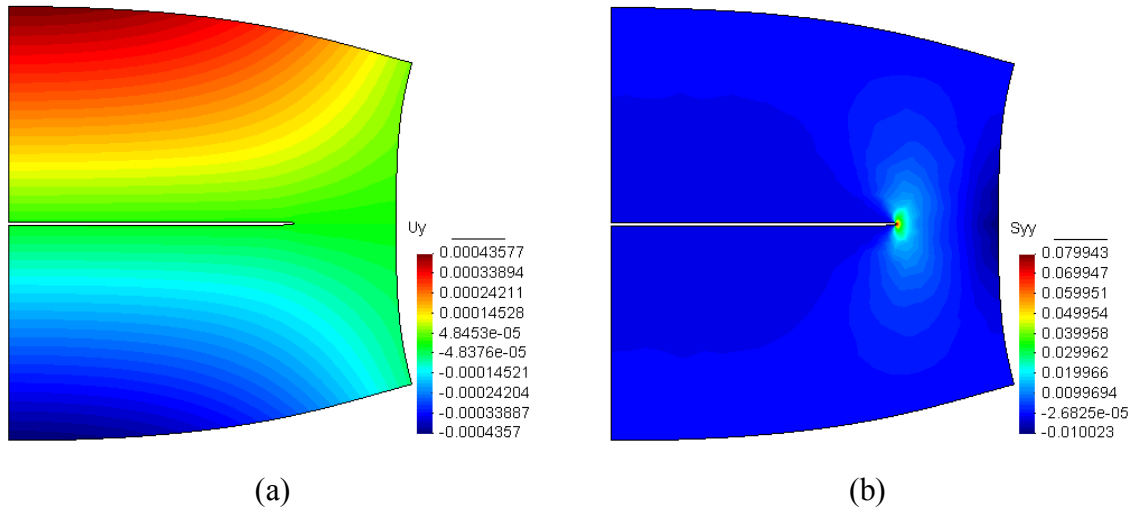


Figure 4-27 – (a) Champ de déplacement vertical u_y (en m) et (b) Champ de contrainte σ_{yy} (en GPa) dans la matrice et dans les éléments de joint en configuration déformée.

Les Figure 4-28 et Figure 4-29 présentent respectivement les contraintes normale, tangentielle le long de la ligne des éléments de joint (fracture cohésive).

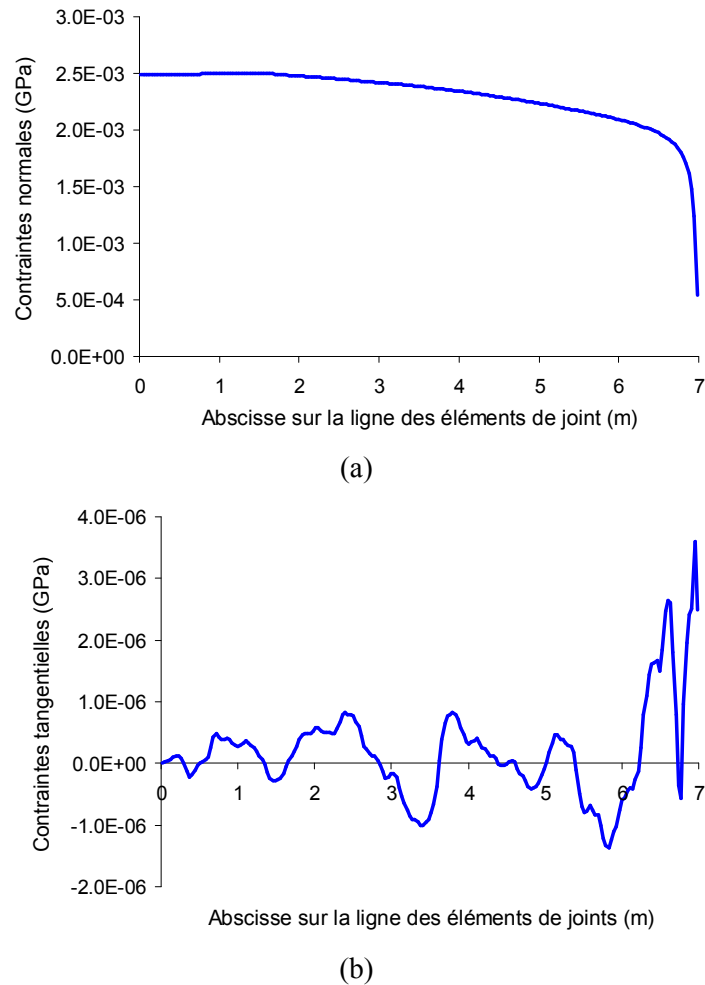


Figure 4-28 – (a) Contrainte normale, (b) Contrainte tangentielle dans les éléments de joint.

Sous la pression d'injection, les éléments de joint sont principalement sollicités en mode I (voir la Figure 4-28a), la contrainte tangentielle est très petite et peut être négligée (voir la Figure 4-28b). On note que la contrainte normale maximale correspond à 2.5 MPa qui est la limite de résistance en traction imposée. A une pression d'injection constante $p = 6.078$ MPa, les premiers éléments de joint proches du point d'injection commencent à s'endommager (Figure 4-29), mais aucun élément n'est totalement endommagé.

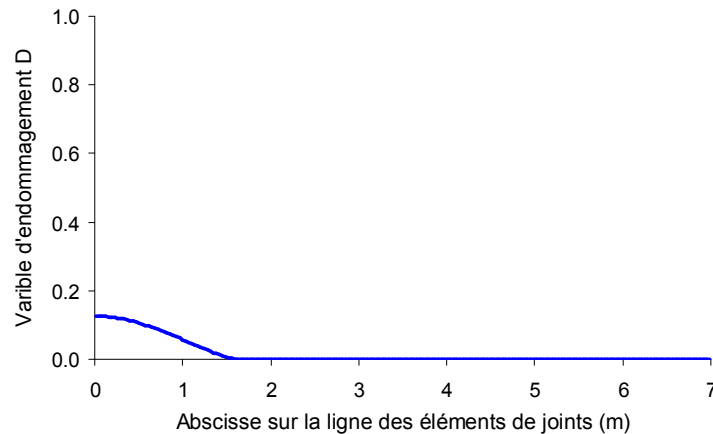


Figure 4-29 – Variable d'endommagement dans les éléments de joint.

Dans ce qui suit, les résultats d'une étude paramétrique lors de l'injection de différentes pressions dans la fracture cohésive sont présentés. Les Figure 4-30a, Figure 4-30b, Figure 4-30c présentent respectivement l'évolution de la variable d'endommagement, de la contrainte normale, de la contrainte tangentielle le long de la ligne des éléments de joint. La Figure 4-31 présente le déplacement vertical du point situé au coin haut du bord gauche en fonction de la pression de fluide injectée. Il est intéressant de noter que le phénomène d'instabilité (i.e. saut brutal de la variable d'endommagement, des contraintes normales dans les joints, du déplacement vertical) apparaît même si la pression d'injection monte extrêmement lentement. En plus, la pression d'injection maximale possible sans avoir un risque de propagation ne devrait pas dépasser 6.08 MPa.

Ce résultat est intéressant et potentiellement utile pour expliquer le risque du phénomène de micro-sismicité induite dans le cadre de la fracturation hydraulique et/ou des projets de stockage géologique de CO_2 . Mais la contrainte de cisaillement dans les éléments de joint dans cet exemple, sous différentes pressions d'injection, est restée très petite. Pour mieux modéliser les instabilités de failles rencontrées dans les projets de stockage de CO_2 , il vaut mieux considérer des fractures inclinées donnant lieu à des fortes contraintes de cisaillement. C'est ce que nous verrons dans l'exemple suivant.

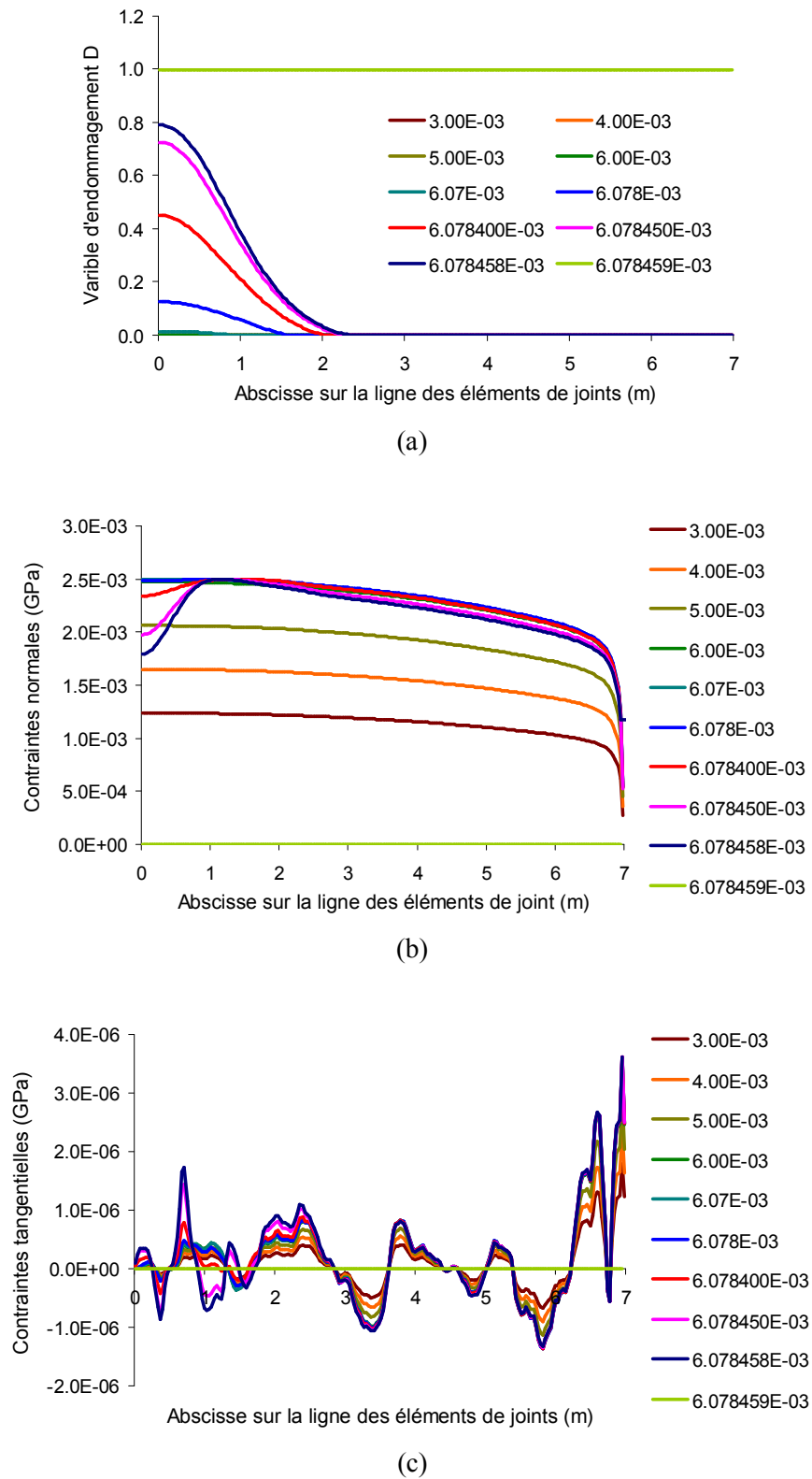


Figure 4-30 – Evolution de (a) la variable d'endommagement, (b) contrainte normale, (c) contrainte tangentielle dans les éléments de joint en fonction de la pression de fluide injectée.

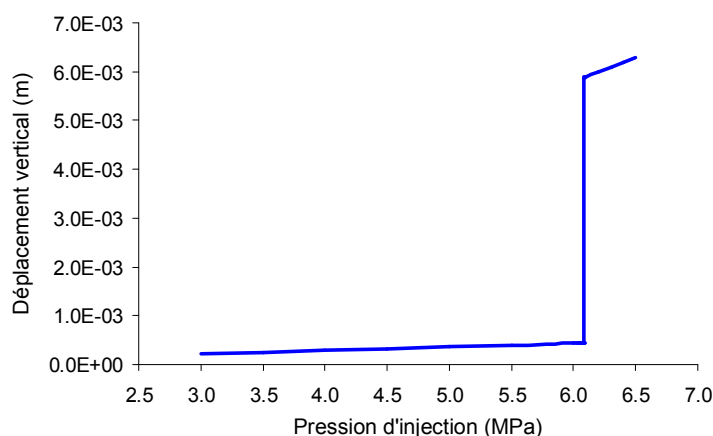


Figure 4-31 – Evolution du déplacement vertical du point situé au coin haut du bord gauche en fonction de la pression de fluide injectée.

4.4.2 Injection dans des fractures inclinées sous contraintes de cisaillement

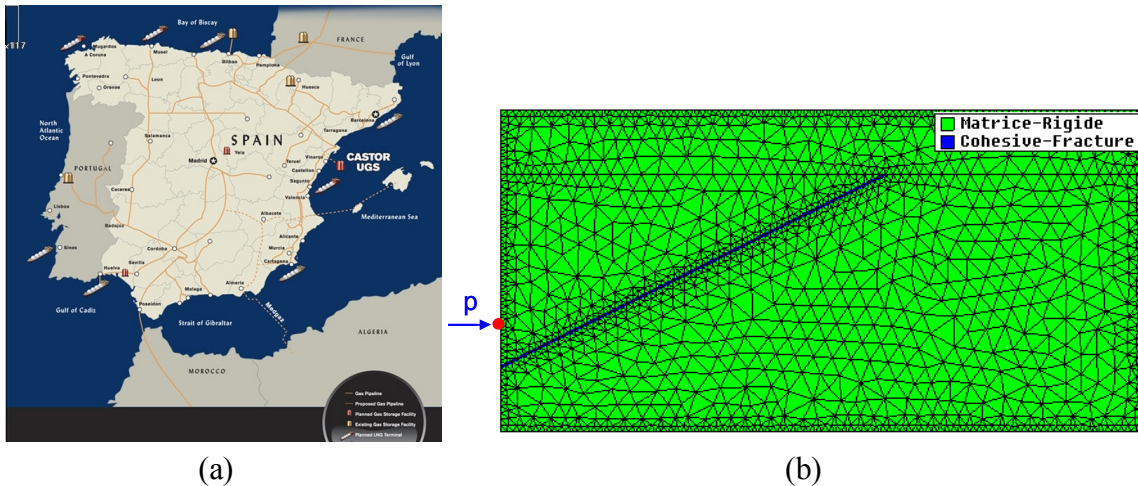
Dans le contexte de stockage géologique de CO_2 , des fractures/faille sont souvent inclinées et situées à une profondeur importante. A l'état initial, avant l'opération d'injection, ces fractures/failles sont sollicitées en mode mixte compression-cisaillement dû au poids propre des couches supérieures. Au cours du processus d'injection de fluide, la contrainte en compression dans la fracture diminue et cette dernière peut être en traction. A moment donné, le phénomène d'instabilité peut apparaître et un glissement se produit sur les plans de fractures/failles. Ce glissement et la propagation éventuelle des fractures peuvent générer un phénomène de micro-sismicité.

Nous présentons ici un exemple illustratif inspiré d'un projet de stockage géologique de CO_2 en Espagne, appelé Castor (voir la Figure 4-32a). Le CO_2 à l'état supercritique (liquide) est injecté dans un réservoir calcaire où une faille existe. Cesca et al. (2014) indiquent que le réservoir Castor se situe dans une zone de faible sismicité naturelle, et que, d'un point de vue géomécanique, la structure est appropriée pour le stockage de CO_2 . Il est à noter que la faille existante était dans un état de contrainte qui reste encore à l'intérieur de la surface de rupture au moment de l'injection initiale. La perturbation créée par l'injection de CO_2 peut amener la faille vers un état critique, déclenchant la rupture et entraînant une sismicité induite.

L'opération d'injection a commencée en Juin 2013 et terminée en Septembre 2013 à une surpression faible et a été divisée en trois périodes. Durant les deux premières périodes d'injection, aucune sismicité n'a été enregistrée. Pendant la troisième période d'injection, des micro-sismicités avec magnitudes inférieures à M 3.0 étaient apparues et ont continué jusqu'à la fin de l'opération d'injection. En particulier, deux séismes avec magnitudes M 4.2 et M 4.1 (ressentis par la population) se sont produits juste 2 semaines après la troisième période d'injection.

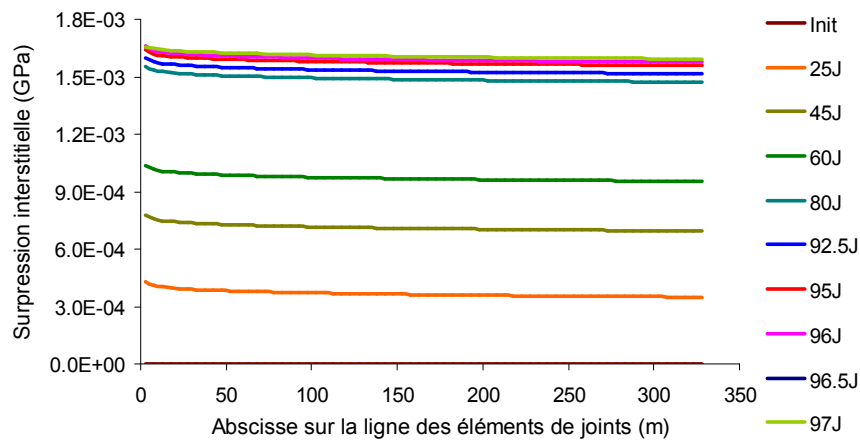
Ce deuxième exemple illustratif vise à modéliser de manière très simplifiée l'opération d'injection afin de trouver une explication simple pour le phénomène de sismicité rencontrée. Pour simplifier, une couche de taille 500x250m est modélisée. Ce massif contient une faille

de longueur 335m, inclinée d'environ 60° par rapport à la verticale. Le point d'injection se trouve sur le bord gauche à une distance de 25m de la faille (point rouge dans la Figure 4-32b). Les éléments de joints cohésifs sont utilisés afin de modéliser la faille. Les caractéristiques de la matrice et du fluide injecté sont identiques à celles utilisées pour l'exemple précédent. En ce qui concerne la faille, elle a une épaisseur de 0.25m et elle est remplie par un matériau peu perméable ayant le même module d'Young que la matrice. Les raideurs des éléments de joints sont estimées en utilisant l'hypothèse d'une couche mince d'épaisseur e : $k_{nn} = E/e$, $k_{tt} = G/e = E/2e(1+\nu)$, $k_{nn} = k_{tt} = 0$. Les raideurs résiduelles sont supposées égales à 20% de la raideur normale initiale k_{nn} (Bemani Yazdi, 2009), la fermeture maximale est supposée égale à $e_0 = 1$ mm. Les autres paramètres sont : $\sigma_R = 0.155$ MPa, $C_{coh} = 0.125$ MPa, $\varphi = 25^\circ$ et $\beta = 1.0$. Les déplacements normaux nuls sont appliqués sur les bords droit et inférieur. Les bords sont supposés en conditions de flux de fluide nul. Dans cet exemple, un état initial dans lequel les éléments de joint sont en chargement combiné de compression-cisaillement a été créé et puis le fluide est injecté pendant 100 jours pour atteindre une surpression de 1.728MPa.

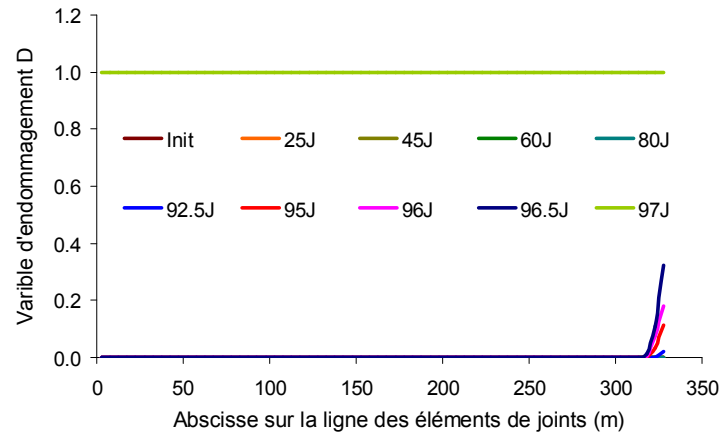


Les Figure 4-33a,b et Figure 4-34a,b présentent respectivement l'évolution de la surpression interstitielle, de la variable d'endommagement, les contraintes normales et les contraintes tangentiels le long de la faille pour différents temps d'injection jusqu'au moment où tous les éléments de joints sont totalement endommagés. La surpression interstitielle augmente au cours du processus d'injection et est presque identique dans toute la faille (un léger gradient de la pression est observé). La variable d'endommagement évolue d'une manière assez locale et sensible. Les éléments de joints commencent à s'endommager après environ 92 jours d'injection. Le phénomène d'instabilité de propagation de fracture se produit entre environ 96.5 jours et 97 jours d'injection avec un incrément de charge très petit. Il est à noter qu'au cours de l'injection, la contrainte normale en compression dans les joints diminue assez significativement mais reste en compression (contrainte négative) tandis que la

contrainte tangentielle n'évolue que très légèrement. La surface de rupture dans la [Figure 4-2a](#) indique qu'un joint sous une contrainte normale en compression seule ne peut pas être endommagé. L'endommagement des joints observé dans ce deuxième exemple se produit par l'effet combiné de compression-cisaillement. Mais le cisaillement reste, certes, le moteur principal car la contrainte tangentielle dans les joints devient plus grande que la cohésion. En revanche, si la contrainte tangentielle initiale dans les éléments de joint est très petite devant la cohésion, les joints sont principalement endommagés en mode I comme dans le premier exemple.

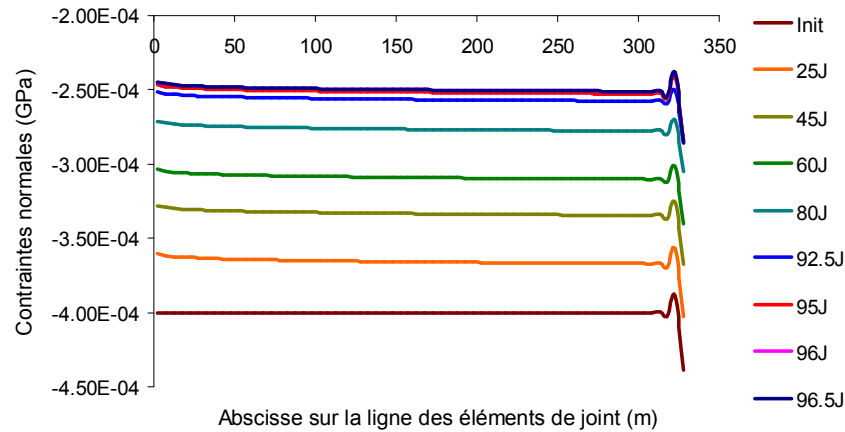


(a)

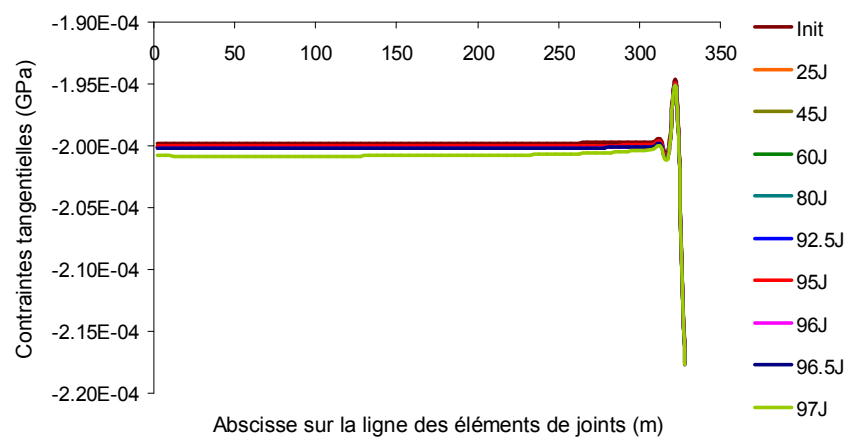


(b)

Figure 4-33 – Evolution au cours de l'opération d'injection de : (a) profile de la surpression, (b) variable d'endommagement sur la ligne des éléments de joints.



(a)



(b)

Figure 4-34 – Evolution au cours de l'opération d'injection de : (a) contraintes normales et (b) contraintes tangentielles sur la ligne des éléments de joints.

La [Figure 4-35](#) présente la forme de la déformée du massif et les joints au moment de l'endommagement total des éléments de joints (après environ 97 jours d'injection). Le phénomène de glissement de la partie haute par rapport à la partie basse sous l'effet combiné compression-cisaillement est observé, avec un saut brutal de la variable d'endommagement à environ de 97 jours d'injection, ce qui représente un phénomène d'instabilité potentiellement à l'origine d'une sismicité induite.

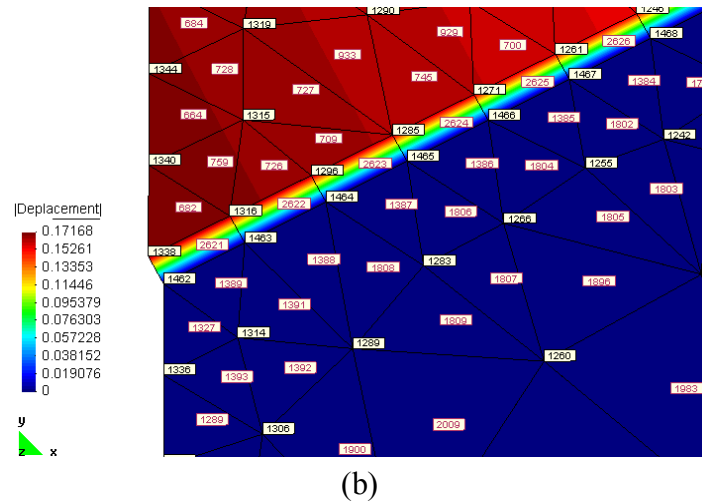


Figure 4-35 – Forme de la déformée dans la matrice et dans les joints à l'état endommagé total correspondant à une surpression d'injection de 1,68MPa (avec coefficient de multiplicateur de 25).

4.5 Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre que les modèles de Zone Cohésive ou de Fracture Cohésive (MFC) qui ont été proposés comme une alternative à la Mécanique Linéaire de la Rupture (MLR) permettent de bien représenter la propagation des fractures. Le premier modèle de zone cohésive dans un milieu infini a été proposé par [Dugdale \(1960\)](#) et [Barenblatt \(1962\)](#). Leurs travaux ont été repris, modifiés et enrichis par de nombreux auteurs pour aboutir au modèle de fracture cohésive que nous avons utilisé dans ce travail pour simuler la propagation hydromécanique des fractures.

La première partie de ce chapitre a décrit le cadre théorique d'un modèle MFC basé sur un critère de rupture de Mohr–Coulomb modifié, couvrant l'évolution des résistances normales, des résistances en cisaillement ainsi que des paramètres de rigidité élastiques avec endommagement. Une relation d'équivalence est établie entre deux approches MFC et MLR en termes de la longueur de propagation de fracture sous des charges similaires. Cette relation permet l'extension de l'équivalence théorique entre la MLR et le MFC établie pour les matériaux fragiles et sur la base de critères énergétiques, à des matériaux quasi-fragiles et ductiles. Cette relation est très utile car elle permet d'utiliser les données expérimentales disponibles dans la bibliographie sur la ténacité des roches pour déterminer les paramètres de MFC.

Des simulations numériques en utilisant ce modèle ont été présentées pour simuler l'endommagement de l'interface à la fois sous sollicitations en mode I et II. Le cas des chargements purement mécaniques a d'abord été considéré. On a d'ailleurs montré que le MFC permet de simuler certains phénomènes spécifiques tels qu'instabilités de propagation en mode I et II, qui sont semblables au phénomène de "snap-back" pour le mode I et le "stick-slip" pour le mode II, ainsi que le branchement de la fracture en mode II. Les instabilités se produisent dans la phase de radoucissement dépendant du rapport entre la rigidité de la fracture cohésive et le module d'élasticité de la roche environnante. Elles peuvent disparaître

lorsque la matrice rocheuse est suffisamment rigide, ou bien la fracture cohésive présente un comportement ductile. Ces résultats pourront contribuer à une meilleure compréhension du phénomène de micro-sismicité en raison de la propagation instable des fractures en mode cisaillement car la sismicité est en général considérée comme les résultats des effets de cisaillement. Le phénomène de branchement de fracture en utilisant le MFC lors d'un cisaillement a en plus été modélisé.

Enfin, le comportement de fractures avec des géométries simples sous sollicitations hydromécaniques a été étudié. Des exemples de simulations ont été réalisés afin d'étudier les effets d'injection de fluide dans un milieu poreux fracturé. Les résultats montrent une instabilité de propagation pouvant être générée par l'injection de fluide. En l'absence d'autres charges mécanique induisant un cisaillement, l'injection de fluide induit une sollicitation et un endommagement principalement en mode I. Pour une fracture initialement sollicitée en chargement combiné de compression-cisaillement, l'injection de fluide peut induire un glissement et endommagement en mode II. On trouve dans ce cas des phénomènes d'instabilité de propagation qui peuvent expliquer la sismicité induite rencontrée dans des projets de fracturation hydraulique et de stockage de gaz et envisagée dans les projets de stockage géologique de CO₂.

CHAPITRE 5. APPLICATION AU CONTEXTE DE STOCKAGE GEOLOGIQUE DE CO₂

Sommaire

CHAPITRE 5. APPLICATION AU CONTEXTE DE STOCKAGE GEOLOGIQUE DE CO ₂	147
5.1 Introduction.....	148
5.2 Modèle géologique du bassin de Paris et scénario d'injection	149
5.2.1 Description géologique du bassin et de la faille.....	149
5.2.2 Modèle aux éléments finis et conditions aux limites.....	152
5.2.3 Définition d'un scénario d'injection.....	153
5.3 Comportement de la zone de faille.....	154
5.3.1 Etat initial avant injection	154
5.3.2 Au cours de la procédure d'injection.....	155
5.4 Conclusions.....	160

5.1 Introduction

De nos jours, l'effet de serre lié à l'émission de CO₂ relève la nécessité de stocker ce gaz dans des formations géologiques profondes. Le stockage de CO₂ peut se faire dans (i) des gisements de pétrole en fin d'exploitation, (ii) des aquifères salins profonds ou bien (iii) des veines de charbon non-exploités (Orr, 2004). Plusieurs difficultés sont rencontrées lors du stockage de CO₂ en raison de la présence de faille ou bien des réseaux de fractures complexes et très hétérogènes dans la zone de stockage. D'une manière générale, la zone de faille est une structure complexe composée d'un noyau entouré par des zones endommagées contenant une densité forte de micro-fractures de longueur et d'orientation différentes. En plus, différents phénomènes peuvent se produire lors du processus de l'injection de CO₂ tels que : le développement de la plastification dans la zone de faille (Vu, 2012), le risque de propagation aux extrémités de la faille ou bien des fractures en mode II (par cisaillement), le risque de pénétration des fluides dans les couches géologiques supérieurs par propagation en Mode I (Gor et al., 2013) qui peut entraîner la pollution des nappes phréatiques, le phénomène de sismicité induite lié à l'instabilité de propagation, etc.

En général, un modèle élastoplastique de type Mohr-Coulomb est très souvent utilisé pour la zone de faille afin de modéliser le risque de rupture en cisaillement lié à l'injection de CO₂ (i.e. le glissement) (Streit et Hillis, 2004 ; van Ruth et al., 2006). Dans le cadre du Bassin de Paris, l'étude de l'évolution de l'état de plastification du noyau de la faille au cours du processus d'injection de CO₂ a été étudiée par Vu (2012) en utilisant le modèle élastoplastique de Drucker-Prager, avec une loi associée sans écrouissage. Dans son travail, Vu a montré qu'il existait une gamme de pressions d'injection très sensible dans laquelle la longueur totale de plastification de la faille évolue assez brusquement (pour l'injection des pressions entre 1.5 et 1.6 fois la pression hydrostatique à l'état initial au niveau du puits d'injection). A la fin de l'opération d'injection correspondant à une pression d'injection d'environ 2 fois de la pression hydrostatique, environ 80% de la longueur totale de la faille est plastifiée.

En plus de la plastification, le risque de propagation de la faille et de sismicité induite peut également se produire en raison de la diminution de la contrainte effective dans la zone de stockage. L'objectif de ce chapitre est de présenter les résultats d'une étude d'injection de CO₂ dans le Bassin de Paris en utilisant le Modèle de Fracture Cohésive (MFC) présenté dans le Chapitre 4. Pour ce faire, la zone de faille est simplifiée par un noyau rempli d'un matériau très peu perméable et deux zones endommagées horizontales situées à deux côtés de la faille. Le noyau de la faille est modélisé par des éléments de joints cohésifs à 4 nœuds d'épaisseur nulle. Les deux zones endommagées fortement fracturées autour de la faille sont simplifiées en deux zones élastiques avec des perméabilités équivalentes. Le CO₂ à l'état supercritique (i.e. en liquide) est injecté dans le puits d'injection. Pour des raisons de simplification, l'injection de CO₂ supercritique est considérée comme l'injection d'eau pure à faible incrément de pression pendant une longue durée. D'où aucun effet chimique n'est pris en

considération. On cherche à déterminer la longueur endommagée de la faille ainsi que le phénomène d'instabilité possible durant la procédure d'injection. Ce phénomène d'instabilité est potentiellement utile pour expliquer la sismicité induite qui peut être produite comme l'on a vu dans le cadre du projet de stockage de Castor en Espagne.

5.2 Modèle géologique du bassin de Paris et scénario d'injection

5.2.1 Description géologique du bassin et de la faille

Le Bassin de Paris est un système géologique complexe multicouche, qui se compose de plusieurs aquifères séparés par des formations peu perméables (Rohmer et Seyed, 2010):

- Aquifère de craie de l'unité géologique du Crétacé supérieur,
- Aquifère de grès de l'unité géologique Albien,
- Aquifère carbonaté des unités géologiques Crétacé inférieur et Oxfordien,
- Aquifère carbonaté de l'unité géologique du Dogger,
- Couches argileuses et couverture de faibles perméabilités.

Pour des raisons de simplicité, toutes les couches sont supposées horizontales ayant un poids volumique de 25 kN/m³.

Le modèle géométrique simplifié utilisé est un rectangle de 2500m de profondeur et de 24000m de largeur qui est traversé par une faille ayant une pente de 63°. Cette faille traverse quatre couches différentes : aquifère du Dogger inférieur, couverture, et partiellement aquifère carbonaté. Le modèle simplifié du Bassin de Paris et de la zone de faille est similaire à celui étudié par Vu (2012) et est présenté sur les Figure 5-1 et Figure 5-2.

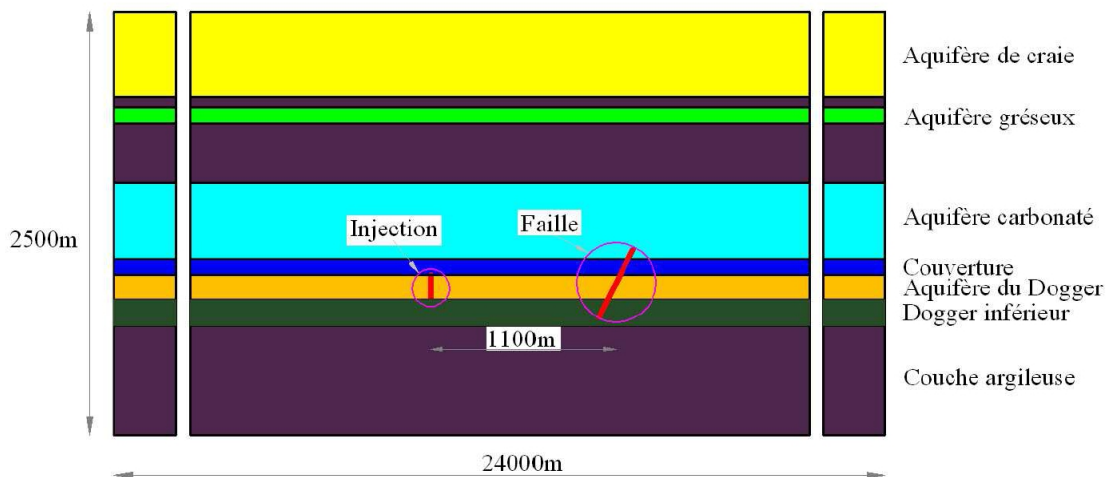


Figure 5-1 – Modèle géologique simplifié du Bassin de Paris (d'après Vu, 2012).

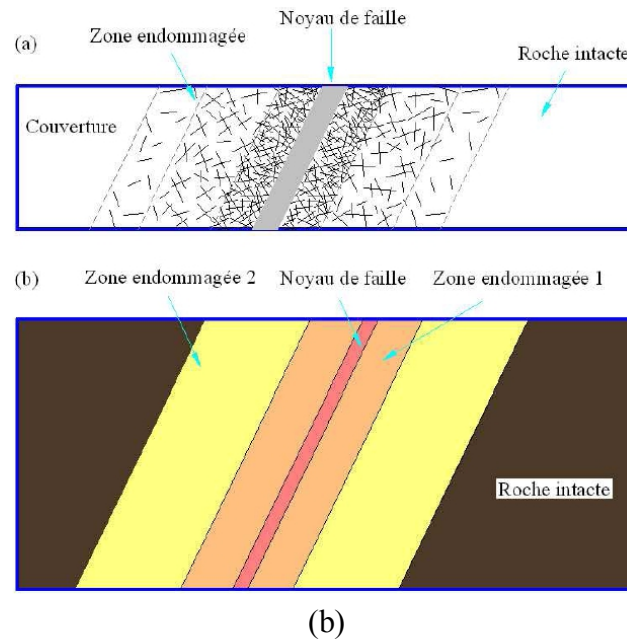


Figure 5-2 – Zones endommagées au tour de la faille (d’après Vu, 2012).

La composition minéralogique des couches géologiques sont données dans le [Tableau 5-1](#). Cette composition permet une estimation du module de compression des grains solides et puis le coefficient de Biot du milieu.

Tableau 5-1: Composition minéralogique en pourcentage (%) des couches géologiques du Bassin de Paris ([Thiebaut, 1925](#); [Nauleau, 2013](#))

Couches	Calcite	Dolomite	Phyllite	Halloysite	Mica Blanc
Aquifère de craie	95	5	0	0	0
Couche argileuse	8.25	0	23	4.2	15.4
Aquifère gréseux	7.9	28.85	50.6	0	4.65
Couche argileuse	8.25	0	23	4.2	15.4
Aquifère carbonaté	95	5	0	0	0
Couverture	11.5	0	64.05	3	7.9
Aquifère du Dogger	20	7.5	23.65	0	10.6
Dogger inférieur	20	7.5	23.65	0	10.6
Couche argileuse	0	0	29.9	0	17.3
Couches	Hmenite, rutile	Pyrite	Orthose	Quarts	
Aquifère de craie	0	0	0	0	
Couche argileuse	1.7	0	4.6	42.85	
Aquifère gréseux	0.55	0	0	7.45	
Couche argileuse	1.7	0	4.6	42.85	
Aquifère carbonaté	0	0	0	0	
Couverture	0.85	0.2	4.6	7.9	
Aquifère du Dogger	1.05	0.4	8.9	27.9	
Dogger inférieur	1.05	0.4	8.9	27.9	
Couche argileuse	0.8	0	26	26	

A partir de la composition minéralogique des couches géologiques dans le [Tableau 5-1](#) et des modules de compression des minéraux donnés par [Bass \(1995\)](#), le module équivalent des grains solides de chaque couche peut être estimé en utilisant le moyen de [Hill \(1952\)](#).

Ghabezloo et Sulem (2009) ont montré que cette méthode donne une bonne estimation de module de compression des grains solides pour une roche ayant une microstructure hétérogène. Les modules de compression des grains solides et d'autres propriétés hydromécaniques des couches géologiques du Bassin de Paris, partiellement basées sur Ducellier et al. (2011) et Seyedi et al. (2011), sont récapitulés dans le Tableau 5-2.

Tableau 5-2: Propriétés hydromécaniques des couches géologiques du Bassin de Paris (t : épaisseur ; D : profondeur ; E : module d'Young ; ν : coefficient de Poisson ; ϕ : porosité ; k : perméabilité) (partiellement basées sur Ducellier et al., 2011 et Seyedi et al., 2011)

Nom de la couche	t(m)	D(m)	E (GPa)	ν	ϕ (%)	k (m ²)	K_s (GPa)	b
Aquifère de craie	500	500	5	0.3	30	1.0×10^{-16}	74.26	0.94
Couche argileuse	60	560	6.65	0.285	5	1.0×10^{-16}	59.01	0.91
Aquifère gréseux	100	660	10	0.3	25	0.5×10^{-12}	57.48	0.86
Couche argileuse	350	1010	6.65	0.285	5	1.0×10^{-19}	59.01	0.91
Aquifère carbonaté	450	1460	15	0.3	15	1.0×10^{-14}	74.26	0.83
Couverture	90	1550	20	0.3	15	1.0×10^{-22}	51.77	0.68
Aquifère du Dogger	150	1700	6.65	0.285	5	1.0×10^{-14}	60.85	0.92
Dogger inférieur	150	1850	24	0.29	15	1.0×10^{-19}	60.85	0.92
Couche argileuse	650	2500	42	0.29	10	1.0×10^{-21}	63.63	0.48

La zone de faille se compose d'un noyau entouré par une structure très complexe, celle qui est simplifiée par deux zones fracturées (zone endommagée 1 et 2) avoisinantes. La faille ayant une longueur d'environ 450 m dont les extrémités se trouvent respectivement à une profondeur de 1400 m et 1800 m et entre la coordonnée horizontale de 6900 m et 7100 m par rapport au centre du modèle. Une description plus détaillée de cette zone est présentée dans la Figure 5-2b. Le noyau de faille est considéré comme une couche d'argile très peu perméable d'une épaisseur de 1 m dont les propriétés hydromécaniques sont données dans le Tableau 5-3.

Tableau 5-3: Propriétés hydromécaniques du noyau de faille (Vu, 2012)

Paramètres	Valeurs
Module d'Young	6.65GPa
Coefficient de Poisson	0.285
Cohésion	1.22MPa
Angle de frottement	25.4°
Perméabilité intrinsèque	10^{-21} m ²
Porosité	0.05

La zone endommagée 1, d'épaisseur de 10 m de chaque côté de la faille, contient une densité très forte de fractures intersectées. La zone endommagée 2, d'épaisseur de 30 m de chaque côté de la faille, présente une densité moyenne de fractures intersectées ou non. A l'extérieur de la zone de faille se trouve la roche intacte. Grâce à son architecture, la zone de faille joue deux rôles différents : (i) en raison de son réseau de fractures intersectées, la zone de faille se comporte comme une conduite hydraulique vers le haut, (ii) en revanche, la faible perméabilité du noyau de la faille fournit une barrière hydraulique latérale. Chaque zone endommagée comprend plusieurs familles de fractures avec différents densité, longueur,

angle d'orientation, épaisseur et raideur. Les paramètres de deux zones endommagées et différentes familles de fractures sont présentés dans le [Tableau 5-4](#).

Tableau 5-4: Paramètres des familles des fractures dans les zones endommagées 1 et 2 (ρ : densité des fractures ; l : longueur moyenne ; θ : orientation moyenne ; e_0 : ouverture initiale moyenne ; k_{nn} : raideur normale) ([Vu, 2012](#))

Numéro de famille	ρ	l (m)	$\theta(0 \leq \theta < \pi)$	e_0 (mm)	k_{nn} (GPa)
Zone endommagée 1					
1	0.56	0.70	2.6167	0.125	60
2	0.33	0.92	1.0467	0.125	60
3	0.36	0.81	2.3550	0.125	60
4	0.15	0.62	1.0467	0.125	60
5	0.18	0.22	1.9189	0.125	60
Zone endommagée 2					
1	0.36	0.70	2.6167	0.125	60
2	0.33	0.92	1.0467	0.125	60
3	0.16	0.81	2.3550	0.125	60

En se basant sur la perméabilité intrinsèque du noyau de la faille ainsi que d'autres paramètres de deux zones endommagées, [Vu \(2012\)](#) a utilisé le modèle auto-cohérent afin de calculer les perméabilités équivalentes de ces deux zones. Les valeurs obtenues par [Vu \(2012\)](#) sont réemployées dans le cadre de ce travail. Il est à noter qu'avec les familles de fracture considérés dans le [Tableau 5-4](#), les perméabilités initiales des zones endommagées 1 et 2 sont respectivement de quatre et deux ordres de grandeur supérieures à la perméabilité de la roche de couverture.

5.2.2 Modèle aux éléments finis et conditions aux limites

Le maillage et des conditions aux limites du modèle simplifié du Bassin de Paris sont présentés dans la [Figure 5-3](#). La zone de faille est raffinée afin d'obtenir des résultats avec une bonne précision. Les éléments triangulaires sont utilisés pour la matrice environnante tandis que les éléments de joints cohésifs à 4 nœuds sont utilisés pour le noyau de la faille. Le modèle en éléments finis se compose de 5467 nœuds avec 10310 éléments.

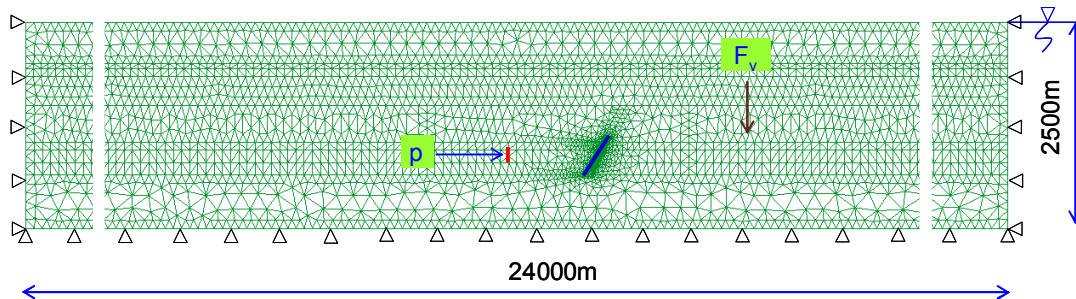


Figure 5-3 – Modèle en éléments finis et conditions aux limites du modèle de Bassin de Paris

Les types de charges suivants sont à considérer :

- Charge due au poids propre des couches géologiques. Pour des raisons de simplicité, toutes les couches sont supposées avoir le même poids volumique de 25 kN/m³ afin de calculer la contrainte verticale initiale.
- Pression hydrostatique due à la nappe phréatique. Son niveau est supposé à la surface du modèle (Rohmer et Seyedi, 2010 ; Nauleau, 2013). Le poids volumique de l'eau est de 10 kN/m³ et son module de compression est de 2.2 GPa.
- Pression de fluide dans le puits d'injection.

Les propriétés hydromécaniques des couches géologiques sont présentées dans le [Tableau 5-2](#). Pour les deux zones endommagées 1 et 2, les perméabilités initiales de ces zones sont respectivement de quatre et deux ordres de grandeur supérieure à la perméabilité de la roche couverture. En ce qui concerne le noyau de la faille, à part quelques propriétés présentées dans le [Tableau 5-3](#), les autres paramètres sont déterminés de la manière suivante :

Les raideurs des éléments de joints sont estimées en utilisant l'hypothèse d'une couche mince avec E et e étant respectivement le module d'Young et l'épaisseur du noyau de la faille: $k_{nn} = E/e$, $k_{tt} = G^*/e = E/2e(1+\nu)$, $k_{nn} = k_{tt} = 0$. Les raideurs résiduelles sont supposées égales à 20% de la raideur normale initiale k_{nn} (Bemani Yazdi, 2009), la fermeture maximale est supposée égale à $e_0 = 1$ mm. Les autres paramètres sont : la résistance en traction $\sigma_R = 1.55$ MPa et le paramètre de radoucissement $\beta = 1.0$.

Pour ce qui est des conditions aux limites, des déplacements normaux nuls sont imposés sur les bords gauche et droit car ces deux bords sont suffisamment loin de la zone de faille ainsi que le puits d'injection. Les résultats de quelques simulations élémentaires ont permis de justifier ces conditions. En ce qui concerne le bord inférieur du modèle, il est supposé que ce bord repose sur une structure rocheuse infiniment rigide, d'où le bord inférieur est bloqué verticalement. Un flux de fluide normal nul est imposé sur les bords gauche et droit, ce qui signifie qu'il n'y a pas de fluide qui sort horizontalement au niveau de ces deux bords. Cette condition de flux de fluide nul sera justifiée ultérieurement par des résultats de simulations numériques. Sur le bord supérieur, la pression de fluide est mise à zéro, la pression de fluide de référence étant égale à la pression atmosphérique. Les calculs sont faits en configuration de déformations planes.

5.2.3 Définition d'un scénario d'injection

Pour des raisons de simplicité, il est à noter que la procédure d'injection de CO₂ à l'état supercritique (i.e. en état fluide) dans ce travail doit être comprise comme une injection d'eau dans un milieu saturé. L'effet chimique n'est pas pris en compte. Un puits d'injection se trouve dans le réservoir du Dogger (entre 1550 et 1700m de profondeur). Ce puits est localisé à 1100m du milieu de la faille. Le gradient de température est de 0.041°C/m. Dans le puits d'injection, la température moyenne s'élève à 67°C. Le fluide a souvent une faible viscosité car cette dernière évolue avec la température. Dans cette étude, la viscosité dynamique du fluide est prise égale à 4.04×10^{-4} Pa.s. La procédure d'injection est opérée pendant 22.5 ans

pour une pression d'injection totale de 22.5 MPa (Figure 5-4). Le processus d'injection peut être modélisé par un accroissement linéaire de la pression interstitielle dans le réservoir à partir de la pression hydrostatique au niveau du puits (17 MPa) jusqu'à la pression d'injection souhaitée (39.5 MPa). L'injection est suffisamment lente avec des pas de temps de simulation petits.

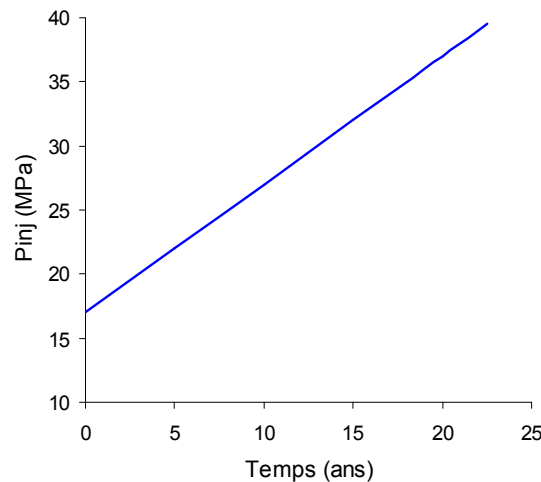


Figure 5-4 – Scénario d'injection : la pression est linéairement injectée dans le puits à partir de la pression hydrostatique au niveau du puits (17 MPa) jusqu'à une valeur maximale de 39.5 MPa sur une durée totale de 22.5 années.

5.3 Comportement de la zone de faille

5.3.1 Etat initial avant injection

La Figure 5-5 présente le champ de pression interstitielle et de contraintes dans le massif avant l'opération d'injection. A cet état initial, la pression interstitielle augmente graduellement avec la profondeur de 0 (à la surface supérieure du Bassin) à 25 MPa (à la surface inférieure du Bassin). Au niveau du puits d'injection, la pression interstitielle est d'environ 17 MPa. La contrainte verticale due au poids propre des couches géologiques augmente linéairement avec la profondeur de 0 (à la surface supérieure du Bassin) à 62.5 MPa (à la surface inférieure du Bassin). Ainsi, la contrainte effective verticale à l'état initial dans le massif avant l'opération d'injection évolue linéairement selon la profondeur pour atteindre sa valeur maximale à la surface inférieure du Bassin. Vu sa géométrie, la faille est sollicitée en mode mixte de compression-cisaillement, la faille est considérée saine à l'état initial.

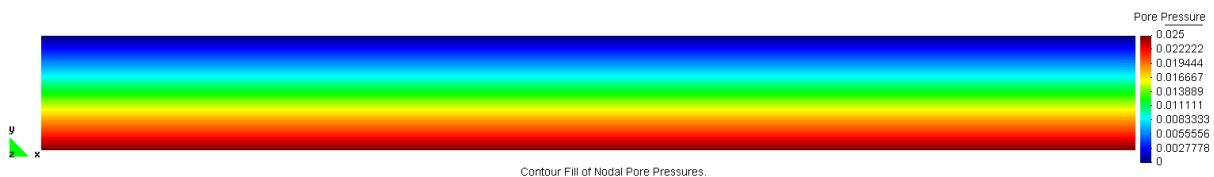


Figure 5-5 – (a) Champ de pression interstitielle à l'état initial avant l'injection.

Les champs de contraintes effectives σ'_{xx} , σ'_{yy} , σ'_{xy} et σ'_{zz} sont présentés dans la Figure 5-6. Il est à noter que la présence de la faille est à l'origine d'une perturbation légère de ces champs de contraintes au tour de la zone de faille. Loin de cette dernière, les champs de contraintes sont distribués de façon quasiment homogène dans la direction horizontale.

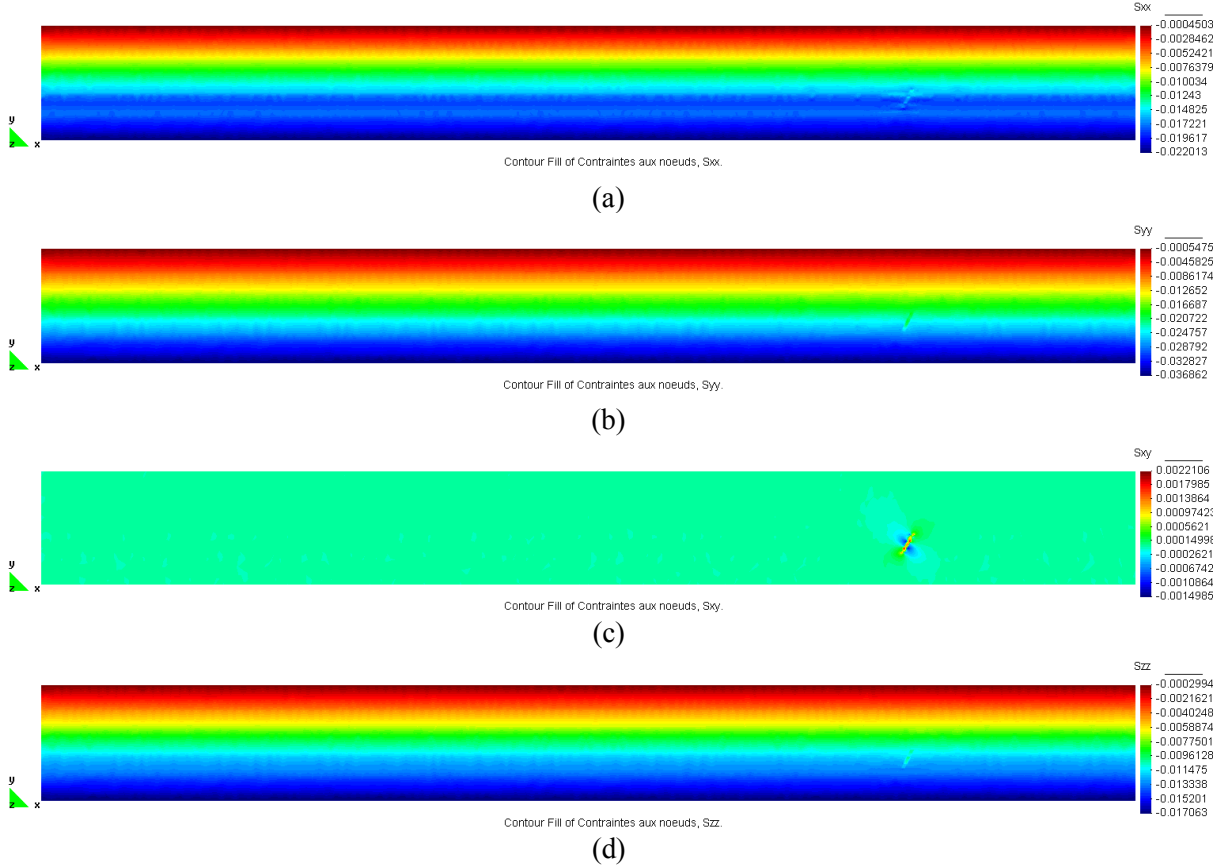


Figure 5-6 – (a) Champ de contrainte σ'_{xx} , (c) Champ de contrainte σ'_{yy} , (d) Champ de contrainte σ'_{xy} et (d) Champ de contrainte σ'_{zz} à l'état initial avant l'opération d'injection.

5.3.2 Au cours de la procédure d'injection

La Figure 5-7 présente l'évolution du champ de pression interstitielle dans le Bassin à différents temps jusqu'à la fin de la procédure d'injection.

Etant donné que la perméabilité du réservoir est beaucoup plus grande que celles de la couche de couverture supérieure et de l'aquifère du Dogger inférieur, le fluide est diffusé plus facilement et principalement dans le réservoir. En plus, les deux zones de faille ont une densité forte de fractures hétérogènes, qui augmente considérablement la perméabilité équivalente de ces deux zones par rapport à la perméabilité de la couche de couverture, d'où une facilité pour le fluide de s'écouler le long de ces deux zones vers la couverture supérieure ainsi que l'aquifère du Dogger inférieur. Il est à noter que la pression interstitielle sur les deux bords gauche et droite ne varie quasiment pas pendant la procédure d'injection. D'où les conditions aux limites de flux de fluide nul appliqué sur ces deux bords dans notre modèle.

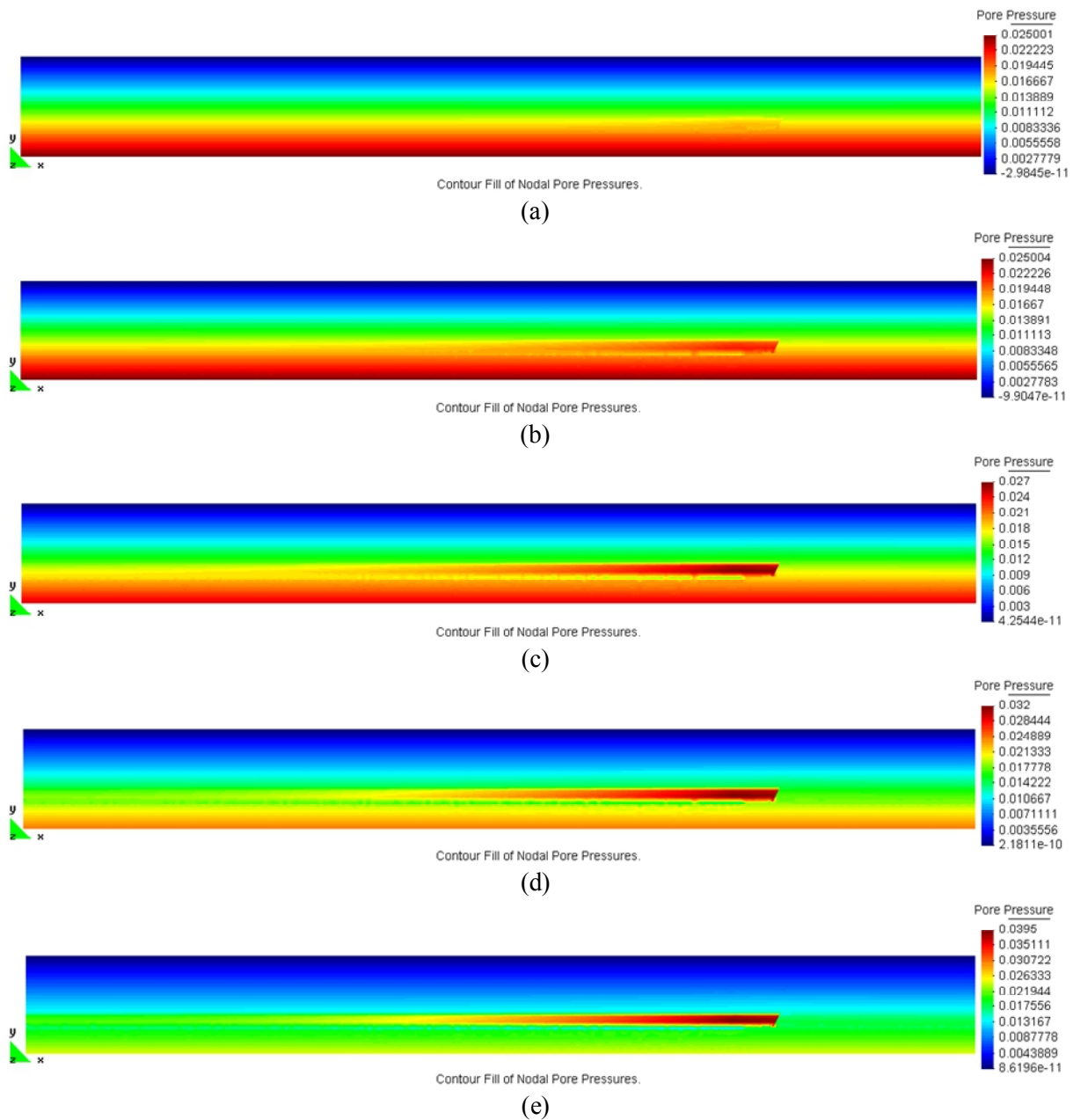


Figure 5-7 – Evolution du champ de pression interstitielle dans la formation géologique à différents temps d'injection : (a) à 1 an, (b) à 5 ans, (c) à 10 ans, (d) à 15 ans, et (e) à 22.5 ans (i.e. fin de la procédure d'injection).

La Figure 5-8 présente l'évolution de pression interstitielle sur une coupe horizontale passant par le point d'injection ainsi que la zone de faille à différents temps d'injection. La pression interstitielle est maximale au point d'injection et diminue vers les deux côtés. Pour le côté droit, du fait de la présence de la faille qui a une perméabilité très faible par rapport au réservoir et aux zones endommagées et fonctionne comme une barrière hydraulique, la pénétration du fluide est empêchée. Une discontinuité de la pression interstitielle sur la coupe horizontale est observée. Cette discontinuité augmente au cours du processus d'injection.

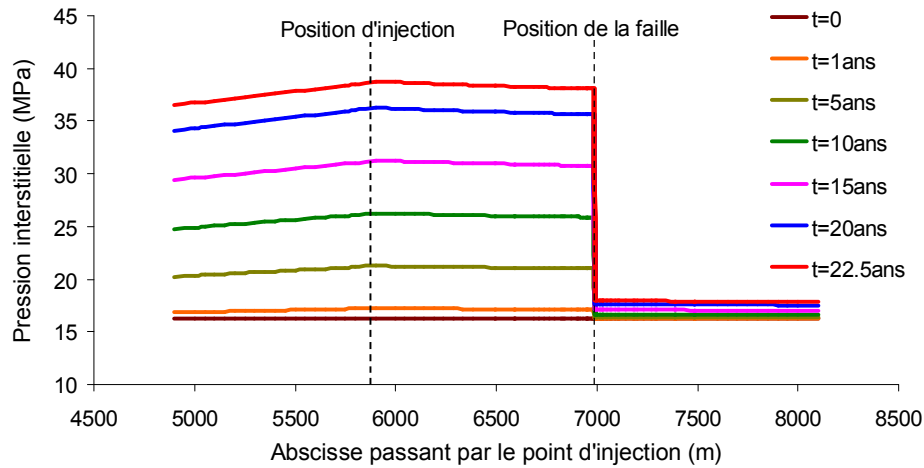


Figure 5-8 – Evolution de la pression interstitielle dans la couche de réservoir en présence de la zone de faille à différents temps d'injection.

La Figure 5-9 présente l'évolution de la pression interstitielle sur une coupe passant par l'interface entre le noyau de la faille et le réservoir à différents temps d'injection.

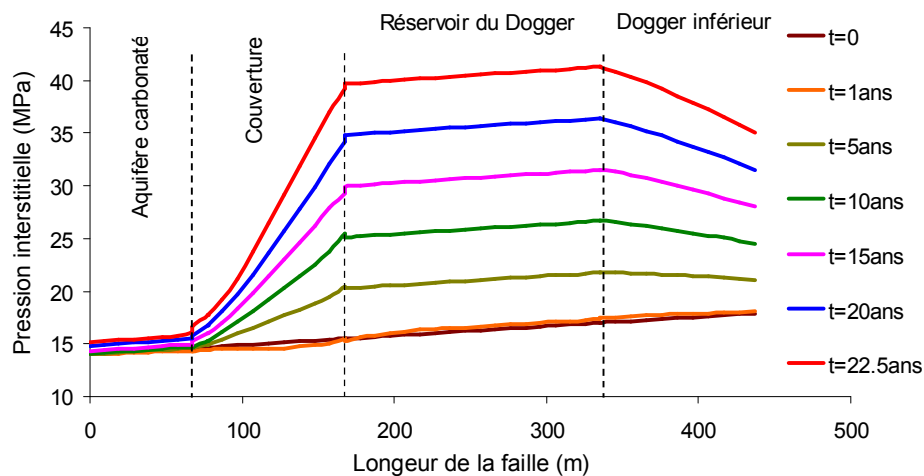


Figure 5-9 – Evolution de la pression interstitielle à l'interface entre les couches géologiques et la zone de faille à différents temps d'injection.

En général, la pression interstitielle augmente au cours de l'injection. Étant donné que l'injection se fait dans le réservoir du Dogger, la pression interstitielle augmente très facilement dans ce réservoir et puis se diffuse vers la couche de couverture supérieure ou bien vers la couche de Dogger inférieur. La perméabilité de la zone endommagée dans la couverture ayant une perméabilité plus grande que celle de la couverture mais reste encore plus petite que celles de l'aquifère carbonaté et du réservoir du Dogger, ainsi, le fluide s'écoule plus difficilement dans la zone endommagée de la couverture par rapport aux autres couches. On peut constater également une légère augmentation de la pression interstitielle dans l'aquifère carbonaté au cours de l'injection, ce qui signifie que le fluide injecté a traversé la zone endommagée dans la couverture et est monté vers l'aquifère carbonaté plus haut. De

la même façon, le fluide a également pénétré dans l'aquifère du Dogger inférieur à travers la zone de faille pendant l'opération d'injection.

D'après le concept de la contrainte effective, l'augmentation de la pression interstitielle diminue la contrainte effective dans la zone de faille. En plus, l'augmentation de la pression interstitielle diminue également la compression dans les éléments cohésifs modélisant le noyau de la faille. La diminution de la contrainte normale en compression combinée avec la contrainte de cisaillement peut déclencher une rupture en cisaillement. La Figure 5-10 présente l'évolution de la longueur endommagée (notée L_{endo} sur la courbe rouge) par rapport à la longueur totale du noyau de la faille (notée L) lors de la procédure d'injection du CO_2 . Les résultats montrent que lorsque la pression d'injection au niveau du puits est inférieure à 32 MPa (correspondant à 15 ans d'injection), le noyau de la faille n'est pas encore endommagé. En revanche, la longueur endommagée se développe très brusquement entre 32 MPa et 33 MPa d'injection avec l'endommagement d'environ 70% de la longueur de la faille. Cette longueur évolue ensuite progressivement entre 33 MPa et 37 MPa d'injection. Un deuxième saut est observé pour une pression d'injection de 37.25 MPa pour atteindre l'état d'endommagement total du noyau de la faille jusqu'à la fin de l'opération d'injection.

Sur la Figure 5-10, l'évolution de la taille de plastification (notée L_p sur la courbe bleue), issue de des travaux de Vu (2012) en fonction de la pression d'injection au niveau du puits est également présentée. Cette plastification commence à se développer à partir de la pression d'injection environ 28 MPa à l'interface entre le réservoir du Dogger et la couche de couverture. Cette zone s'élargit ensuite vers d'autres couches jusqu'à la fin de la procédure d'injection (correspondant à une pression d'injection de 34 MPa) et atteint à environ 70% de la longueur de la faille.

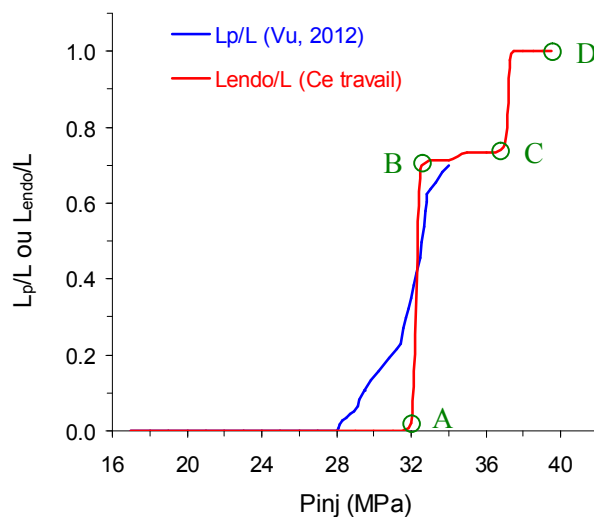


Figure 5-10 – Evolution de la longueur endommagée (notée L_{endo} sur la courbe rouge) et de la taille de plastification (notée L_p sur la courbe bleue) par rapport à la longueur totale du noyau de la faille (notée L) lors de la procédure d'injection du CO_2 . Les résultats de la plastification sont extraits des travaux de Vu (2012).

D'une manière générale, les deux courbes dans la [Figure 5-10](#) montrent une gamme de pression d'injection dans laquelle la plastification ou bien l'endommagement de la faille se développent très sensiblement (entre 28 MPa et 32 MPa pour la plastification, et entre 32 MPa et 36 MPa pour l'endommagement). En plus, les courbes donnent également l'ordre de grandeur de la pression d'injection qu'il ne faudrait pas dépasser afin d'éviter le phénomène de réactivation de la faille ainsi que l'instabilité de propagation de l'endommagement du noyau de la faille. D'après ces résultats, pour assurer la sécurité de la formation géologique, le fluide devrait être injecté très lentement dans le puits pour une pression d'injection inférieure à 32 MPa.

La [Figure 5-11](#) présente l'évolution de la variable d'endommagement dans le noyau de la faille en fonction de la pression d'injection (i.e. temps d'injection) correspondant aux points A, B, C, D définis dans la [Figure 5-10](#) : (a) Point A correspondant à 32 MPa d'injection, (b) Point B correspondant à 32.5 MPa d'injection, (c) Point C correspondant à 37 MPa d'injection, et (d) Point D correspondant à 39.5 MPa d'injection vers la fin de l'opération d'injection. Il est à noter que l'endommagement apparaît dans un premier lieu à l'interface entre le réservoir et la couche de couverture. Ce résultat est en bon accord avec le résultat de [Vu \(2012\)](#) dans lequel il a observé la plastification apparue premièrement au même endroit que celui de ce travail.

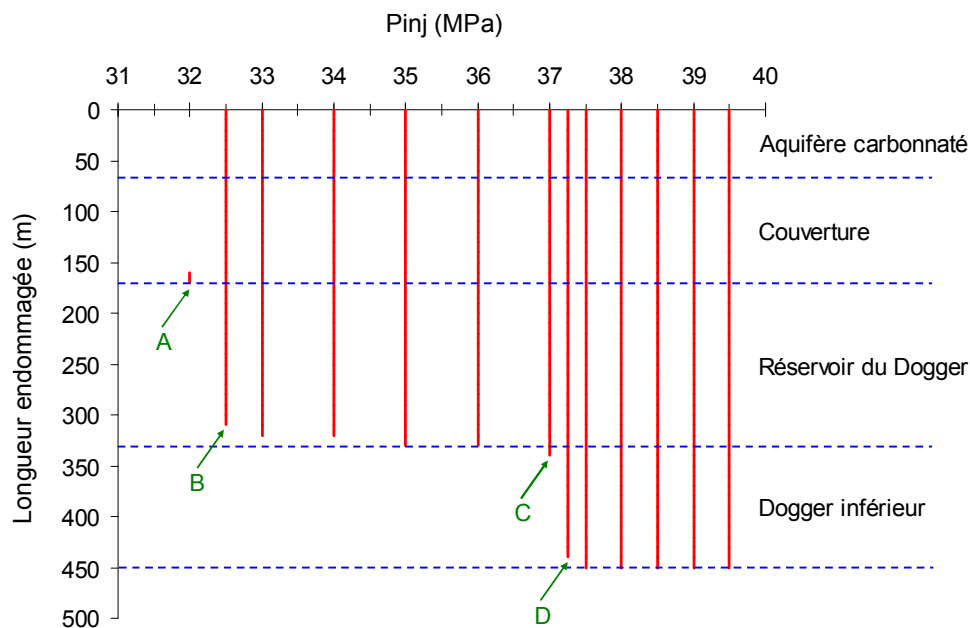


Figure 5-11 – Evolution de la variable d'endommagement dans le noyau de la faille en fonction de la pression d'injection (i.e. temps d'injection) correspondant aux points A, B, C, D définis dans la [Figure 5-10](#) : Point A, B, C et D correspondant respectivement à 32 MPa, 32.5 MPa, 37 MPa et 39.5 MPa d'injection.

Il est à noter que pendant la procédure d'injection, le phénomène d'instabilité de propagation de l'endommagement dans la faille est observé. Cette instabilité se traduit par le

saut de la longueur endommagée (Figure 5-10) ou bien de la variable d'endommagement (Figure 5-11). Lors de l'endommagement, les éléments de joints cohésifs restent encore en compression, ainsi la contrainte de cisaillement est le facteur moteur de la rupture observée de la faille. Cette rupture en cisaillement est potentiellement l'origine du phénomène de micro sismicité (i.e. sismicité induite) qui peut apparaître pendant la procédure d'injection.

5.4 Conclusions

Dans ce chapitre, le comportement de la zone de faille lors du stockage géologique de CO₂ dans le Bassin de Paris a été étudié en utilisant le Modèle de Fracture Cohésive. Le noyau de faille rempli de matériau très peu perméable est modélisé par des éléments de joint cohésifs. Les résultats de simulations numériques montrent que la zone de faille joue à la fois deux rôles différents. Grâce à sa perméabilité très faible par rapport au réservoir, le noyau de faille empêche l'écoulement du CO₂ venant du point d'injection vers l'autre côté du réservoir. En revanche, comme la zone de faille possède une forte densité des fractures hétérogènes, sa perméabilité est de deux à quatre ordres de grandeur plus grande que la perméabilité de la couverture. Le fluide peut donc pénétrer à travers la faille vers les couches géologiques supérieures. Cette possibilité de pénétration est une des questions préoccupantes des projets de stockage car le CO₂ peut être dissous dans les nappes phréatiques et causer la pollution de ces nappes.

Durant la procédure d'injection, le CO₂ supercritique est diffusé principalement dans le réservoir. La pression interstitielle dans le réservoir et dans la zone de faille augmente, ce qui diminue la contrainte normale de compression dans les éléments cohésifs modélisant la faille. La contrainte de cisaillement dans la faille, due au poids propres des couches géologiques à l'état initial avant l'injection, est à l'origine du déclenchement de la rupture de la faille (par glissement). Les résultats des simulations numériques montrent que l'opération d'injection de fluide dans le réservoir induit un endommagement dans le noyau de la faille. L'endommagement commence à se développer en premier lieu à l'interface entre le réservoir et la couche de couverture, et puis s'élargit vers les autres couches. L'endommagement évolue très sensiblement aux alentours d'une pression d'injection $P_{inj} \approx 32\text{MPa}$ (correspondant à environ 15 ans d'injection). Vers la fin de l'opération d'injection, toute la faille est endommagée. Les sauts significatifs et brusques de la longueur d'endommagement observés montrent le risque de sismicité induite liée à la rupture par glissement dans la zone de faille. La courbe de l'évolution de la longueur endommagée du noyau de faille donne des indications permettant de déterminer une pression d'injection critique à ne pas dépasser sous peine de provoquer des glissements de faille et phénomènes sismiques. Pour le scénario d'injection défini dans le cadre de ce travail, la pression d'injection critique a été estimée à environ 32 MPa.

CONCLUSIONS GENERALES ET PERSPECTIVES

Conclusions générales

Cette thèse, inscrite dans le cadre du projet ANR-SEED FISIC, a eu pour objectif d'étudier le comportement hydromécanique des zones de faille et de la sismicité induite lors de l'injection de CO₂. Pour ce faire, trois volets principaux de recherches ont été réalisés. Le premier concerne la modélisation de l'écoulement hydraulique transitoire dans une matrice fracturée suite à une injection de fluide ainsi que ses effets mécaniques. Le deuxième volet a été consacré à développer un Modèle de Zone/Fracture Cohésive (MFC) afin d'étudier les phénomènes de propagations de fractures et leurs instabilités sous chargements en mode I et mode II. Le troisième volet a été dédié à analyser le risque de propagation de la faille et de la sismicité induite lors du stockage géologique de CO₂ dans le Bassin de Paris.

En ce qui concerne le premier volet, après des études de validation des modèles, le couplage hydromécanique entre l'écoulement et la déformation dans un milieu poreux fracturé a été étudié dans le cadre de la poroélasticité linéaire. L'écoulement de Darcy dans la matrice poreuse et celui de Poiseuille dans la fracture ont été supposés. Les résultats numériques obtenus permettent de tirer les conclusions suivantes :

- Lors de l'injection d'une pression constante et en l'absence de propagation de fracture, le facteur d'intensité de contraintes (FIC) à l'extrémité de la fracture augmente de manière monotone et atteint sa valeur maximale à l'état limite d'écoulement stationnaire. En plus, à cause de l'effet poromécanique, le FIC dans un milieu poreux est toujours inférieur au facteur qui résulte des mêmes conditions d'injection dans un solide non poreux. Pour le cas d'injection à débit constant, une tendance non-monotone est obtenue qui est probablement due à deux phénomènes concurrents avec différentes cinématiques et effets opposés: (i) la diffusion relativement rapide du fluide dans la fracture qui tend à ouvrir la fracture et donc augmenter le FIC, et (ii) la diffusion lente du fluide dans la matrice poreuse environnante qui provoque un gonflement de la matrice et ainsi diminue le FIC.
- Des solutions semi-analytiques du FIC pour le cas d'une fracture dans un milieu poreux soumis à l'injection de fluide ont été obtenues sur la base d'études théoriques et numériques. A l'état d'écoulement stationnaire, le problème hydraulique devient indépendant du problème mécanique si on suppose une ouverture constante de la fracture. En plus, les champs de contrainte et de déplacement peuvent être décomposés en deux parties afin de calculer le FIC : (i) une partie due à l'application d'une pression sur les lèvres de la fracture dans un solide élastique sans effet de porosité de la matrice, (ii) une partie due à l'application d'une pression interstitielle dans la matrice poreuse en l'absence de toute force extérieure. Les expressions générales établies pour le FIC sont des expressions exactes obtenues sur la base d'une

étude analytique à l'exception de deux fonctions adimensionnelles qui sont des solutions approchées obtenues par ajustement de résultats numériques. Ces expressions sont assez précises et utiles pour discuter des conditions de propagation de fracture dans différentes situations.

- Deux exemples d'application utilisant les solutions semi-analytiques sont présentés. Un exemple de fracturation hydraulique autour d'un puits sous un débit d'injection constant montre que la propagation de fracture est stable et une longueur maximale de la fracture est obtenue. En revanche, pour le cas de l'injection de fluide à pression constante dans des formations réservoirs, la propagation de fracture n'est pas stable. En plus, si les couches de couverture sont percées par une fracture, la propagation continuera jusqu'à ce que cette fracture atteigne les couches avec des propriétés mécaniques (ténacités) différentes ou un état de contraintes différent.

Pour le deuxième volet, le cadre théorique d'un Modèle de Zone/Fracture Cohésive (MFC) basé sur un critère de rupture de Mohr–Coulomb modifié, couvrant l'évolution des résistances normales et en cisaillement ainsi que des paramètres de rigidité élastiques avec endommagement a été développé. Les résultats des simulations numériques utilisant ce modèle ont permis de montrer les points suivants :

- Le MFC permet de simuler certains phénomènes spécifiques tels que les instabilités de propagation en mode I (traction) et mode II (cisaillement), qui sont semblables au phénomène de "snap-back" pour le mode I et le "stick-slip" pour le mode II, ainsi que le branchement de fracture en mode II. Les instabilités se produisent dans la phase de radoucissement dépendant du rapport entre la rigidité de la fracture cohésive et le module d'élasticité de la roche environnante. Ces résultats pourront contribuer à une meilleure compréhension du phénomène de micro-sismicité en raison de la propagation instable des fractures en mode cisaillement car la sismicité est en général considérée comme résultant des effets de cisaillement.
- Une relation d'équivalence est établie entre les paramètres du MFC et ceux du modèle de la Mécanique Linéaire de la Rupture (MLR) en termes de longueur de propagation de fracture sous des charges similaires. Cette relation permet l'extension de l'équivalence théorique entre MLR et MFC établie pour les matériaux fragiles et sur la base de critères énergétiques, à des matériaux quasi-fragiles et ductiles. Cette relation permet d'utiliser les ténacités des roches disponibles dans la littérature pour déterminer les paramètres de MFC pour des simulations numériques.
- Lors de l'injection de fluide dans un milieu fracturé, une instabilité de propagation peut être générée. En l'absence d'autres charges mécaniques induisant un cisaillement, l'injection de fluide induit une sollicitation et un endommagement principalement en mode I. Pour une fracture initialement sollicitée en chargement combiné de compression-cisaillement, l'injection de fluide peut induire un glissement et endommagement en mode II. Des phénomènes d'instabilité de propagation peuvent

expliquer la sismicité induite rencontrée dans des projets de fracturation hydraulique ainsi que dans les projets de stockage géologique de CO₂.

Concernant le troisième volet, les résultats de simulations numériques montrent que la zone de faille joue à la fois deux rôles différents. Grâce à sa perméabilité très faible, le noyau de faille empêche l'écoulement du CO₂ venant du point d'injection vers l'autre côté du réservoir. En revanche, comme la zone de faille possède une forte densité de fractures, le CO₂ peut pénétrer à travers cette zone vers les couches géologiques supérieures et causer la pollution des nappes phréatiques. L'injection de fluide dans le réservoir induit un endommagement dans le noyau de la faille. L'endommagement évolue très sensiblement aux alentours d'une gamme de pression. Les sauts brusques de la longueur endommagée observés montrent le risque de sismicité induite liée à la rupture par glissement dans la zone de faille. La courbe de l'évolution de la longueur endommagée du noyau de faille donne des indications permettant de déterminer une pression d'injection critique à ne pas dépasser sous peine de risque de provoquer des glissements de faille et des phénomènes sismiques.

Perspectives générales

Nous pouvons envisager d'explorer les pistes suivantes comme perspectives du présent travail :

- Des simulations peuvent être réalisées afin d'établir des relations d'équivalence de propagation en mode II et mode mixte (I+II) entre le MFC et la MLR. Les relations d'équivalence sont établies en termes de propagation de fracture en se basant sur la longueur de propagation sous les mêmes charges appliquées.
- Les effets chimiques du fluide injecté devraient être pris en compte car la diffusion du CO₂ dans la roche fracturée s'accompagne des interactions chimiques. Ce processus peut augmenter la porosité, dégrader des paramètres mécaniques de la roche et déstabiliser donc le système de failles existant. Un couplage hydro-chimio-mécanique est donc indispensable pour une étude plus complète et réaliste dans le contexte de stockage de CO₂. En plus, le MFC endommagement-élastique utilisé dans ce travail devrait être étendu à des modèles d'endommagement-plasticité car la plasticité et l'endommagement apparaissent souvent simultanément sous les chargements considérés.
- Lors de la propagation rapide des fractures, le fluide ne peut pas avoir suffisamment de temps pour remplir tout l'espace de la fracture. Une zone vide près de l'extrémité de la fracture, appelée « fluid lag », peut apparaître et devrait être considérée dans les modélisations numériques futures.
- L'étude de l'interaction entre une fracture hydraulique et les fractures existantes fait partie également des pistes intéressantes à explorer.
- Pour d'autres applications évoquées dans ce travail, comme la fissuration hydrique due à la sécheresse, l'aspect non-saturé du matériau doit être considéré. En plus, la

dépendance de la perméabilité relative de la matrice au degré de saturation ou à la succion peut être prise en compte.

Annexe 1. Démonstration de vérification de la solution de Westergaard (1939)

La solution de Westergaard se base sur les propriétés des fonctions analytiques d'une variable complexe. Une variable complexe $z = x + iy$ est définie où x et y sont les coordonnées du problème 2D et $i = \sqrt{-1}$. D'après Ahlfors (1979) : « Les fonctions complexes de variables complexes $Z(z)$ possèdent leur dérivée partout où ces fonctions sont définies ». Ces fonctions doivent donc vérifier les conditions de Cauchy-Rieman (A.1) et l'équation de Laplace (A.2):

$$\frac{\partial \operatorname{Re} Z}{\partial x} = \frac{\partial \operatorname{Im} Z}{\partial y} = \operatorname{Re} Z' \text{ et } \frac{\partial \operatorname{Im} Z}{\partial x} = -\frac{\partial \operatorname{Re} Z}{\partial y} = \operatorname{Im} Z' \quad (\text{A.1})$$

$$\nabla^2 (\operatorname{Re} Z) = \nabla^2 (\operatorname{Im} Z) = 0 \quad (\text{A.2})$$

Notons $Z' = dZ/dz = \operatorname{Re} Z' + i \operatorname{Im} Z'$, $\bar{Z} = \int Z dz$ et $\bar{\bar{Z}} = \int \bar{Z} dz$ sont respectivement la dérivée première, l'intégrale du premier et du deuxième ordre de Z .

Dans cette annexe, on démontre que la solution générale du problème de fractures proposée par Westergaard $\Phi = \operatorname{Re} \bar{\bar{Z}} + y \operatorname{Im} \bar{Z}$ vérifie l'équation bi-harmonique, les équations d'équilibre ainsi que les équations de compatibilité de déformation.

- A. Equation bi – harmonique

L'équation bi-harmonique que doit vérifier la solution de Westergaard s'écrit sous la forme :

$$\nabla^2 (\nabla^2 \Phi) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} = 0 \quad (\text{A.3})$$

Les dérivées en tenant compte des caractéristiques citées dans l'équation (A.1) se calculent :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (\operatorname{Re} \bar{\bar{Z}} + y \operatorname{Im} \bar{Z}) = \frac{\partial \operatorname{Re} \bar{\bar{Z}}}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} \operatorname{Im} \bar{Z} + y \frac{\partial \operatorname{Im} \bar{Z}}{\partial x} = \operatorname{Re} \bar{Z} + y \operatorname{Im} Z \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (\operatorname{Re} \bar{\bar{Z}} + y \operatorname{Im} \bar{Z}) = -\operatorname{Im} \bar{Z} + \operatorname{Im} \bar{Z} + y \operatorname{Re} Z = y \operatorname{Re} Z \quad (\text{A.5})$$

Les contraintes s'obtiennent donc :

$$\sigma_{yy} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} (\operatorname{Re} \bar{Z} + y \operatorname{Im} Z) = \frac{\partial \operatorname{Re} \bar{Z}}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} \operatorname{Im} Z + y \frac{\partial \operatorname{Im} Z}{\partial x} = \operatorname{Re} Z + y \operatorname{Im} Z' \quad (\text{A.6})$$

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y}(y \operatorname{Re} Z) = \frac{\partial y}{\partial y} \operatorname{Re} Z + y \frac{\partial \operatorname{Re} Z}{\partial y} = \operatorname{Re} Z - y \operatorname{Im} Z' \quad (\text{A.7})$$

$$\sigma_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} = -\frac{\partial}{\partial x}(y \operatorname{Re} Z) = -\frac{\partial y}{\partial x} \operatorname{Re} Z - y \frac{\partial \operatorname{Re} Z}{\partial x} = -y \operatorname{Re} Z' \quad (\text{A.8})$$

Les dérivées troisièmes se calculent :

$$\frac{\partial^3 \Phi}{\partial x^3} = \frac{\partial}{\partial x}(\operatorname{Re} Z + y \operatorname{Im} Z') = \frac{\partial \operatorname{Re} Z}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} \operatorname{Im} Z' + y \frac{\partial \operatorname{Im} Z'}{\partial x} = \operatorname{Re} Z' + y \operatorname{Im} Z'' \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial^3 \Phi}{\partial y^3} = \frac{\partial}{\partial y}(\operatorname{Re} Z - y \operatorname{Im} Z') = \frac{\partial \operatorname{Re} Z}{\partial y} - \frac{\partial y}{\partial y} \operatorname{Im} Z' - y \frac{\partial \operatorname{Im} Z'}{\partial y} = -2 \operatorname{Im} Z' - y \operatorname{Re} Z'' \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial^3 \Phi}{\partial x^2 \partial y} = \frac{\partial}{\partial y}(\operatorname{Re} Z + y \operatorname{Im} Z') = \frac{\partial \operatorname{Re} Z}{\partial y} + \frac{\partial y}{\partial y} \operatorname{Im} Z' + y \frac{\partial \operatorname{Im} Z'}{\partial y} = y \operatorname{Re} Z'' \quad (\text{A.11})$$

Et les dérivées quatrièmes s'obtiennent donc :

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} = \frac{\partial}{\partial x}(\operatorname{Re} Z' + y \operatorname{Im} Z'') = \operatorname{Re} Z'' + y \operatorname{Im} Z''' \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} = \frac{\partial}{\partial y}(-2 \operatorname{Im} Z' - y \operatorname{Re} Z'') = -3 \operatorname{Re} Z'' + y \operatorname{Im} Z''' \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y}(y \operatorname{Re} Z'') = \frac{\partial y}{\partial y} \operatorname{Re} Z'' + y \frac{\partial \operatorname{Re} Z''}{\partial y} = \operatorname{Re} Z'' - y \operatorname{Im} Z''' \quad (\text{A.14})$$

En introduisant des Eqs. (A.12), (A.13), et (A.14) dans (A.3), on en déduit que :

$$\nabla^2 (\nabla^2 \Phi) = \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} = 0 \quad (\text{A.15})$$

D'où l'équation bi-harmonique (A.3) est vérifiée.

- B. Equations d'équilibre

Les équations d'équilibre à vérifier sont les suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.16})$$

En utilisant les expressions des contraintes σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{xy} trouvées dans la partie précédente, les dérivées s'obtiennent :

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (\text{Re } Z - y \text{Im } Z') = \frac{\partial \text{Re } Z}{\partial x} - \frac{\partial y}{\partial x} \text{Im } Z' - y \frac{\partial \text{Im } Z'}{\partial x} = \text{Re } Z' - y \text{Im } Z'' \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (-y \text{Re } Z') = -\frac{\partial y}{\partial y} \text{Re } Z' - y \frac{\partial \text{Re } Z'}{\partial y} = -\text{Re } Z' + y \text{Im } Z'' \quad (\text{A.18})$$

$$\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (\text{Re } Z + y \text{Im } Z') = \frac{\partial \text{Re } Z}{\partial y} + \frac{\partial y}{\partial y} \text{Im } Z' + y \frac{\partial \text{Im } Z'}{\partial y} = y \text{Re } Z'' \quad (\text{A.19})$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (-y \text{Re } Z') = -\frac{\partial y}{\partial x} \text{Re } Z' - y \frac{\partial \text{Re } Z'}{\partial x} = -y \text{Re } Z'' \quad (\text{A.20})$$

D'où :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = (\text{Re } Z' - y \text{Im } Z'') + (-\text{Re } Z' + y \text{Im } Z'') = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = (y \text{Re } Z'') + (-y \text{Re } Z'') = 0 \end{cases} \quad (\text{A.21})$$

Les équations d'équilibre (A.16) sont donc vérifiées.

- C. Equation de compatibilité en déformation

On démontre cette relation pour le cas de déformations planes. Pour le cas de contraintes planes, le processus de démonstration peut être facilement déduit. En déformation plane, les composantes de déplacements ont pour expressions suivantes :

$$\begin{cases} 2G^* u_x = (1-2\nu) \text{Re } \bar{Z} - y \text{Im } Z \\ 2G^* u_y = 2(1-\nu) \text{Im } \bar{Z} - y \text{Re } Z \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

Par définition, la déformation ε_{xx} est calculée selon la formule $\varepsilon_{xx} = \partial u_x / \partial x$. D'où :

$$\begin{aligned} 2G^* \varepsilon_{xx} &= (1-2\nu) \frac{\partial \text{Re } \bar{Z}}{\partial x} - \frac{\partial y}{\partial x} \text{Im } Z - y \frac{\partial \text{Im } Z}{\partial x} = (1-2\nu) \text{Re } Z' - y \text{Im } Z'' \\ &= (1-\nu) [\text{Re } Z - y \text{Im } Z'] - \nu [\text{Re } Z + y \text{Im } Z'] = (1-\nu) \sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy} \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

En remplaçant $2G^* = E/(1+\nu)$ dans l'Eq. (A.22), on obtiendra $E\varepsilon_{xx} = (1-\nu^2) \sigma_{xx} - \nu(1+\nu) \sigma_{yy}$. De plus, la relation contrainte – déformation en élasticité linéaire $E\varepsilon_{xx} = \sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})$ permet de conclure que :

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad (\text{A.24})$$

L'Eq. (A.23) implique $\varepsilon_{zz} = 0$ selon la théorie d'élasticité linéaire. Autrement dit, la solution proposée par Westergaard vérifie l'équation de compatibilité en déformation.

Annexe 2. Résultats pour les cas symétriques, asymétriques et axisymétriques en configurations de contraintes planes et déformations planes

A. Cas symétrique

- A1. Contraintes planes

Une approximation linéaire effectuée sur 11 premiers éléments de joints nous donne $\beta \approx 1.9520 \times 10^{-6}$, ce qui conduit à une valeur du facteur d'intensité $K_I \approx 1.7510 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ selon l'Eq. (2.20) établie dans le Chapitre 2.

- A2. Déformations planes

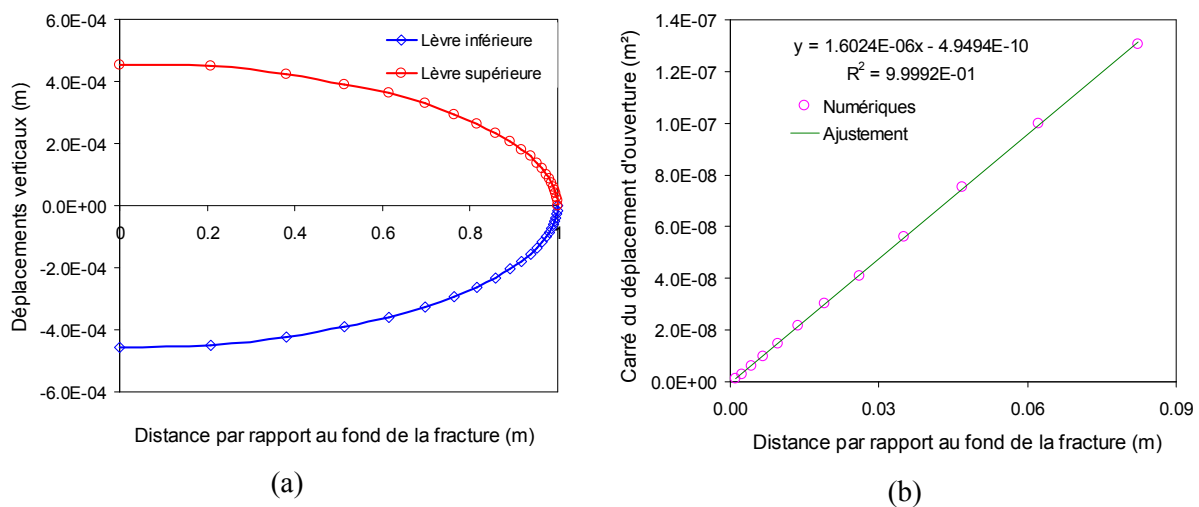


Figure A-1 – (a) Déplacements verticaux des lèvres, (b) Carré de déplacement d'ouverture de la fracture pour le cas symétrique en déformations planes

De même manière, on trouve $\beta \approx 1.6024 \times 10^{-6}$, et donc $K_I \approx 1.7434 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$

B. Cas asymétrique

- B1. Contraintes planes

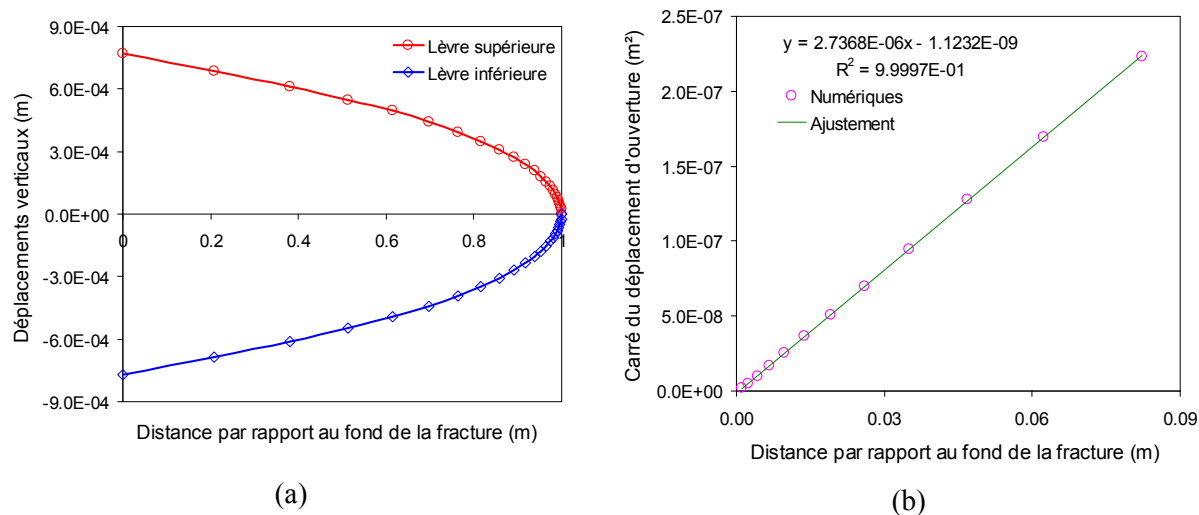


Figure A-2 – (a) Déplacements verticaux des lèvres, (b) Carré de déplacement d'ouverture de la fracture pour le cas asymétrique en contraintes planes

Similairement aux cas précédents, $\beta \approx 2.7368 \times 10^{-6}$, et $K_I \approx 2.0734 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$

- B2. Déformations planes

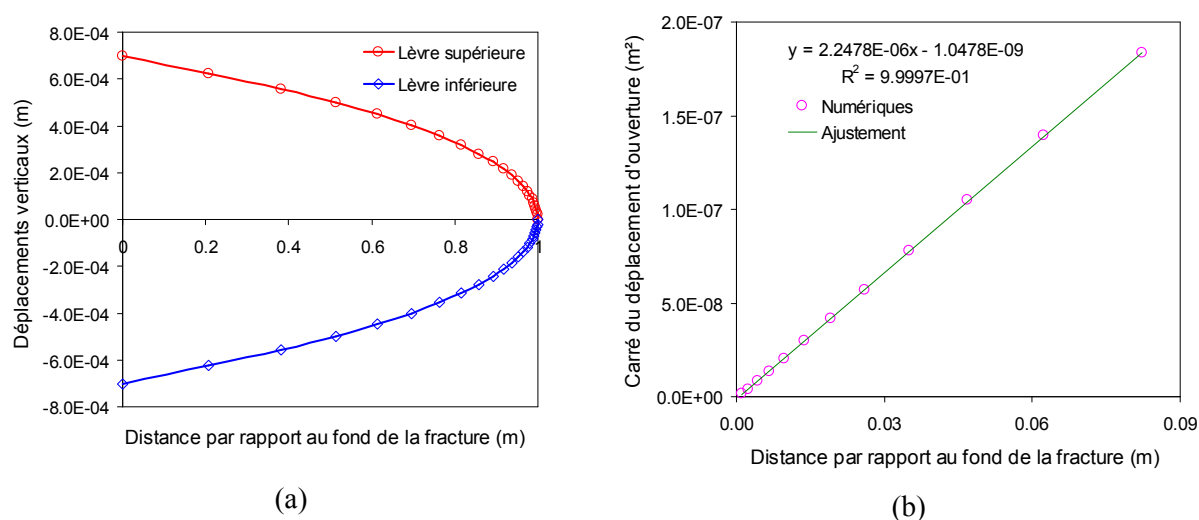


Figure A-3 – (a) Déplacements verticaux des lèvres, (b) Carré de déplacement d'ouverture de la fracture pour le cas asymétrique en déformations planes

Similairement aux cas précédents, $\beta \approx 2.2478 \times 10^{-6}$, et $K_I \approx 2.0649 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$

C. Cas axisymétrique

Bien que le cas axisymétrique fasse partie d'un problème tridimensionnel. Par contre, grâce à sa particularité géométrique, de nombreuses études ont montré que la formulation pour estimer le facteur d'intensité de contraintes K_I à partir du champ de déplacements était identique à celle du cas de déformations planes dans l'Eq. (2.20) établie dans le Chapitre 2. Ce constat est retrouvable dans [Bui \(1978\)](#), [Lemaître et Chaboche \(1985\)](#).

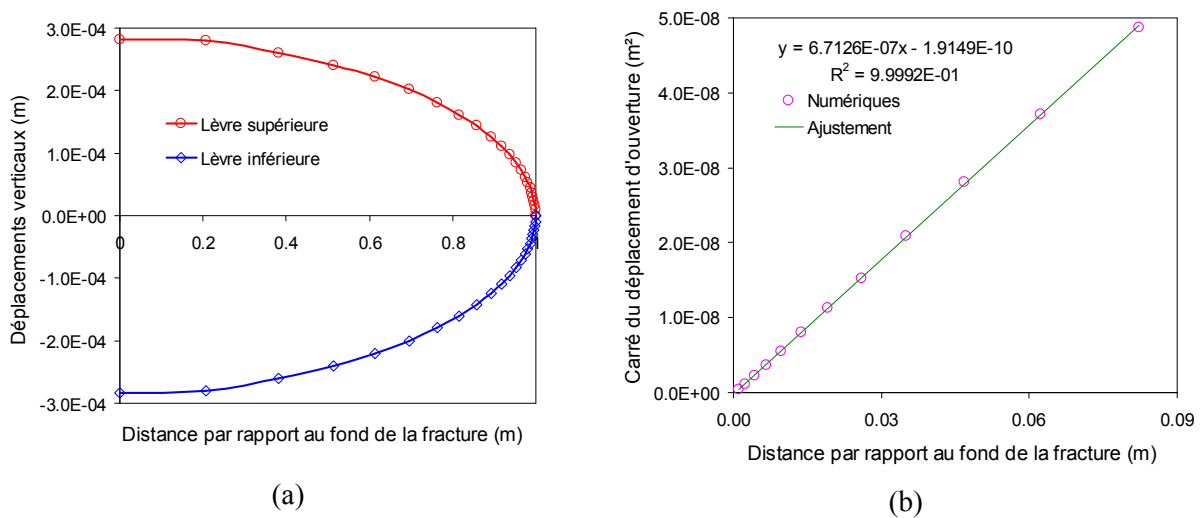
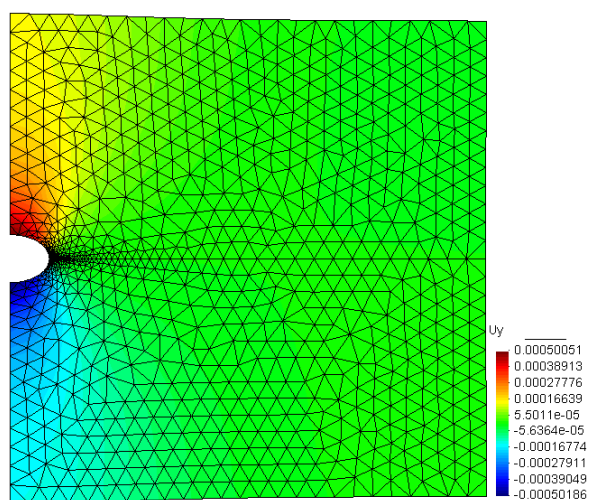


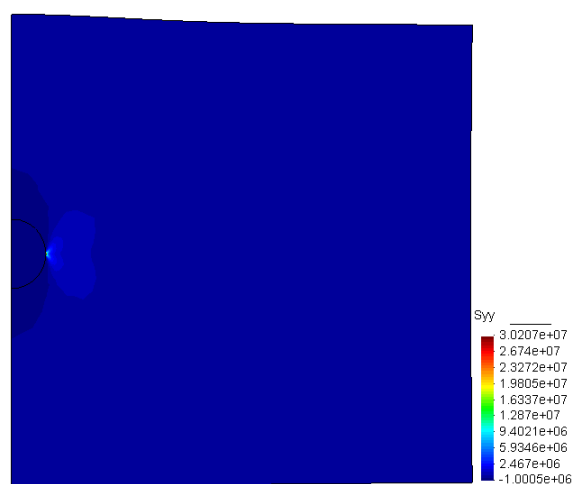
Figure A-4 – (a) Déplacements verticaux des lèvres, (b) Carré de déplacement d'ouverture de la fracture pour le cas axisymétrique

En utilisant une approche linéaire, on obtient $\beta \approx 6.7126 \times 10^{-7}$ et puis $K_I \approx 1.1284 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

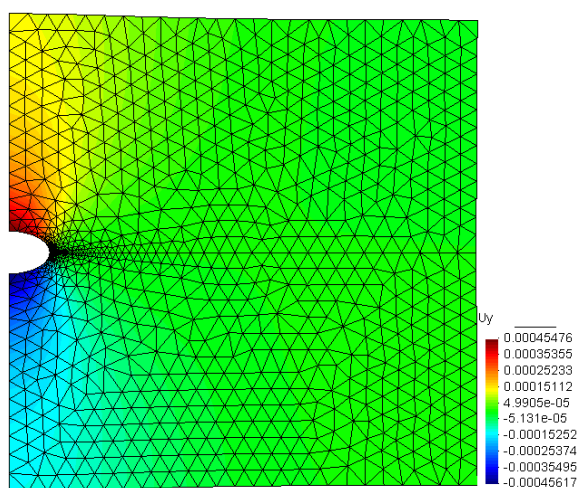
Annexe 3. Résultats lors de l'injection d'une pression dans la fracture



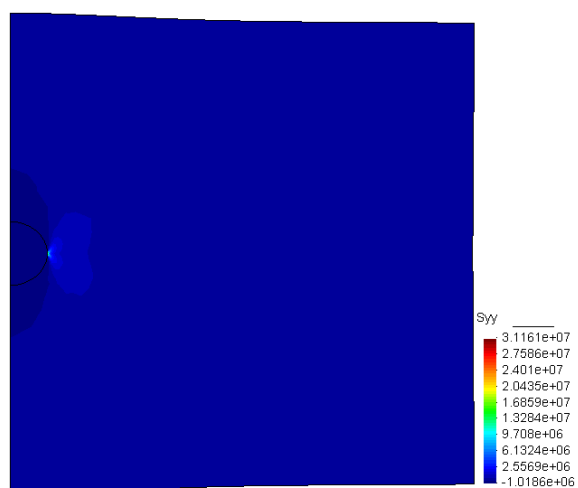
(a)



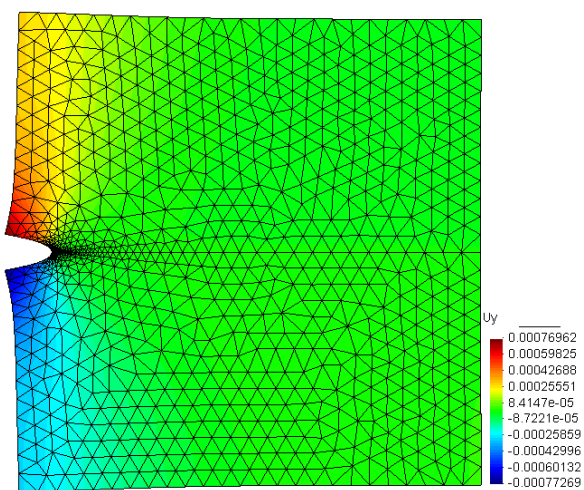
(b)



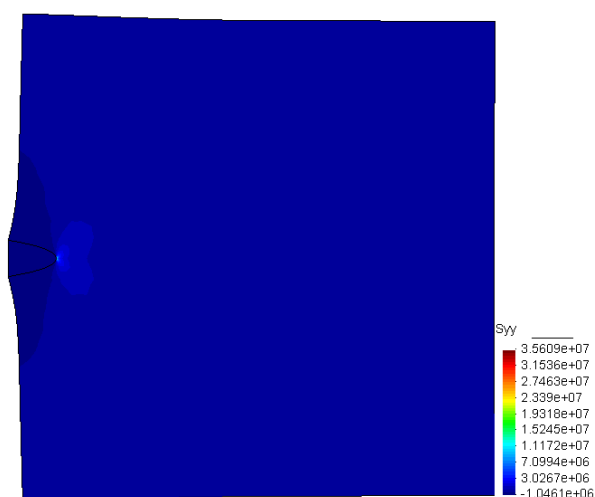
(c)



(d)



(e)



(f)

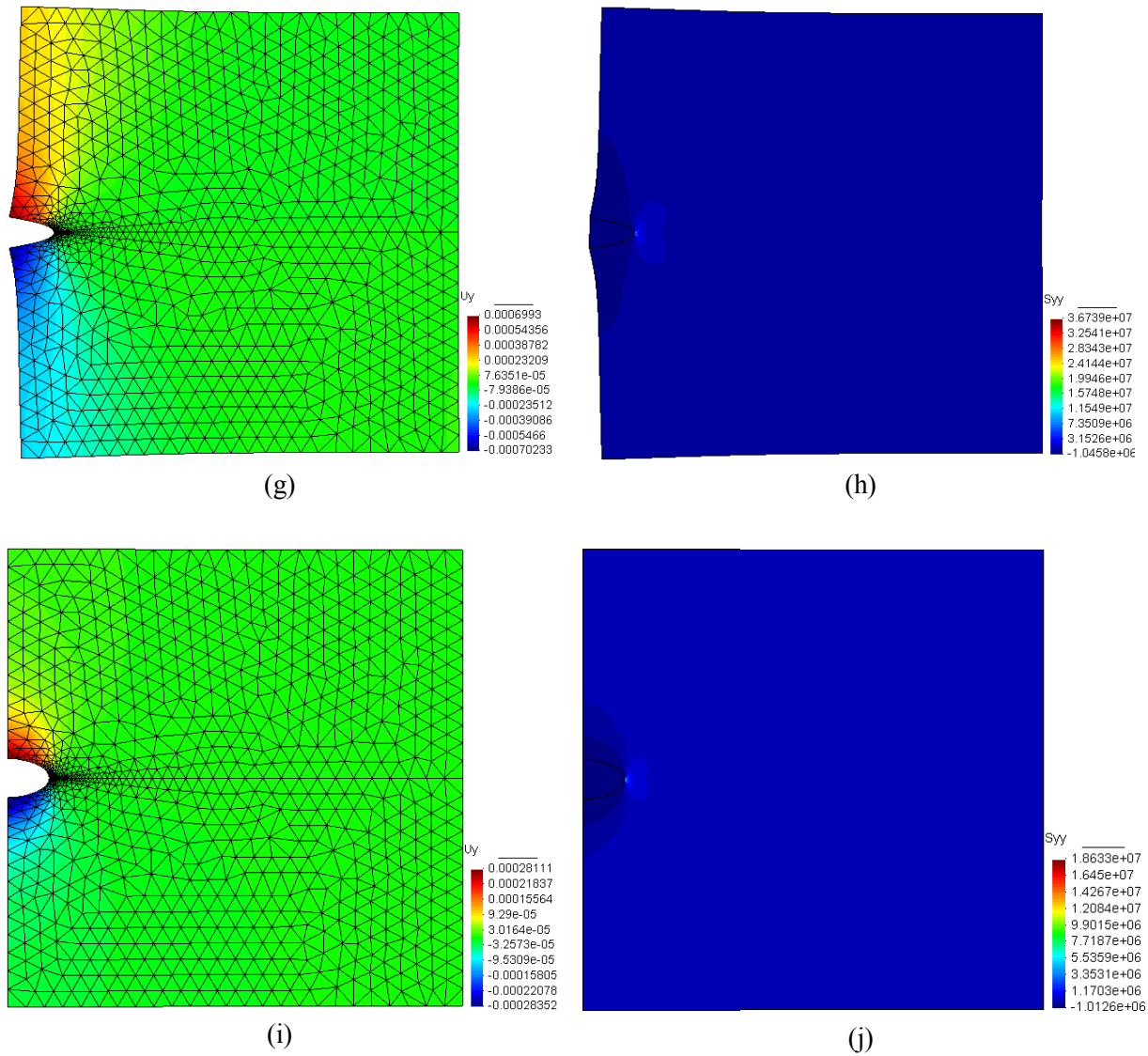


Figure A-5 – (a) et (b) Déplacements verticaux et contraintes σ_{yy} pour les cas symétrique en contraintes planes, (c) et (d) Déplacements verticaux et contraintes σ_{yy} pour les cas symétrique en déformations planes, (e) et (f) Déplacements verticaux et contraintes σ_{yy} pour les cas asymétrique en contraintes planes, (g) et (h) Déplacements verticaux et contraintes σ_{yy} pour les cas asymétrique en déformations planes, (i) et (j) Déplacements verticaux et contraintes σ_{yy} pour les cas axisymétrique

Annexe 4. Résultats du cas d'une fracture inclinée

A. Contraintes planes

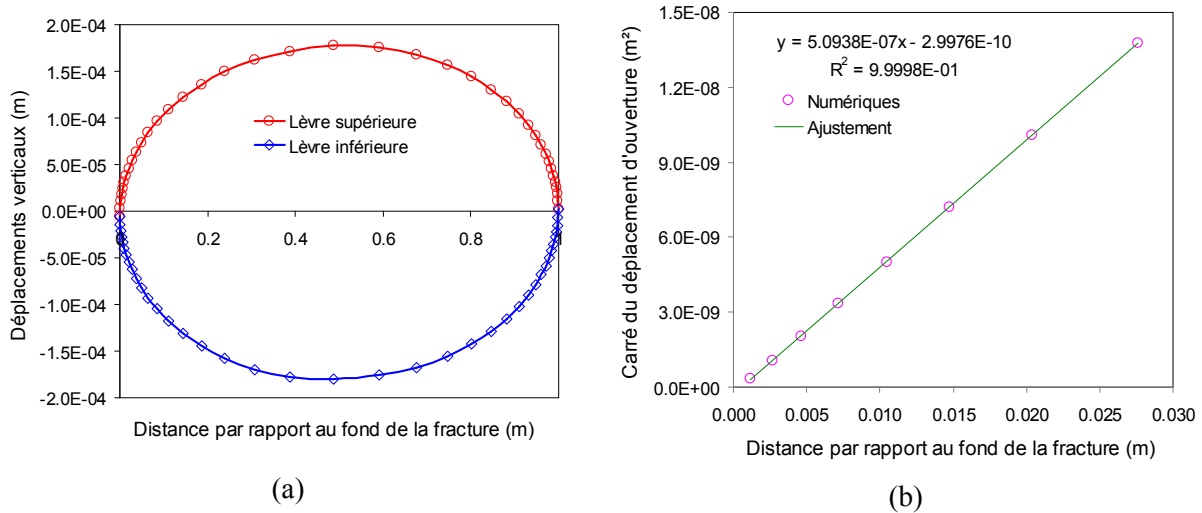


Figure A-6 – (a) Déplacements normaux des lèvres, (b) Carré de déplacement d'ouverture de la fracture pour le cas d'une fracture inclinée en configuration de contraintes planes

Une approximation linéaire effectuée sur 10 premiers éléments de joints donne $\beta \approx 5.0938 \times 10^{-7}$, ce qui conduit à une valeur numérique du facteur d'intensité $K_I \approx 0.8945 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

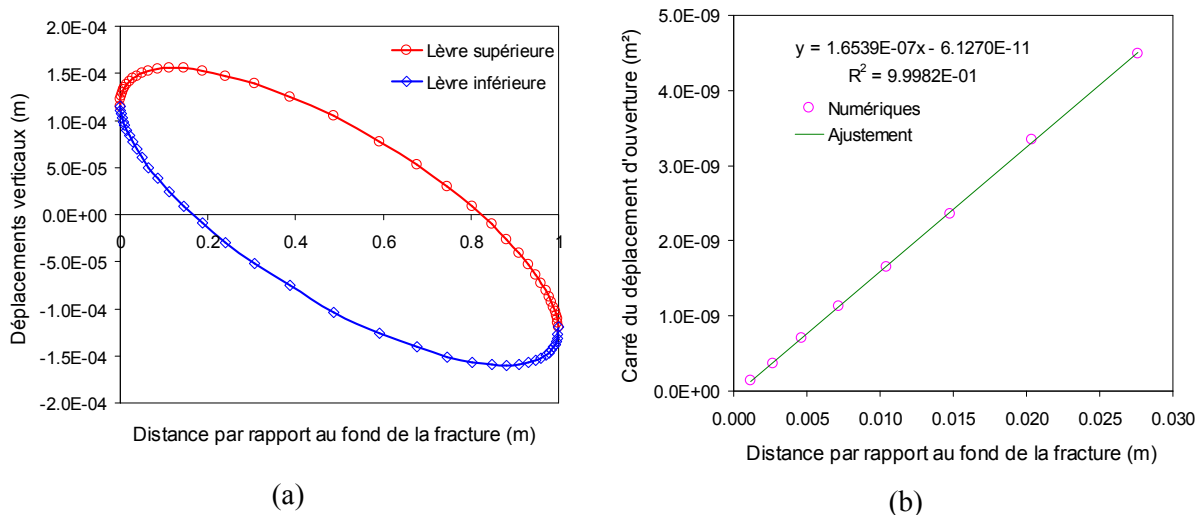


Figure A-7 – (a) Déplacements tangentiels des lèvres, (b) Carré de déplacement d'ouverture de la fracture pour le cas d'une fracture inclinée en configuration de contraintes planes

La même procédure effectuée sur 10 premiers éléments de joints nous donne $\beta \approx 1.6539 \times 10^{-7}$, ce qui conduit à une valeur numérique du facteur d'intensité $K_{II} \approx 0.5097 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

B. Déformations planes

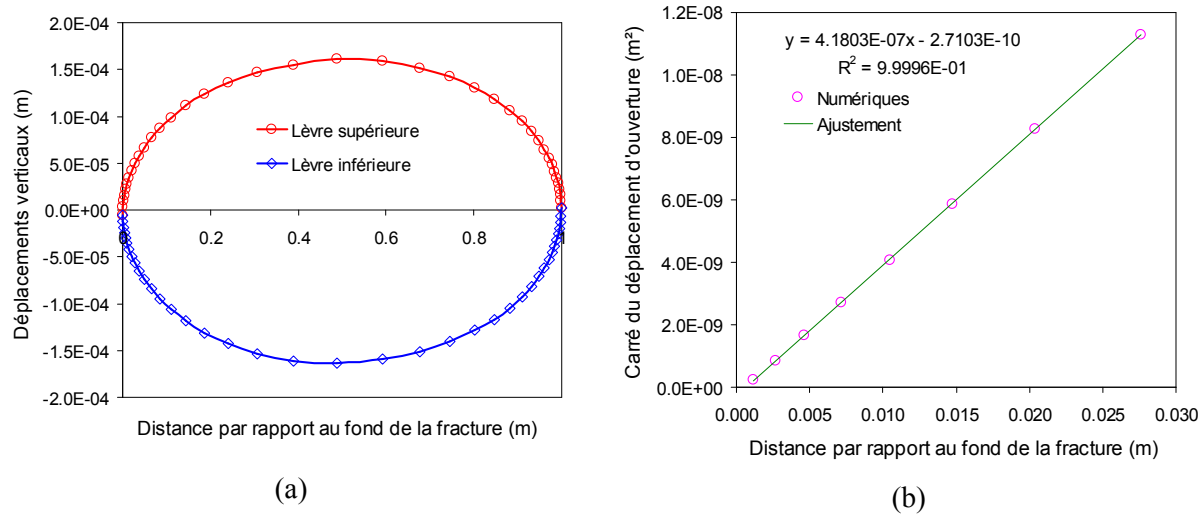


Figure A-8 – (a) Déplacements normaux des lèvres, (b) Carré de déplacement d'ouverture de la fracture pour le cas d'une fracture inclinée en configuration de déformations planes

De même manière, on obtient $\beta \approx 4.1803 \times 10^{-7}$, ce qui conduit à une valeur du facteur d'intensité $K_I \approx 0.8905 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

Similairement aux calculs pour le mode de sollicitation I, pour le mode II on trouve $\beta \approx 1.3476 \times 10^{-7}$, et donc $K_{II} \approx 0.5056 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. Les résultats sont présentés sur les Figure A-9a et Figure A-9b.

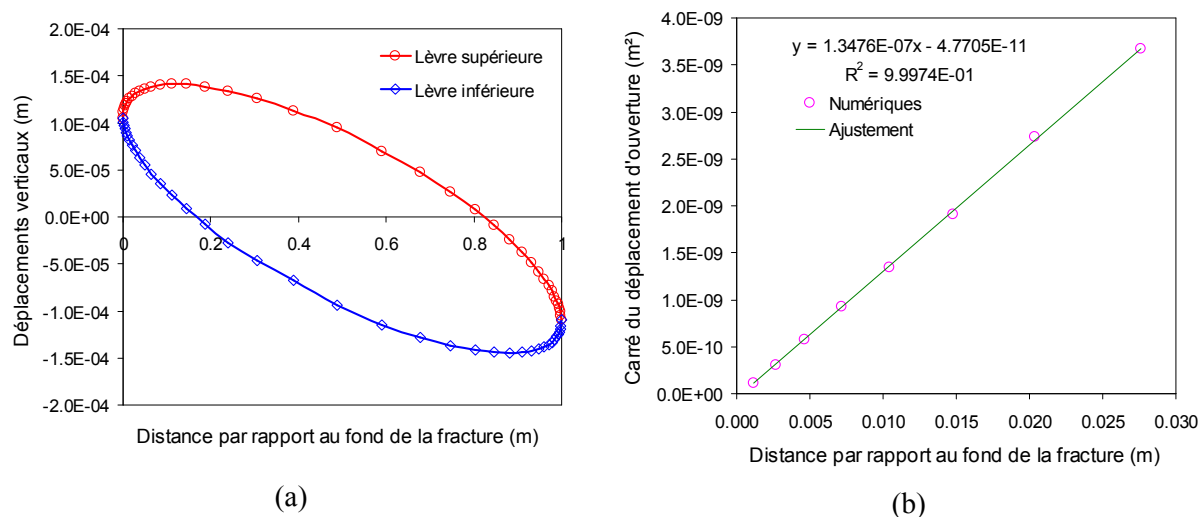


Figure A-9 – (a) Déplacements tangentiels des lèvres, (b) Carré de déplacement d'ouverture de la fracture pour le cas d'une fracture inclinée en configuration de déformations planes

Annexe 5. Facteur d'intensité de contraintes dépendant de la raideur normale de la fracture (joint)

Tableau A-1 – Récapitulatif des résultats numériques des KI obtenus

N°	k_m (MPa/m)	K_I (MPa \sqrt{m})	N°	k_m (MPa/m)	K_I (MPa \sqrt{m})
1	0	1.753277	26	4250	0.598750
2	50	1.694711	27	4500	0.581839
3	100	1.640638	28	4750	0.566593
4	150	1.590960	29	5000	0.552556
5	200	1.546025	30	5250	0.539444
6	250	1.504150	31	5500	0.527158
7	300	1.465023	32	5750	0.515618
8	350	1.428373	33	6000	0.504750
9	400	1.393963	34	6250	0.494493
10	450	1.361587	35	6500	0.484791
11	500	1.331063	36	6750	0.475596
12	750	1.201544	37	7000	0.466866
13	1000	1.101154	38	7250	0.458563
14	1250	1.020225	39	7500	0.450654
15	1500	0.953371	40	7750	0.443107
16	1750	0.897049	41	8000	0.435898
17	2000	0.848826	42	8250	0.429000
18	2250	0.806977	43	8500	0.422393
19	2500	0.770241	44	8750	0.416056
20	2750	0.737677	45	9000	0.409972
21	3000	0.708565	46	9250	0.404124
22	3250	0.682345	47	9500	0.398497
23	3500	0.658576	48	9750	0.393079
24	3750	0.636903	49	10000	0.387855
25	4000	0.617039			

Annexe 6. Instabilité du système simple de ressorts

Dans cette étude, le système de matrice élastique-joints cohésifs endommageables est remplacé par un système simple de ressorts en séries (voir la Figure A-10a). Notons k_1 et k_2 respectivement les paramètres de rigidité (i.e. raideur) de la matrice élastique et des joints endommageables (voir la Figure A-10b).

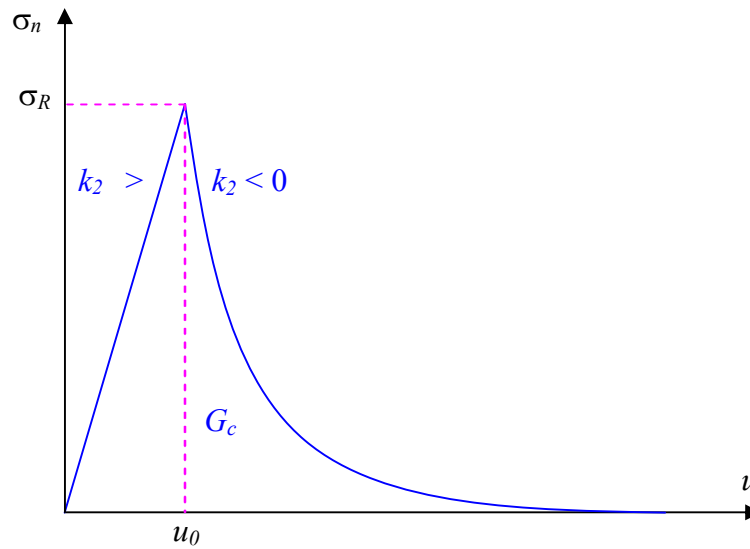
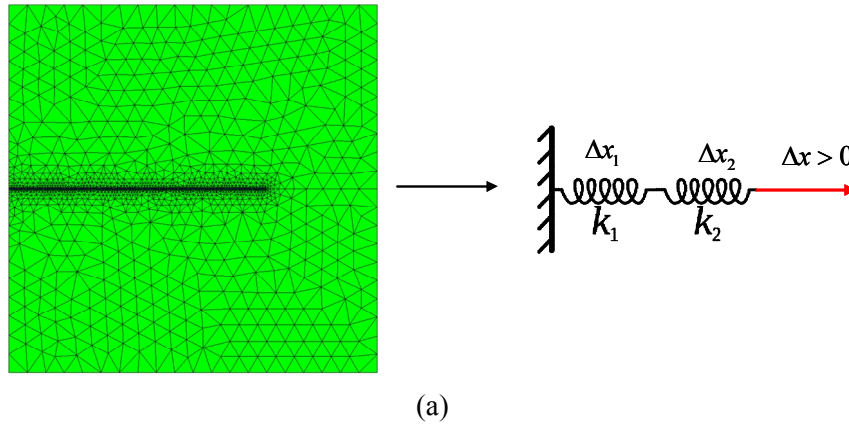


Figure A-10 – (a) Géométrie et conditions aux limites, et (b) variation de la contrainte normale par rapport au déplacement vertical dans un élément de joint.

La matrice est élastique, d'où k_1 est une constante et toujours positive.

Etant donné des joints cohésifs endommageables, k_2 est constant et positif pendant la phase de chargement, k_2 est variable et négatif pendant la phase de déchargement.

Un déplacement imposé $\Delta x > 0$ est appliqué au système. Notons que Δx_1 et Δx_2 sont des déplacements correspondant respectivement au système avec leurs raideurs k_1 et k_2 . La force appliquée est pareille pour le système de ressorts en séries. Ainsi :

$$\Delta F = k_1 \Delta x_1 = k_2 \Delta x_2 \quad (\text{A.25})$$

Le déplacement total appliqué a donc pour expression:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2} \Delta F \quad (\text{A.26})$$

D'où:

$$\Delta F = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \Delta x \quad (\text{A.27})$$

Quelques scénarios pendant le processus de chargement et déchargement sont analysés:

a. Pendant la phase de chargement $k_2 > 0$

Comme k_1 et k_2 sont toujours constants et positifs. Ainsi, $\Delta F > 0$ et le système est toujours stable.

b. Pendant la phase de déchargement $k_2 < 0$

- Si $k_1 + k_2 > 0$ ou bien $|k_2| < k_1$, on en déduit que:

$$\Delta F = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \Delta x < 0 \quad (\text{A.28})$$

La phase de déchargement est donc stable.

- Si $k_1 + k_2 = 0$ ou bien $k_2 = -k_1$, d'où $\Delta F \rightarrow \infty$.

La phase de déchargement est instable.

- Si $k_1 + k_2 < 0$ ou bien $|k_2| > k_1$, ainsi:

$$\Delta F = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \Delta x > 0 \quad (\text{A.29})$$

La phase de déchargement est instable.

A partir des résultats au-dessus, des conclusions suivantes peuvent être tirées:

- Dans la phase de chargement, le système de ressorts est toujours stable.
- Dans la phase de déchargement, le système est stable lors que la rigidité de la matrice est suffisamment plus grande que celle du joint. Inversement, le phénomène d'instabilité aura lieu.

Annexe 7. Méthode simplifiée pour estimer le module d'Young critique de la matrice afin d'éviter l'instabilité en mode I (mode de traction) en phase de radoucissement

Dans l'Annexe 6 on a démontré que le phénomène d'instabilité pouvait être évité lors que la matrice est suffisamment rigide par rapport à la fracture cohésive (i.e. joint). En d'autres termes, la « raideur équivalente » de la matrice doit être plus grande que la raideur tangentielle de la fracture cohésive pendant toute la phase de décharge.

Notons que k_m , k_j sont respectivement la « raideur équivalente » de la matrice et celle du joint. Avec l'hypothèse d'une matrice isotrope de module d'Young E_m et de hauteur h , la « raideur équivalente » de la matrice est supposée liée à ces deux quantités d'une manière générale suivante : $k_m = E_m/h$.

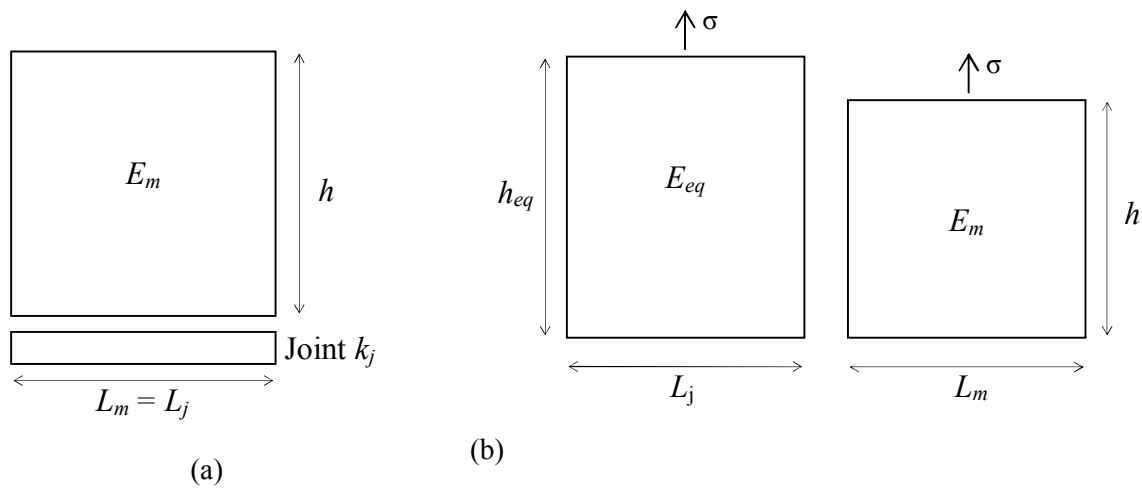


Figure A-11 – (a) Système de matrice – joint en séries pour le cas où les éléments de joints passe de part et d'autre de la matrice, (b) Modèle de matrice équivalente.

La condition de stabilité au-dessus s'écrit :

$$k_m = \frac{E_m}{h} > \max |k_j| \quad (\text{A.30})$$

Sous sollicitation en mode I pure (traction) et en phase de radoucissement, à partir de l'Eq. (4-22) dans le Chapitre 4, la raideur normale du joint a pour expression :

$$k_j = \frac{d\sigma_n}{du_n} = k_{nn} e^{\frac{(u_n - u_0)}{\beta u_0}} \left[1 - \frac{u_n}{\beta u_0} \right] \quad (\text{A.31})$$

La valeur maximale de k_j s'obtient lors que $dk_j/du_n = 0$. Cette condition implique :

$$\frac{dk_j}{du_n} = \frac{-1}{\beta u_0} k_m e^{\frac{(u_n - u_0)}{\beta u_0}} \left[2 - \frac{u_n}{\beta u_0} \right] = 0 \quad (\text{A.32})$$

D'où $u_n = 2\beta u_0$ et $\max |k_j| = k_m e^{\frac{(2\beta-1)}{\beta}}$. La condition (A.30) devient :

$$E_m > h k_m e^{\frac{(2\beta-1)}{\beta}} \quad (\text{A.33})$$

Il est à noter que la condition (A.30) pour le cas où la matrice et le joint ont une même longueur comme schématisée dans la [Figure A-11a](#). Dans le modèle numérique étudié dans la [Section 4.3](#), la longueur de la matrice ($L_m = 10$ m) est plus importante que celle du joint ($L_j = 7$ m). Ainsi, pour pouvoir utiliser la condition (A.33), il convient de remplacer la vraie matrice de longueur L_m par une « matrice équivalente » de longueur L_j ayant la hauteur équivalente h_{eq} et le module d'Young équivalent E_{eq} .

La hauteur équivalente peut être estimée en supposant que le volume de la matrice ne change pas, ce qui donne :

$$h_{eq} = h \frac{L_m}{L_j} \quad (\text{A.34})$$

Le module d'Young équivalent s'obtient en supposant que la matrice originale et la « matrice équivalente » donne un même déplacement sous une même contrainte appliquée.

$$\Delta h_{eq} = \frac{\sigma}{E_{eq}} h_{eq} = \Delta h = \frac{\sigma}{E_m} h \quad (\text{A.35})$$

D'où :

$$E_m = E_{eq} \frac{h}{h_{eq}} = E_{eq} \frac{L_j}{L_m} \quad (\text{A.36})$$

En introduisant l'Eq. (A.36) dans la condition (A.33), la valeur critique de la matrice afin d'éviter le phénomène d'instabilité s'obtient :

$$E_{eq} > h \frac{L_m}{L_j} k_m e^{\frac{(2\beta-1)}{\beta}} \quad (\text{A.37})$$

Application numérique : avec des données géométriques et propriétés de la matrice et du joint dans la [Section 4.3.1](#), la valeur critique du module d'Young s'obtient : $E_{eq} \approx 50$ MPa. Cette valeur est en bon accord avec le résultat de l'étude paramétrique réalisée dans la [Section 4.3.1](#), [Figure 4-8a](#).

Références bibliographiques

1. Abe, H., Mura, T., Keer, L.M. (1976). Growth rate of a penny-shaped crack in hydraulic fracturing of rocks. *Journal of Geophysical Research*, 81(29), 5335-5340.
2. Adachi, J.I., Detournay, E. (2008). Plane strain propagation of a hydraulic fracture in a permeable rock. *Engineering Fracture Mechanics*, 75(16), 4666-4694.
3. Adachi, J.I., Detournay, E., Savitski, A.A. (2001). Simulation of hydraulic fracturing using an explicit moving mesh algorithm. *The 38th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS)*.
4. Adachi, J.I., Siebrits, E., Peirce, A., Desroches, J. (2007). Computer simulation of hydraulic fractures. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 44(5), 739-757.
5. Advani, S.H., Lee, T.S., Dean, R.H., Pak, C.K., Avasthi, J.M. (1997). Consequences of fluid lag in three-dimensional hydraulic fractures. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 21(4), 229-240.
6. Amadei, B., & Saeb, S. (1990, June). Constitutive models of rock joints. In *Rock joints. Proceedings of the international symposium on rock joints, Loen, Norway* (pp. 4-6).
7. Backers, T. (2004). Fracture toughness determination and micromechanics of rock under Mode I and Mode II loading. *PhD Thesis, University of Potsdam, Germany*.
8. Bandis S.C., Lumdsen A.C., Barton N.R. (1983) Fundamentals of rock joints deformation. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, vol. 20, no 6, pp. 249-268.
9. Barenblatt, G.I. (1962). The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Advances in Applied Mechanics*, 7(1):55-129.
10. Barenblatt, G.I., Zheltov, I.P., Kochina, I.N. (1960). Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 24(5), 1286-1303.
11. Barton N.R., Bandis S.C. (1982) Effect of block size on the behavior of jointed rock. *Proceedings of the 23rd U.S. Symposium on Rock Mechanics*, pp. 739-760.
12. Barton, N. (1973). Review of a new shear strength criterion for rock joints. *Engineering Geology*. 7 pp. 287-332.
13. Bass, J.D. (1995). Elasticity of Minerals, Glasses, and Melts, In: *Mineral Physics and Crystallography: A Handbook of Physical Constants, American Geophysical Union Online Reference Shelf 2, TJ Ahrens*, pp 45-63.
14. Bemani Yazdi, P. (2009). Modélisation de la stabilité des massifs rocheux avec prise en compte de l'endommagement des joints et des effets hydromécaniques. *Thèse de doctorat. Ecole nationale des Ponts et Chaussées*, 237p.
15. Berchenko, I., Detournay, E. (1997). Deviation of hydraulic fractures through poroelastic stress changes induced by fluid injection and pumping. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 34(6), 1009-1019.
16. Bernabé, Y. (1986). The effective pressure law for permeability in Chelmsford granite and Barre granite. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 23(3), 267-275.
17. Berryman, J.G. (1992). Effective stress for transport properties of inhomogeneous porous rock. *Journal of Geophysical Research*, 97(12), 17409-17424.
18. Biot, M.A. (1941). General theory of three-dimensional consolidation. *Journal of Applied Physics*, Vol.12, 155-164.

19. Biot, M.A., Willis, D.G. (1957). The elastic coefficients of the theory of consolidation. *Journal of Applied Mechanics*, 24, 594-601.
20. Bishop, A.W. (1955). The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. *Géotechnique*, (5), 7-17.
21. Bjerrum, L., Nash, J.K.T.L., Kennard, R.M., Gibson, R.E. (1972). Hydraulic fracturing in field permeability testing. *Géotechnique*, 22(2), 319-332.
22. Boone, T.J., Ingraffea, A.R. (1990). A numerical procedure for simulation of hydraulically driven fracture propagation in poroelastic media. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 14(1), 27-47.
23. Boutt, D.F., Goodwin, L., McPherson, B.J. (2009). Role of permeability and storage in the initiation and propagation of natural hydraulic fractures. *Water Resources Research*, 45(5).
24. Brace, W.F. (1972). Laboratory studies of stick-slip and their application to earthquakes. *Tectonophysics*, 14(3), 189-200.
25. Brencich, A., Carpinteri, A. (1986). Interaction of a main crack with ordered distributions of microcracks: a numerical technique by displacement discontinuity boundary elements. *International Journal of Fracture*, 76(4):373-389.
26. Broek, D. (1982). Elementary engineering fracture mechanics. *Martinus Nijhoff Publishers, The Hague, The Netherlands, 3rd edition*, 469 pages.
27. Bruno, M.S., Nakagawa, F.M. (1991). Pore pressure influence on tensile fracture propagation in sedimentary rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts* (Vol. 28, No. 4, pp. 261-273). Pergamon.
28. Bui, H.D. (1978). *Mécanique de la rupture fragile*. Masson, Paris, 215 pages.
29. Bungier, A.P., Detournay, E., Garagash, D.I. (2005). Toughness-dominated hydraulic fracture with leak-off. *International Journal of Fracture*, 134(2), 175-190.
30. Byerlee, J.D. (1975). The fracture strength and frictional strength of Weber sandstone. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 12(1), 1-4.
31. Carol, I., Prat, P.C., López, C.M. (1997). Normal/shear cracking model: application to discrete crack analysis. *Journal of Engineering Mechanics*, 123(8):765-773.
32. Carpinteri, A. (1989). Softening and snap-back instability in cohesive solids. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 28(7):1521-1537.
33. Carpinteri, A., Monetto, I. (1999). Snap-back analysis of fracture evolution in multi-cracked solids using boundary element method. *International Journal of Fracture*, 98(3-4):225-241.
34. Carrier, B., Granet, S. (2012). Numerical modeling of hydraulic fracture problem in permeable medium using cohesive zone model. *Engineering Fracture Mechanics*, 79, 312-328.
35. Cesca, S., Grigoli, F., Heimann, S., Gonzalez, A., Bufo, E., Maghsoudi, S., ... & Dahm, T. (2014). The 2013 seismic sequence close to gas injection platform of the Castor project, offshore Spain. In *EGU General Assembly Conference Abstracts* (Vol. 16, p. 7171).
36. Cotterell, B., Rice, J. (1980). Slightly curved or kinked cracks. *International Journal of Fracture*, 16(2), 155-169.
37. Coulomb, C. A. (1776). Essai sur une application des règles de maximis & minimis à quelques problèmes de statique, relatifs à l'architecture. *De l'Imprimerie Royale*.
38. Coussy, O. (2004). Poromechanics. *John Wiley & Sons, England*, 315 pages.

39. Chaboche, J.L., Feyel, F., Monerie, Y. (2001). Interface debonding models: a viscous regularization with a limited rate dependency. *International Journal of Solids and Structures*, 38(18):3127-3160.
40. Chalhoub, M. (2006). Apports des méthodes d'homogénéisation numérique sur la classification des Massifs Rocheux Fracturés. *Thèse de doctorat, Ecole des Mines ParisTech*, pp. 225.
41. Chandra, N., Li, H., Shet, C., Ghonem, H. (2002). Some issues in the application of cohesive zone models for metal-ceramic interfaces. *International Journal of Solids and Structures*, 39(10), 2827-2855.
42. Chang, H. (2004). Hydraulic fracturing in particulate materials. *Doctoral dissertation, Georgia Institute of Technology, USA*.
43. Chen, C.R., Mai, Y.W. (2010). Comparison of cohesive zone model and linear elastic fracture mechanics for a mode I crack near a compliant/stiff interface. *Engineering Fracture Mechanics*, 77(17):3408-3417.
44. Dangla, P., Coussy, O. (1998). Non linear poroelasticity for unsaturated porous materials: an energy approach. In *Proceedings of Biot Conference on Poromechanics, Rotterdam, The Netherlands*, pp. 53-64.
45. Dao, N.H., Vu, M.N. (2015). Load sequence effects on the fatigue crack growth in a cylinder subjected to combined rotary bending moment and axial force loads. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. <http://dx.doi.org/10.1016/j.tafmec.2015.12.011>.
46. de Pater, C.J., Cleary, M.P., Quinn, T.S., Barr, D.T., Johnson, D.E., Weijers, L. (1994). Experimental verification of dimensional analysis for hydraulic fracturing. *SPE Production & Facilities*, 9(04), 230-238.
47. De Witte, A.J., Warren, J.E. (1957) Discussion. *Transactions of the Metallurgical Society of AIME*, 339.
48. Detournay, E., Garagash, D.I. (2003). The near-tip region of a fluid-driven fracture propagating in a permeable elastic solid. *Journal of Fluid Mechanics*, 494, 1-32.
49. Ducellier, A., Seyedi, D., Foerster, E. (2011). A coupled hydromechanical fault model for the study of the integrity and safety of geological storage of CO₂. In *Proceedings of GHGT10, 19-23 September, Amsterdam, The Netherlands*.
50. Dugdale, D.S. (1960). Yielding of steel sheets containing slits. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 8(2):100-104.
51. Elices, M., Guinea, G.V., Gomez, J., Planas, J. (2002). The cohesive zone model: advantages, limitations and challenges. *Engineering Fracture Mechanics*, 69(2):137-163.
52. Erdogan, F., Sih, G.C. (1963). On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear. *Journal of Fluids Engineering*, 85(4), 519-525.
53. Garagash, D., Detournay, E. (2000). The tip region of a fluid-driven fracture in an elastic medium. *Journal of Applied Mechanics*, 67(1), 183-192.
54. Garg, S.K., Nur, A. (1973). Effective stress laws for fluid-saturated porous rocks. *Journal of Geophysical Research*, 78(26), 5911-5921.
55. Gdoutos, E.E. (2005). Fracture mechanics: An introduction. *Kluwer Academic Publishers*, 325 p.
56. Geertsma, J. (1957). The effect of fluid pressure decline on volumetric changes of porous rocks. *Transactions of the Metallurgical Society of AIME*, 210, 331-340.
57. Geertsma, J. (1966). Problems of rock mechanics in petroleum production engineering. In *1st ISRM Congress. International Society for Rock Mechanics*.

58. Geertsma, J., De Klerk, F. (1969). A rapid method of predicting width and extent of hydraulically induced fractures. *Journal of Petroleum Technology*, 21(12), 1571-1581.
59. Géniaut, S. (2009). Calcul des facteurs d'intensité des contraintes par extrapolation du champ de déplacement. *Code_Aster, R.7.02.08, Révision 968*, 8 pages.
60. Ghabezloo, S. (2008). Comportement thermo-poro-mécanique d'un ciment pétrolier. *Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, 204 pages.
61. Ghabezloo, S., Sulem, J. (2009). Stress dependent thermal pressurization of a fluid-saturated rock. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 42: 1–24.
62. Ghabezloo, S., Sulem, J., Guédon, S., Martineau, F. (2008). Effective stress law for the permeability of a limestone. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science*, DOI 10.1016/j.ijrmms.2008.05.006.
63. Ghassemi, A., Zhou, X.X., Rawal, C. (2013). A Three-Dimensional Poroelastic Analysis of Rock Failure around a Hydraulic Fracture. *Journal of Petroleum Science & Engineering*.
64. Goodman R.E. (1976). *Methods of Geological Engineering in Discontinuous Rock*. pp. 472.
65. Gor, G.Y., Stone, H.A., Prévost, J.H. (2013). Fracture propagation driven by fluid outflow from a low-permeability aquifer. *Transport in Porous Media*, 100(1), 69-82.
66. Gordeyev, Y.N., Entov, V.M. (1997). The pressure distribution around a growing crack. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 61(6), 1025-1029.
67. Griffith, A.A. (1921). The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society – A*, 221:163-198.
68. Guiducci, C., Pellegrino, A., Radu, J. P., Collin, F., & Charlier, R. (2002). Numerical modeling of hydro-mechanical fracture behavior. In *NUMOG VIII (pp. 293-299)*. Balkema.
69. Hagoort, J., Weatherill, B.D., Settari, A. (1980). Modeling the propagation of waterflood-induced hydraulic fractures. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 20(04), 293-303.
70. Haimson, B., Fairhurst, C. (1969). Hydraulic fracturing in porous-permeable materials. *Journal of Petroleum Technology*, 21(7), 811-817.
71. Harrington, L., Hannah, R.R. (1975). Fracturing design using perfect support fluids for selected fracture proppant concentrations in vertical fractures. In *Fall Meeting of the SPE of AIME*.
72. Hartranft, R.J., Sih, G.C. (1973). Alternating method applied to edge and surface crack problems. In *Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems*, Springer Netherlands; p. 179-238.
73. Hassanizadeh, M., Gray, W.G. (1980). General conservation equations for multi-phase systems: Constitutive theory for porous media flow. *Advances in Water Resources*, 3(1), 25-40.
74. Hill, R. (1952). The elastic behavior of crystalline aggregate. *Proceedings of the Royal Society of London A65*: 349–354.
75. Hillerborg, A., Modéer, M., Petersson, P.E. (1976). Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, 6(6), 773-781.
76. Hoffman, O. (1929). Zur Frage des Auftriebes in Talsperren. *Die Wasserwirtschaft*, 22, 562-566.
77. Howard, G.C., Fast, C.R. (1957). Optimum fluid characteristics for fracture extension. *Drilling and Production Practice*.
78. Hubbert, M.K., Rubey, W.W. (1959). Role of fluid pressure in mechanics of overthrust faulting. *Geological Society of America Bulletin*, 70(2), 115-206.
79. Hussain, M.A., Pu, S.L., Underwood, J. (1974). Strain Energy Release Rate for a Crack Under Combined Mode I and Mode. *Fracture Analysis*, 560(1).

80. Ida, Y. (1975). Analysis of stick-slip and earthquake mechanism. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 11(2), 147-156.
81. Inglis, C. (1913). Stress in a plate due to the presence of cracks and sharp corners. *Transactions of the Royal Institution of Naval Architects*, 55, 219-241.
82. Irwin, G.R. (1948). Fracturing of metals. *ASM, Cleveland*, 147, 19-9.
83. Irwin, G.R. (1957). Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *Journal of Applied Mechanics*, 24(82):361-364.
84. Irwin, G.R. (1958). "Fracture" in *Handbuch der Physik*, vol. 6, Springer, pp. 551-590.
85. Jaworski, G.W., Duncan, J.M., Seed, H.B. (1981). Laboratory study of hydraulic fracturing. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 107(ASCE 16287 Proceeding).
86. Jin, Z.H., Paulino, G.H., Dodds, R.H. (2003). Cohesive Zone Modelling of elastic-plastic crack growth in functionally graded materials. *Engineering Fracture Mechanics*, 70(14):1885-1912.
87. Kachanov, L.M. (1958). Time of the rupture process under creep conditions. *Isv. Akad. Nauk. SSR. Otd Tekh. Nauk*, 8, 26-31.
88. Kanninen, M.F., Popelar, C.H. (1985). Advanced fracture mechanics. Vol. 386. New York: Oxford University Press.
89. Khalili, N., Witt, R., Laloui, L., Vulliet, L., Koliji, A. (2005). Effective stress in double porous media with two immiscible fluids. *Geophysical Research Letters*, 32(15), L15309.
90. Kirsch G.Die (1898). Theorie der Elastizität und die Bedürfnisse der Festigkeitslehre. *Veit. Ver. Deut. Ing.*;42:797-807.
91. Kovalyshen, Y. (2010). Fluid-driven fracture in poroelastic medium. *Thèse de doctorat, University of Minnesota*, 215 pages.
92. Kristianovitch, S.A., Zheltov, Y.P. (1955). Formation of vertical fractures by means of highly viscous fluids. In *Proceedings of the 4th World Petroleum Congress*, Vol. 2, p. 579.
93. Ladanyi, B., Archambault, G. (1969). Simulation of the shear behaviour of a jointed rock mass, Vol. 7, pp. 105-125. In: *Proceedings of the 11th U.S. Symposium on Rock Mechanics, Berkeley*.
94. Leblond, J.B. (2003). Mécanique de la rupture fragile et ductile. *Hermes Publications*, pp. 197.
95. Lecampion, B., Detournay, E. (2007). An implicit algorithm for the propagation of a hydraulic fracture with a fluid lag. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196(49), 4863-4880.
96. Leguillon, D. (2002). Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 21(1), 61-72.
97. Lemaitre, J. (1971). Evaluation of Dissipation and Damage in Metals Submitted to Dynamic Loading. *Proceedings I.C.M.I, Kyoto, Japan*.
98. Lemaître, J., Chaboche, J.L. (2004). Mécanique des matériaux solides. 2^{ème} édition: Dunod.
99. Liolios, P.A., Exadaktylos, G.E. (2006). A solution of steady-state fluid flow in multiply fractured isotropic porous media. *International Journal of Solids and Structures*, 43(13), 3960-3982.
100. Mathias, S.A., Van Reeuwijk, M. (2009). Hydraulic fracture propagation with 3-D leak-off. *Transport in Porous Media*, 80(3), 499-518.
101. Mohammadnejad, T., Khoei, A.R. (2013). An extended finite element method for hydraulic fracture propagation in deformable porous media with the cohesive crack model. *Finite Elements in Analysis and Design*, 73, 77-95.

102. Mohr, O. (1900). Welche Umstände bedingen die Elastizitätsgrenze und den Bruch eines Materials. *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure*, 46(1524-1530), 1572-1577.
103. Mori, T., Kawamura, H. (2005). Simulation study of spatiotemporal correlations of earthquakes as a stick-slip frictional instability. *Physical Review Letters*, 94(5), 058501.
104. Murdoch, L.C., Germanovich, L.N. (2006). Analysis of a deformable fracture in permeable material. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 30(6), 529-561.
105. Muskhelishvili, N.I. (1953). Some basic problems of the mathematical theory of elasticity. *Noordhoff, Groningen, The Netherlands*, 704 pages.
106. Nauleau, E. (2013). Évolution au cours du temps des propriétés physiques et mécaniques des matériaux cimentaires d'un puits géothermique basse énergie. *Thèse de doctorat. Université Paris-Est, France*, 248p.
107. Needleman, A. (1987). A continuum model for void nucleation by inclusion debonding. *Journal of Applied Mechanics*, 54(3), 525-531.
108. Nielsen, S., Taddeucci, J., Vinciguerra, S. (2010). Experimental observation of stick-slip instability fronts. *Geophysical Journal International*, 180(2), 697-702.
109. Nordgren, R.P. (1972). Propagation of a vertical hydraulic fracture. *SPE Journal*, 12(4), 306-314.
110. Nur, A., Byerlee, J.D. (1971). An exact effective stress law for elastic deformation of rock with fluids. *Journal of Geophysical Research*, 76(26), 6414-6419.
111. Orr, F. (2004). Storage of carbon dioxide in geologic formations. *Journal of Petroleum Technology*, 56(9), 90-97.
112. Papanastasiou, P.C. (1999). An efficient algorithm for propagating fluid-driven fractures. *Computational Mechanics*, 24(4), 258-267.
113. Park, K., Paulino, G.H. (2012). Computational implementation of the PPR potential-based cohesive model in ABAQUS: educational perspective. *Engineering Fracture Mechanics*, 93, 239-262.
114. Patton, F.D. (1966). Multiple modes of shear failure in rock. In, proc. *1st Congress of the International Society for Rock Mechanics, Lisbon, Vol. 1*, 503-513.
115. Patzek, T.W., Silin, D.B. (2001). Water Injection into a Low - Permeability Rock - 1 Hydrofracture Growth. *Transport in Porous Media*, 43(3), 537-555.
116. Perez, N. (2004). Fracture mechanics. *Kluwer Academic Publishers*, 299 pages.
117. Perkins, T.K., Kern, L.R. (1961). Widths of hydraulic fractures. *Journal of Petroleum Technology*, 13(9), 937-949.
118. Philip, Z.G., Jennings, Jr.J.W., Olson, J.E., Laubach, S.E., Holder, J. (2005). Modeling Coupled Fracture-Matrix Fluid Flow in Geomechanically Simulated Fracture Networks. *Society of Petroleum Engineers*, 300-309.
119. Pichler, B., Dormieux, L. (2009a). Micromechanical interpretation of the dissipation associated with mode I propagation of microcracks in brittle materials. *Journal of Applied Mechanics*, 76(4), 041003.
120. Pichler, B., Dormieux, L. (2009b). Instability during cohesive zone growth. *Engineering Fracture Mechanics*, 76(11), 1729-1749.
121. Pouya, A. (2012). Three-dimensional flow in fractured porous media: a potential solution based on singular integral equations. *Advances in Water Resources*, 35, 30-40.

122. Pouya, A. (2015). A finite element method for modeling coupled flow and deformation in porous fractured materials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*; DOI: 10.1002/nag.2384.
123. Pouya, A., Bemani Yazdi, P. (2015). A damage-plasticity model for cohesive fractures. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*; 73, 194-202.
124. Pouya, A., Bendjeddou, Z. (2011). Homogénéisation des effets hydrauliques et hydromécaniques. *Rapport Andra*, 44p.
125. Pouya, A., Nguyen, V.L., Ghabezloo, S. (2014). Modélisation théorique et numérique de la propagation des fractures sous sollicitations hydromécaniques. *Séance technique du 16 Octobre 2014, Comité français de mécanique des roches, CNAM, Paris, France*.
126. Pouya, A., Vu, M.N. (2012). Numerical modelling of steady-state flow in 2D cracked anisotropic porous media by singular integral equations method. *Transport in Porous Media*, 93(3), 475-493.
127. Pouya, A., Vu, M.N. (2012). Fluid flow and effective permeability of an infinite matrix containing disc-shaped cracks. *Advances in Water Resources* 42, 37-46.
128. Pouya, A., Vu, M.N., Ghabezloo, S., Bendjeddou, Z. (2013). Effective permeability of cracked unsaturated porous materials. *International Journal of Solids and Structures* 50(20), 3297-3307.
129. Pouya, A., Vu, M.N., Seyedi, D. (2011). Modelling effective permeability of fracture networks in permeable rock formation by singular integral equations method. *6th International Conference on Computational and Experimental Methods in Multiphase and Complex Flow*, p287-298. Kos, Greece.
130. Pouya, A., Ghabezloo, S. (2010). Flow around a crack in a porous matrix and related problems. *Transport in Porous Media*, 84(2), 511-532.
131. Prabel, B. (2007). Modélisation avec la méthode X-FEM de la propagation dynamique et de l'arrêt de fissure de clivage dans un acier de cuve REP. *Thèse de doctorat, INSA de Lyon*.
132. Rabotnov, Y.U.N. (1968). Creep rupture. *In Proceedings of the XII International Congress on Applied Mechanics, Stanford-Springer* (pp. 342-349).
133. Rangaraj, S., Kokini, K. (2004). A study of thermal fracture in functionally graded thermal barrier coatings using a cohesive zone model. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 126(1), 103-115.
134. Reinhardt, H.W., Cornelissen, H.A.W. (1984). Post-peak cyclic behaviour of concrete in uniaxial tensile and alternating tensile and compressive loading. *Cement and Concrete Research*, Vol. 14: pp. 263-270.
135. Réthoré, J., de Borst, R., Abellan, M.A. (2008). A two-scale model for fluid flow in an unsaturated porous medium with cohesive cracks. *Computational Mechanics*, 42(2), 227-238.
136. Rice, J.M., Cleary, M.P. (1976). Some basic stress diffusion solutions for fluid-saturated elastic porous media with compressible constituents. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 14(2), 227-241.
137. Rice, J.R. (1968). A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *Journal of Applied Mechanics*, 35(2), 379-386.
138. Rohmer, J., Seyedi, D. (2010). Coupled large scale hydromechanical modelling for caprock failure risk assessment of CO₂ storage in deep saline aquifers. *Oil & Gas Science and Technology - Revue d'IFP Energies nouvelles*, 65, 503-517.

139. Rutqvist, J., Stephansson, O. (2003). The role of hydromechanical coupling in fractured rock engineering. *Hydrogeology Journal*, 11(1), 7-40.
140. Sanchez M., Manzoli O.L., Guimarães L.J. (2014). Modeling 3-D desiccation soil crack networks using a mesh fragmentation technique. *Computers and Geotechnics*, 62, 27-39.
141. Sanchez, M., Atique, A., Kim, S., Romero, E., Zielinski, M. (2013). Exploring desiccation cracks in soils using a 2D profile laser device. *Acta Geotechnica*, 8(6), 583-596.
142. Santamarina, J.C., Klein, K.A., Fam, M.A. (2001). Soils and Waves: Particulate materials behavior, characterization and process monitoring. *Wiley Publisher, 1st edition*, 508 pages.
143. Sarris, E., Papanastasiou, P.C. (2011). The influence of the cohesive process zone in hydraulic fracturing modelling. *International Journal of Fracture*, 167(1), 33-45.
144. Sarris, E., Papanastasiou, P.C. (2012a). Modeling of Hydraulic Fracturing in a Poroelastic Cohesive Formation. *International Journal of Geomechanics*, 12(2), 160-167.
145. Sarris, E., Papanastasiou, P.C. (2012b). Numerical modeling of fluid-driven fractures in cohesive poroelastoplastic continuum. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 37(12), 1822-1846.
146. Segura, J.M., Carol, I. (2008). Coupled HM analysis using zero-thickness interface elements with double nodes. Part I: Theoretical model. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 32(18), 2083-2101.
147. Settari, A. (1985). A new general model of fluid loss in hydraulic fracturing. *Old SPE Journal*, 25(4), 491-501.
148. Seyedi, D.M., Vu, M.N., Pouya, A. (2015). A two-scale hydromechanical model for fault zones accounting for their heterogeneous structure. *Computers and Geotechnics*, 68, 8-16.
149. Seyedi, D.M., Ducellier, A., Vu, M.N., Pouya, A. (2011). A Two-scale Model For Simulating the Hydromechanical Behavior of Faults During CO₂ Geological Storage Operation. *45th US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium, Francisco, California*.
150. Shehata, W.M., (1972). in Sharp, J.C. and Maini, Y.N.T., in fundamental considerations on the hydraulic characteristics of joints in rock. *Proceeding Syrup on Percolation Through Fissured Rock, paper No. T1-F, Stuttgart*.
151. Shet, C., Chandra, N. (2002). Analysis of energy balance when using cohesive zone models to simulate fracture processes. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 124(4), 440-450.
152. Shin, H., Santamarina, J.C. (2010). Fluid-driven fractures in uncemented sediments: Underlying particle-level processes. *Earth and Planetary Science Letters*, 299(1), 180-189.
153. Sih, G.C. (1973). Some basic problems in fracture mechanics and new concepts. *Engineering Fracture Mechanics*, 5(2), 365-377.
154. Sih, G.C., Paris, P.C., Irwin, G.R. (1965). On cracks in rectilinearly anisotropic bodies. *International Journal of Fracture Mechanics*, 1(3), 189-203.
155. Skempton, A.W. (1960a). Terzaghi's discovery of effective stress. *From Theory to Practice in Soil Mechanics: Selections from the Writings of Karl Terzaghi*, 42-53.
156. Skempton, A.W. (1960b). Effective stress in soils, concrete and rocks. *Proceeding of the Conference: Pore Pressure and Suction in Soils, Butterworths, London*, 4-16.
157. Skempton, A.W., Bishop, A.W. (1954). Soils. *In Building Materials, their Elasticity and Plasticity. Reiner Publisher, Amsterdam*.
158. Slowik, V., Saouma, V.E., Thompson, A. (1996). Large scale direct tension test of concrete. *Cement and Concrete Research*, Vol. 24, N° 6, pp. 949-954.

159. Sneddon, I.N. (1946). The distribution of stress in the neighbourhood of a crack in an elastic solid. *Proceedings of the Royal Society of London: Mathematical and Physical Sciences*, 187(1009), 229–260.
160. Streit, J.E., Hillis, R.R. (2004). Estimating fault stability and sustainable fluid pressures for underground storage of CO₂ in porous rock. *Energy*, 29, 1445-1456.
161. Sun, C.T., Jin, Z.H. (2012). Chapter 9 - Cohesive zone model. *Fracture mechanics*, Academic Press, Boston, 227-246.
162. Tada, H., Paris, P., Irwin, G. (2000). The stress analysis of cracks handbooks. 3rd edition, *Del Research Corporation, Hellertown, PA*.
163. Thiébaud, J.L. (1925). Contribution à l'étude des sédiments argilo-calcaires du Bassin de Paris. *Thèse de doctorat, Nancy*, 170p.
164. Todd, T., Simmons, G. (1972). Effect of pore pressure on the velocity of compressional waves in low porosity rocks. *Journal of Geophysical Research*, 77, 3731-3743.
165. Tvergaard, V. (2002). Theoretical investigation of the effect of plasticity on crack growth along a functionally graded region between dissimilar elastic–plastic solids. *Engineering Fracture Mechanics*, 69(14), 1635-1645.
166. Valente, S. (1992). Bifurcation phenomena in cohesive crack propagation. *Computers & Structures*, 44(1/2), 55-62.
167. van Ruth, P.J., Nelson, E., Hillis, R.R. (2006). Fault reactivation potential during CO₂ injection in the Gippslet Basin, Australia. *Exploration Geophysics*, 37, 50-56.
168. Von Terzaghi, K. (1923). Die Berechnung der Durchlässigkeitsziffer des Tones aus dem Verlauf der hydrodynamischen Spannungserscheinungen. *Sitzungsber. Akad. Wiss. (Wien), Math.-Natur-wis*, 132, 125-138.
169. Von Terzaghi, K. (1936). The shearing resistance of saturated soils and the angle between the planes of shear. *First International Conference of Soil Mechanics, Harvard University. Vol. 1*, 54-56.
170. Vu, M.N. (2012). Modélisation des écoulements dans des milieux poreux fracturés par la méthode des équations aux intégrales singulières. *Thèse de doctorat, Université Paris-Est*, p. 148.
171. Vu, M.N., Pouya, A., Seyedi, D.M. (2014). Theoretical and numerical study of the steady-state flow through finite fractured porous media. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 38(3), 221-235.
172. Vu, M.N., Pouya, A., Seyedi, D.M. (2012). Modelling of steady-state fluid flow in 3D fractured isotropic porous media: application to effective permeability calculation. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 37(14), 2257-2277.
173. Vu, M.N., Pouya, A., Seyedi, D. (2012). Etude numerique de l'écoulement dans un milieu poreux fissure : Application au calcul de la permeabilite equivalente. *Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'Ingénieur JNGG2012*, p1015-1023. Bordeaux, France.
174. Vu, M.N., Nguyen, S.T., Vu, M.H. (2015). Modeling of fluid flow through fractured porous media by a single boundary integral equation. *Engineering Analysis with Boundary Elements* 59, 166-171.
175. Vu, M.N., Nguyen, S.T., Vu, M.H., Tang, A.M., To, V.T. (2015). Heat conduction and thermal conductivity of 3D cracked media. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 89, 1119-1126.

176. Vu, M.N., Geniaut, S., Massin, P., Marigo, J.J. (2015). Numerical investigation on corner singularities in cracked plates using the G-theta method with an adapted θ field. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 77, 59-68.
177. Wang, C.H. (1996). Introduction to Fracture Mechanics. *Aeronautical and Maritime Research Laboratory, Melbourne, Australia*, pp. 82.
178. Wang, J.T. (2010). Relating Cohesive Zone Model to Linear Elastic Fracture Mechanics. *National Aeronautics and Space Administration, Langley Research Center*.
179. Weber, N., Siebert, P., Willbrand, K.W., Feinendegen, M., Clauser, C., Fries, T.P. (2013). The XFEM with an explicit-implicit crack description for hydraulic fracture problems. *In ISRM International Conference for Effective and Sustainable Hydraulic Fracturing*.
180. Westergaard, H.M. (1939). Bearing pressure and cracks. *Journal of Applied Mechanics*, 22, 49-53.
181. William, M. (1952). Stress singularities from various boundary conditions in angular corners of plates in extension. *Journal of Applied Mechanics*, ASME, 19(4), 526-528.
182. William, M. (1957). On the stress distribution at the base of a stationary crack. *Journal of Applied Mechanics*. ASME, 24(1), 109-114.
183. William, M. (1959). The stresses around a fault or crack in dissimilar media. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 49(2), 199-204.
184. Wrobel, M., Mishuris, G. (2013). Efficient pseudo-spectral solvers for the PKN model of hydrofracturing. *International Journal of Fracture*, 1-20.
185. Xu, W., Wei, Y. (2012). Strength and interface failure mechanism of adhesive joints. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 34, 80-92.
186. Xu, X.P., Needleman, A. (1993). Void nucleation by inclusion debonding in a crystal matrix. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*; 1(2), 111.
187. Yang, B., Mall S, Ravi-Chandar, K. (2001). A cohesive zone model for fatigue crack growth in quasi-brittle materials. *International Journal of Solids and Structures*, 38(22), 3927-3944.
188. Yang, T., Zhu, W., Yu, Q., Liu, H. (2011). The role of pore pressure during hydraulic fracturing and implications for groundwater outbursts in mining and tunnelling. *Hydrogeology Journal*, 19(5), 995-1008.
189. Zhang, Z.J., Paulino, G.H. (2005). Cohesive zone modelling of dynamic failure in homogeneous and functionally graded materials. *International Journal of Plasticity*; 21(6), 1195-1254.
190. Zimmerman, R.W., Somerton, W.H., King, M.S. (1986). Compressibility of porous rocks. *Journal of Geophysical Research*, 91(B12), 12765-12777.

